

ОБРАЗОВАНИЕ БИМЮОНИЯ В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

В. Н. Байер, В. С. Сынах

Исследованы образование и свойства связанного состояния положительного и отрицательного мюонов (бимюония). Рассмотрена возможность его наблюдения.

1. Введение

При столкновении встречных пучков электронов и позитронов будут электромагнитно рождаться пары заряженных частиц. В частности, эти пары могут рождаться в связанном состоянии, образуя атомарные системы типа $(\pi^+\pi^-)$, $(\mu^+\mu^-)$, (K^+K^-) и т. д. Время жизни некоторых из таких систем по отношению к электромагнитным распадам (на электрон-позитронные пары или фотоны) много меньше времени жизни соответствующих частиц, определяемого слабыми взаимодействиями. Поэтому последующий распад этих систем будет приводить к дополнительным вкладам в сечения рассеяния и аннигиляции электрон-позитронных пар. Как будет показано ниже, при определенных условиях эти эффекты могут быть наблюдаемы.

Исследование свойств указанных связанных систем представляется важным, поскольку оно может дать информацию о взаимодействии между образующими их частицами, особенно в области малых энергий. В частности, исследование системы $(\pi^+\pi^-)$ и (K^+K^-) могло бы дать S -фазы $\pi\pi(KK)$ -рассеяния.

Образующиеся связанные состояния можно рассматривать как нестабильные частицы и пользоваться при рассмотрении их соответствующим аппаратом квантовой теории поля [1,2]. Легко показать, что число конечных состояний в этом случае можно представить в виде

$$\rho(p^2) d^4p = \text{Im } G(p^2) d^4p, \quad (1.1)$$

где $G(p^2)$ — функция Грина нестабильной частицы (в данном случае связанного состояния).

Ниже мы детально рассмотрим свойства системы $(\mu^+\mu^-)$, которую в дальнейшем будем называть бимюоном. Эта система имеет самый низкий энергетический порог рождения (103,5 MeV) и поддается точному расчету, так как взаимодействие между мюонами с большой степенью точности можно считать чисто электромагнитным [3].

2. Распады бимюония

В отношении распадов бимюоний представляет более сложную систему, чем аналогичное связанное состояние электрона и позитрона (позитроний), поскольку помимо фотонных распадов возможны распады бимюония с участием электрон-позитронных пар¹⁾.

Найдем вероятность распада бимюония в электрон-позитронную пару в низшем порядке теории возмущений. Диаграмма этого процесса приведена на рис. 1. Здесь и в дальнейшем мы будем обозначать связанные мюоны заштрихованным прямоугольником, свободные мюоны — двойной линией. В

¹⁾ Превращение свободной $\mu^+\mu^-$ -пары в пару электрон — позитрон рассмотрено также Зельдовичем [12].

лестничном приближении диаграмма на рис. 1 есть сумма диаграмм, представленных на рис. 2. Суммируя эти диаграммы методом, изложенным Алек-

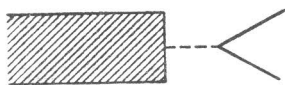


Рис. 1

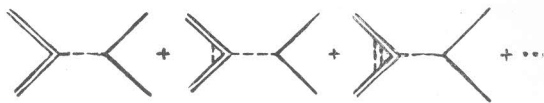


Рис. 2

сеевым [4], получим для матричного элемента процесса $(\mu^+\mu^-) \rightarrow e^+ + e^-$ следующее выражение:

$$M = e^2 \int \varphi^*(x_1, x_2) \gamma_\nu C^+ D(x_1 - x_2) [C \gamma_\nu]_{\rho_1 \rho_2} \psi_{\rho_2 \rho_1}(x_3, x_4) \times \\ \times \delta(x_1 - x_2) \delta(x_3 - x_4) d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4. \quad (2.1)$$

Здесь ψ — волновая функция бимюония, являющаяся решением уравнения Бете — Салпетера [5] в лестничном приближении, φ — волновая функция свободных электрона и позитрона, C — матрица зарядового сопряжения (выбрано представление, в котором $C = \alpha_2$)².

В уравнении Бете — Салпетера не учитывались диаграммы с виртуальной аннигиляцией бимюония, поскольку они являются частью радиационных поправок, которые мы в дальнейшем не рассматриваем.

Переходя в (2.1) к импульсному представлению, получим в системе координат, где бимюоний покоится,

$$M = -i\pi \frac{e^2}{\mu^2} \left[\bar{u}(p_-) \gamma_\nu v(p_+) \right] \text{Sp} \int C \gamma_\nu \psi(p) d^4 p \delta(P - p_- - p_+) = \\ = M_1 \delta(P - p_- - p_+). \quad (2.2)$$

Здесь P — импульс бимюония как целого, p — относительный импульс частиц в бимюонии, p_- и p_+ — соответственно импульсы электрона и позитрона. В фотонной функции Грина в (2.2) положено $P_0 = 2\mu - \delta \approx 2\mu$ ($\delta = 1,41$ keV — энергия связи бимюония, μ — масса мюона).

Интегрирование по p_0 в (2.2) можно провести, воспользовавшись тождеством

$$\int \psi(p) dp_0 = 2\pi \psi(\mathbf{p}, t=0). \quad (2.3)$$

В дальнейшем все вычисления будем проводить с точностью до членов, линейных по относительной скорости v . С этой степенью точности волновая функция бимюония при относительном времени $t=0$ имеет вид [6]

$$\begin{pmatrix} \psi_{00} & \psi_{01} \\ \psi_{10} & \psi_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & -f \sigma^T \mathbf{p} / 2\mu \\ \sigma \mathbf{p} f / 2\mu & 0 \end{pmatrix} \Phi(\mathbf{p}), \quad (2.4)$$

где $\Phi(\mathbf{p})$ — решение нерелятивистского уравнения Шредингера для бимюония, f — двухрядная спиновая волновая функция бимюония.

Поскольку с принятой степенью точности

$$\int F(\mathbf{p}) \Phi(\mathbf{p}) d^3 \mathbf{p} = (2\pi)^3 F(\mathbf{p}=0) \Phi(\mathbf{x}=0) + \frac{(2\pi)^3}{i} \frac{\partial F(\mathbf{p}=0)}{\partial p_n} \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}=0)}{\partial x_n}, \quad (2.5)$$

то

$$M_1 = -i\pi (2\pi)^4 e^2 \mu^{-2} (\bar{u} \hat{B} v), \quad (2.6)$$

где

$$B_0 = (i/2\mu) \text{Sp} [\sigma_2 (f \sigma_k^T + \sigma_k f) \nabla_k \Phi(\mathbf{x}=0)], \quad \mathbf{B} = -\text{Sp} (\sigma_2 \sigma f) \Phi(\mathbf{x}=0). \quad (2.7)$$

² Принята система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, $e^2 = 1/137$; метрика: $ab = \underline{ab} - a_0 b_0$.

Из (2.7) следует, что на электрон-позитронную пару может распадаться только бимюоний в S -состоянии с симметричной спиновой функцией (ортобимюоний), как и следовало ожидать из сохранения зарядовой четности. В принятых приближениях из состояний с высшими орбитальными моментами такой распад вообще не идет.

Суммируя по спинам конечных частиц и усредняя по начальным спиновым состояниям, получим для вероятности аннигиляции бимюония в электрон-позитронную пару в единицу времени из nS -состояния величину

$$\Gamma_n = e^{10} \mu / 6n^3; \quad (2.8)$$

для $n = 1$ это дает $5,6 \cdot 10^{11} \text{ сек}^{-1}$.

Скорости двух- и трехфотонной аннигиляции бимюония определяются аналогично соответствующим выражениям для позитрония [7]. Для nS -состояния имеем

$$\Gamma_{2\gamma} = e^{10} \mu / 2n^3 = 1,66 \cdot 10^{12} n^{-3} \text{ сек}^{-1} \text{ (парабимюоний)}, \quad (2.9)$$

$$\Gamma_{3\gamma} = \frac{4e^2}{9\pi} (\pi^2 - 9) \Gamma_{2\gamma} = 1,5 \cdot 10^9 n^{-3} \text{ сек}^{-1} \text{ (ортобимюоний)}. \quad (2.10)$$

Отсюда видно, что ортобимюоний распадается практически лишь на электрон-позитронную пару. В дальнейшем мы будем пренебрегать трехфотонной аннигиляцией.

3. Безрадиационное образование бимюония в электрон-позитронных столкновениях

Этот процесс является обратным по отношению к рассмотренному в разделе 2 распаду. Поэтому можно воспользоваться матричным элементом (2.6). В соответствии с (1.1) сечение процесса можно представить в виде

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} (2\pi)^{-4} \int |M_1|^2 \text{Im} G(P^2) d^4P. \quad (3.1)$$

В системе центра инерции (с. п. и.)

$$G(P^2) d^4P = (2\pi)^{-3} d^3P \rho(P_0) dP_0; \quad (3.2)$$

здесь

$$\rho(P_0) dP_0 = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{dP_0}{[P_0 - (2\mu - \delta)]^2 + \Gamma^2/4}. \quad (3.3)$$

После суммирования по конечным спиновым состояниям и усреднения по спинам начальных частиц получим ³⁾

$$\sigma_0^{(n)} = \frac{\pi e^{10}}{8n^3 \mu} \frac{\Gamma_n}{[P_0 - (2\mu - \delta)]^2 + \Gamma_n^2/4}, \quad (3.4)$$

где E — энергия начального электрона (позитрона). В резонансе (т. е. при $E = \mu - \delta/2$) получаем сечение

$$\sigma_0^{(n)} = 3\pi/n^3 \mu^2 = 0,33 \cdot 10^{-24} n^{-3} \text{ см}^2. \quad (3.5)$$

Как известно, при взаимодействии электронов и позитронов больших энергий становятся существенными радиационные поправки, причем наиболее существенный вклад вносят так называемые дважды логарифмические члены [8,9]. Радиационные поправки к процессу образования бимюония могут быть вычислены, как это сделано Хейфецем и одним из авторов [9]. Считая, что максимальная энергия, которую могут унести γ -кванты, порядка ширины уровня, получим

$$\sigma_R^{(1)} = \sigma_0^{(1)} \exp\left(-\frac{4e^2}{\pi} \ln \frac{\mu}{m} \ln \frac{\mu}{\Gamma}\right) = 0,27 \sigma_0^{(1)}, \quad (3.6)$$

здесь m — масса электрона.

³⁾ Впервые превращение электрон-позитронной пары в пару $\mu^+\mu^-$ рассмотрено Берестецким и Померанчуком [13].

4. Радиационное образование бимюония в электрон-позитронных столкновениях

Представляет также интерес образование бимюония с излучением дополнительных фотонов. Ясно, что этот процесс интересен лишь вблизи порога, поэтому мы будем рассматривать только излучение мягких квантов

$$\omega/\mu \ll 1. \quad (4.1)$$

Процесс излучения фотонов может происходить так, что один из фотонов уносит значительно большую энергию, чем все остальные. Этот процесс можно рассматривать в рамках теории возмущений, критерий применимости которой имеет вид [10]

$$e^2 \ln \frac{\mu}{m} \ll 1, \quad \frac{e^2}{\pi} \ln \frac{\mu}{m} \ln \frac{\mu}{\omega_{min}} \ll 1. \quad (4.2)$$

Из (4.2) следует, что мы можем положить ω_{min} порядка ширины уровня 1S-состояния бимюония [8,2]

$$\omega_{min} = \Gamma_1 \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ eV} \quad (4.3)$$

и таким образом рассматривать с помощью теории возмущений самую интересную область

$$\Gamma < \omega \ll \mu. \quad (4.4)$$

Случай, когда излучаются более мягкие кванты, рассмотрен в разделе 3.

Диаграммы процесса приведены на рис. 3, 4. При нерелятивистских энергиях бимюония диаграммы на рис. 3 описывают рождение бимюония в ор-

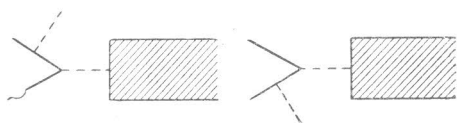


Рис. 3

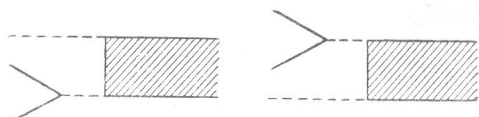


Рис. 4

тосостоянии, а диаграммы на рис. 4 — в парасостоянии. Следовательно, интерференционных членов между соответствующими матричными элементами нет. Элементарные оценки показывают, что образование парабимюония по порядку величины в $(\omega/\mu)^2$ раз менее вероятно, чем образование ортобимюония. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением диаграмм на рис. 3. В с. ц. и. соответствующий матричный элемент может быть представлен в виде

$$M = -ie^3 (2\pi)^4 \sqrt{\frac{2\pi}{\omega} \frac{4\pi}{P^2}} \bar{v} \left[\hat{B}^{(1)} \frac{i(\hat{p}_- - \hat{k}) - m}{(p_- - k)^2 + m^2} \hat{e} + \right. \\ \left. + \hat{e} \frac{i(\hat{p}_- - \hat{P}) - m}{(p_- - P)^2 + m^2} \hat{B}^{(1)} \right] u \delta(P + k - p_- - p_+), \quad (4.5)$$

где

$$B_p^{(1)} = \text{Sp} \int C \gamma_\mu \psi(p) d^4 p. \quad (4.6)$$

Для вычисления величины $B^{(1)}$ надо знать волновую функцию бимюония в с. ц. и. электрона и позитрона. Следуя работе Алексева [6] и принимая во внимание (4.1), легко получить, что с точностью до членов, линейных по $|\mathbf{P}|/\mu = \omega/\mu$ и v , при относительном времени $t = 0$

$$\begin{pmatrix} \psi_{00} & \psi_{01} \\ \psi_{10} & \psi_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & f \sigma^T (\mathbf{P} - \mathbf{p})/2\mu \\ \sigma (\mathbf{P} + \mathbf{p}) f/2\mu & 0 \end{pmatrix} \Phi(\mathbf{p}). \quad (4.7)$$

Принимая во внимание (2.3) и (2.5), после усреднения по спинам начальных частиц и суммирования по конечным спиновым состояниям получим дифференциальное сечение радиационного образования ортобимюония в nS -состоянии ⁴⁾:

$$d\sigma_{\text{рад}}^{(n)} = \frac{1}{4n^3} \frac{e^{12} (e\mathbf{p}_-)^2}{\mu^2 (E\omega - \mathbf{p}_-\mathbf{k})^2}, \quad (4.8)$$

где

$$\omega \approx 2E - (2\mu - \delta).$$

После суммирования по поляризациям фотона и интегрирования по углам его излучения получаем полное сечение ⁵⁾:

$$\sigma_{\text{рад}}^{(n)} = \frac{\pi}{2n^3} \frac{e^{12}}{\mu^2} \left(2 \ln \frac{\mu}{m} - 1 \right) \frac{\mu}{\omega}, \quad (4.9)$$

$$\sigma_{\text{рад}} = \sum_n \sigma_{\text{рад}}^{(n)} = 3,6\pi \cdot 10^{-38} \frac{\mu}{\omega} \text{ см}^2. \quad (4.10)$$

Что касается состояний бимюония с высшими орбитальными моментами, то с принятой степенью точности они не образуются.

5. Возможность наблюдения бимюония

Поскольку электроны (позитроны) в пучке ускорителя имеют некоторый разброс по энергиям, то все полученные выражения надо усреднить по энергетическому спектру пучков. Если функция распределения частиц по энергии в электронном пучке $\rho_1(E_1)$, а в позитронном пучке $\rho_2(E_2)$ и сечение рассматриваемого процесса $\sigma(E_1, E_2)$, то усредненное по спектру сечение имеет вид

$$\langle \sigma \rangle = \int \sigma(E_1, E_2) \rho_1(E_1) \rho_2(E_2) dE_1 dE_2. \quad (5.1)$$

Принимая для простоты, что электроны и позитроны распределены по энергиям равномерно в некотором интервале ΔE вблизи порога процесса, получим

$$\langle \sigma_{\text{рад}} \rangle = 3,6\pi \cdot 10^{-38} \frac{\mu}{\Delta E} \left(\ln \frac{\Delta E}{\omega_{\text{min}}} - 1 \right) \text{ см}^2, \quad (5.2)$$

$$\langle \sigma_R \rangle = 0,16 \pi^2 \frac{e^{10}}{\mu^2} \frac{\mu}{\Delta E}. \quad (5.3)$$

Отсюда видно, что заметные сечения ($\sim 10^{-31} \text{ см}^2$) можно получить лишь при малом разбросе энергии в пучке ($\Delta E \sim 1 \text{ keV}$), что в настоящее время весьма затруднительно.

Так как ортобимюоний распадается на электрон-позитронную пару, то его существование проявится как практически изотропная добавка к дифференциальному сечению обычного упругого электрон-позитронного рассеяния:

$$\frac{d\sigma_{\text{доп}}}{d\Omega} = \frac{\langle \sigma_R \rangle + \langle \sigma_{\text{рад}} \rangle}{4\pi}. \quad (5.4)$$

Полагая $\Delta E = 1 \text{ keV}$, получим

$$d\sigma_{\text{доп}}/d\Omega = 1,6 \cdot 10^{-32} \text{ см}^2/\text{стерад}; \quad (5.5)$$

⁴⁾ Это же выражение можно получить с помощью элементарного расчета, в котором конечные мюоны описываются плоскими волнами, а образование связанного состояния учитывается введением множителя $|\Phi(0)|^2$ [11].

⁵⁾ Учет нестабильности конечного состояния ввиду (1.1) несуществен.

для сравнения укажем, что при $\theta = 90^\circ$ сечение упругого рассеяния вблизи порога рождения бимюония равно $1,1 \cdot 10^{-30} \text{ см}^2/\text{стерад}$.

Заметим, что поскольку между основными орто- и парасостояниями бимюония существует энергетическая щель $\Delta\nu = 4,2 \cdot 10^{13} \text{ эв}$, то, подавая в полость, где образуется бимюоний, электромагнитное излучение этой частоты, можно индуцировать переходы между этими состояниями и таким образом подавить ортораспады (парабимюоний распадается на два фотона). Расчеты показывают, что для достижения скорости перехода $\sim 10^{11} \text{ сек}^{-1}$ необходима плотность излучения $\sim 1 \text{ эрг/эв} \cdot \text{см}^3$.

Институт ядерной физики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26 мая 1961 г.

Литература

- [1] P. T. Matthews, A. Salam. Phys. Rev., **115**, 1079, 1959.
- [2] J. Schwinger. Ann. Physics, **9**, 169, 1960.
- [3] R. Garwin, D. P. Hutchinson, S. Penman, G. Shapiro. Phys. Rev., **118**, 271, 1960.
- [4] А. И. Алексеев. ЖЭТФ, **34**, 1195, 1958.
- [5] E. E. Salpeter, H. A. Bethe. Phys. Rev., **84**, 1232, 1951.
- [6] А. И. Алексеев. ЖЭТФ, **36**, 1435, 1959.
- [7] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, 1959.
- [8] В. Н. Байер, С. А. Хейфец. ЖЭТФ, **40**, 613, 1961.
- [9] В. Н. Байер, С. А. Хейфец. ЖЭТФ, **40**, 715, 1961.
- [10] А. А. Абрикосов. ЖЭТФ, **30**, 96, 1956.
- [11] А. Д. Сахаров. ЖЭТФ, **18**, 631, 1948.
- [12] Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, **36**, 646, 1959.
- [13] В. Б. Берестецкий, И. Я. Померанчук. ЖЭТФ, **29**, 864, 1955.

THE FORMATION OF BIMUONIUM IN ELECTRON-POSITRON COLLISIONS

V. N. Bayer, V. N. Synakh

The formation and properties of the bound state of positive and negative muons (bimuonium) are investigated. The possibility of observing bimuonium is discussed.