

К ТЕОРИИ РАССЛОЕНИЯ СМЕСИ НЕИДЕАЛЬНЫХ ФЕРМИ- И БОЗЕ-ГАЗОВ

В. Г. Зелевинский

С помощью модели смеси неидеальных ферми- и бозе-газов рассмотрено явление расслоения [1] раствора жидких изотопов гелия вблизи абсолютного нуля температуры. В рамках первого приближения теории возмущений исследованы некоторые качественные черты равновесия фаз. Эффект определяется взаимодействием между частицами, которое должно удовлетворять определенным условиям. Показано, что при температурах, достаточно далеких от начала расслоения, частицы, принадлежащие к бедным компонентам, необходимо рассматривать как бозьмановский газ. При абсолютном нуле компоненты смеси должны полностью разделяться.

В течение последних лет была подробно исследована [1, 2] фазовая диаграмма смесей жидких изотопов гелия He³ и He⁴ при температурах T < 1°K. В этой области температур однородная жидкая смесь расслаивается на две фазы с различным содержанием изотопов в этих фазах, причем в некоторой области обе фазы являются сверхтекучими. Ход экспериментальных кривых не позволяет с достаточной уверенностью решить, может ли существовать однородный раствор при T=0 (придут ли ветви кривой расслоения точно в углы диаграммы).

Теоретическое рассмотрение диаграммы состояния растворов He³-He⁴ в области расслоения [2] представляет интерес как для понимания механизма самого явления, так и для оценки границ применимости некоторых полупереносных теорий. В ряде работ (например, [3, 4]), посвященных свойствам слабых растворов изотопов гелия, газ примесей считался невырожденным и описывался с помощью статистики Больцмана. Законность такого подхода для столь низких температур и с учетом явления расслоения оставалась не вполне ясной, что оговаривалось авторами [4].

Поскольку очевидно, что, как и в случае расслоения классического раствора [5], определяющим фактором расслоения должно быть взаимодействие между частицами, представляется целесообразной попытка рассмотреть явление расслоения смеси изотопов гелия с помощью модели неидеальных ферми- и бозе-газов. Следует отметить, что такая модель не может быть вполне адекватной действительности, так как неидеальный бозе-газ обладает, в отличие от реального жидкого He⁴, фазовым переходом 3 рода. Тем не менее эта простая модель смеси может оказаться полезной как первое приближение при качественном рассмотрении кривых термодинамического равновесия фаз в области расслоения. В частности, близким к реальности должно быть описание в рамках такой модели той (несверхтекучей) фазы, где велика концентрация He³, что позволит уточнить вопрос об области применимости подхода, использованного в [4].

Существенные результаты при исследовании принятой модели можно получить, применяя методы, связанные с введением функции Грина частиц [6, 7]. Поскольку мы здесь не преследуем цели построения полной термодинамики смеси, ограничимся первым приближением теории возмущений. Однако фактически после выбора определенного выражения для термодинамического потенциала системы дальнейшее рассмотрение не предполагает малости параметров взаимодействия.

Определим функцию Грина частиц сорта α :

$$G_{\alpha}(x, x') = -i Sp \left\{ \exp \left[\left(\Omega - \hat{H} + \sum_{\beta} \mu_{\beta} \hat{N}_{\beta} \right) / \chi T \right] T_{\chi} (\psi_{\alpha}(x) \psi_{\alpha}^{\dagger}(x')) \right\}. \quad (1)$$

Здесь $x = (x, x_4)$; ψ_{α} и ψ_{α}^{\dagger} — обычные операторы уничтожения и рождения частиц сорта α , взятые в гейзенберговском представлении; T_{χ} — символ упорядочивания по четвертой координате; \hat{H} — гамильтониан системы; μ_{β} и $\hat{N}_{\beta} = \int \psi_{\beta}^{\dagger}(x) \psi_{\beta}(x) dx$ — соответственно химический потенциал и оператор полного числа частиц сорта β ;

$$\Omega = -\chi T \ln Sp \left\{ \exp \left[\left(\sum_{\beta} \mu_{\beta} \hat{N}_{\beta} - \hat{H} \right) / \chi T \right] \right\} -$$

термодинамический потенциал в переменных V, T, μ_{α} (V — объем системы); χ — постоянная Больцмана.

Удобно перейти к фурье-компонентам и ввести „массовые операторы“ $M_{\alpha}(p)$, связанные с функциями Грина посредством соотношений

$$G_{\alpha}(p) = \left\{ G_{\alpha}^{0-1}(p) - M_{\alpha}(p) \right\}^{-1}, \quad p = (p, \varepsilon), \quad (2)$$

где $G_{\alpha}^0(p)$ — функция Грина частиц сорта α при отсутствии взаимодействия (когда константа взаимодействия $\lambda = 0$). Тогда путем непосредственного обобщения результатов [6, 7] получим выражение для термодинамического потенциала на единицу объема многокомпонентной системы:

$$\frac{\Omega}{V} = \left(\frac{\Omega}{V} \right)_{\lambda=0} + \frac{1}{2} \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda'}{\lambda'} \sum_{\alpha} \left\{ \mp \frac{i}{(2\pi \hbar)^4} \int M_{\alpha}(p) G_{\alpha}(p) d^4 p \right\}_{\lambda=\lambda'}. \quad (3)$$

Здесь и далее верхний знак относится к ферми-частицам, а нижний — к бозе-частицам (суммирование по всем сортам частиц). Формула (3) справедлива как при T=0, так и при отличной от нуля температуре, причем в последнем случае нужно [6, 7] от интегрирования по ε перейти к суммированию:

$$\varepsilon \rightarrow i\varepsilon_n, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{2\pi} \rightarrow -i\chi T \sum_n f(\varepsilon_n), \quad \varepsilon_n = \begin{cases} (2n+1)\pi\chi T & \text{для фермионов,} \\ 2n\pi\chi T & \text{для бозонов.} \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим смесь неидеальных ферми- и бозе-газов с заданными потенциалами взаимодействия $U(x)$ между бозонами, $V(x)$ между фермионами, $W(x)$ между частицами разных сортов (все величины U, V, W линейно включают параметр взаимодействия λ).

В первом приближении теории возмущений вклад в массовый оператор, например, для ферми-частиц, вносят три члена, соответ-

вующие изменению энергии фермиона в результате его движения в самосогласованном поле остальных фермионов и бозонов и обменно-му рассеянию фермиона на фермионе. (Такое же приближение используется в методе Хартри-Фока).

Массовый оператор в этом приближении равен

$$M_{\phi}(p) = V_0 n_{\phi} + W_0 n_B - \frac{1}{2} \int V_{p-q} n_q^{\phi} \frac{dq}{(2\pi\hbar)^3} \quad (5)$$

и аналогично для бозе-частиц:

$$M_B(p) = U_0 n_B + W_0 n_{\phi} + U_p n_0^B(T) + \int U_{p-q} n_q^B \frac{dq}{(2\pi\hbar)^3} \quad (6)$$

В формулах (5), (6) $V_p = \int V(x) e^{-i/h)p x} dx$ — фурье-компонента потенциала взаимодействия, $n_{\alpha} = N_{\alpha}/V$ — плотность числа частиц сорта α (смесь предполагается пространственно однородной), а

$$n_q^{\alpha} = (2s_{\alpha} + 1) \left\{ \exp[(g_{\alpha}/2m_{\alpha} - \mu_{\alpha})/kT] \pm 1 \right\}^{-1} \quad (7)$$

обычная функция распределения по импульсам для ферми- или бозе-частиц, m_{α} — масса частиц сорта α . Здесь учтена нормировка функции Грина на плотность числа частиц: $iG_{\alpha}^0(x, x) = \mp n_{\alpha}$ и, поскольку речь идет о температурах ниже точки конденсации идеального бозе-газа, в (6) явно выделен вклад конденсата со средней плотностью числа частиц $n_0^B(T)$.

Обычные условия равновесия двухфазной системы заключаются [8] в равенстве для обеих фаз температур T' и T'' , давлений P' и P'' (равных заданному внешнему давлению P) и химических потенциалов μ'_{α} и μ''_{α} каждой из компонент.

Ниже мы рассмотрим поведение расслаивающейся смеси в двух предельных случаях — в окрестности критической точки и вблизи абсолютного нуля температуры. Поскольку заданными величинами являются полные числа частиц N_{ϕ} и N_B , удобнее вместо Ω пользоваться свободной энергией $F = f(T, n_{\phi}, n_B) V$. Для составления условий равновесия надо найти из выражения для f химические потенциалы $\mu_{\alpha} = \partial f / \partial n_{\alpha}$ и давление $P = -f + n_{\phi} \mu_{\phi} + n_B \mu_B$, как функции n_{ϕ}, n_B , которые и будут подлежащими определению неизвестными величинами.

Ограничиваясь линейными по взаимодействию членами и переходя к свободной энергии, получим:

$$f = f_0 + \frac{1}{2} M_B(0) n_0^B(T) + \frac{1}{2} \int \left[M_{\phi}(p) n_p^{\phi} + M_B(p) n_p^B \right] \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} \quad (8)$$

Отсюда найдем химические потенциалы:

$$\mu_{\phi} = \mu_{\phi}^0 + W_0 n_B + \int (V_0 - \tilde{V}_p) n_p^{\phi} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3},$$

$$\mu_B = \mu_B^0 + W_0 n_{\phi} + 2U_0 n_0^B + \int (U_0 + \tilde{U}_p) n_p^B \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3} \quad (9)$$

$$\text{где } \tilde{V}_p = \frac{1}{2} \int V_{p-q} \frac{\partial n_q^{\phi}}{\partial n_{\phi}} \frac{dq}{(2\pi\hbar)^3}, \quad \tilde{U}_p = \int U_{p-q} \frac{\partial n_q^B}{\partial n_B} \frac{dq}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Решение [5] аналогичной задачи о расслоении слабо неидеального классического раствора показывает, что расслоение возможно лишь при выполнении определенных соотношений между усредненными потенциалами взаимодействия пары частиц (соответствующими нашим U, V, W):

$$U_{12} > U_{11}, \quad U_{12} > U_{22}. \quad (10)$$

Это требование, заключающееся в том, чтобы взаимодействие между разными частицами было сильнее (в случае преобладания сил отталкивания, когда $U_{\alpha\beta} > 0$) или слабее (в случае притяжения, когда $U_{\alpha\beta} < 0$), чем между одинаковыми, физически совершенно естественно. Можно показать, что в общем случае смеси газов, подчиняющихся любой статистике, расслоение возможно лишь при наличии взаимодействия между частицами, причем величины, характеризующие это взаимодействие, должны удовлетворять условию, качественно совпадающему с [10].

Простейшей аппроксимацией потенциала взаимодействия может служить отталкивание на очень малых расстояниях

$$U(x-x') = U_0 \delta(x-x'), \quad U_0 > 0. \quad (11)$$

Роль такого взаимодействия должна особенно возрастать при понижении температуры и увеличении концентрации частиц соответствующего сорта (т. е. уменьшении среднего расстояния между ними). Но именно это и происходит при расслоении. Поэтому можно предположить (и это оправдывается результатами), что главный вклад в энергию взаимодействия при $T \rightarrow 0$ вносит взаимодействие (11). Потенциал W в нашем приближении входит вообще лишь в виде W_0 , а взаимодействием примесей между собой (при малой их концентрации) можно пренебречь. В то же время, как будет видно из дальнейшего, при более высокой температуре, когда концентрации разных компонент в фазах по порядку величины близки, вклад сил притяжения оказывается весьма существенным.

Из (5) легко видеть, что, если ограничиться δ -взаимодействием (11), то вклады обменного и самосогласованного членов, содержащих V , в значительной степени компенсируют друг друга. При $T=0$ имеем: $\frac{1}{2} n_p^{\phi} = \frac{1}{2} + (p_0 - p)/|p_0 - p| \cdot 2$, где граничный импульс ферми

$p_0 = (3\pi^2 n_{\phi})^{1/3} \hbar$, и эти члены наполовину уничтожаются (подобные члены для бозе-частиц всегда складываются). Если рассмотреть более общий случай, чем (11), то обменная энергия будет неизвестным функционалом от n_p^{ϕ} . Для упрощения дальнейших вычислений запишем этот член в свободной энергии в некотором усредненном виде:

$$\frac{1}{2} \left(V_0 n_{\phi}^2 - \int V_{p-q} n_p^{\phi} n_q^{\phi} \frac{dp dq}{(2\pi\hbar)^6} \right) = \frac{1}{2} \bar{V}_0 n_{\phi}^2. \quad (12)$$

Члены же, возникающие от потенциала U , можно выписать точно, воспользовавшись тем, что ниже точки бозе-конденсации

$$\frac{\partial n_k^B}{\partial n_B} = \delta_{k,0}.$$

Поскольку речь идет о температурах ниже 1°K, мы должны считать вблизи начала расслоения обе идеальные („затравочные“) ком-

лоненты смеси сильно вырожденными, соответственно чему и брать выражение для f_0 . Пользуясь (12) и учитывая, что $\mu_B^0=0$,

$$\mu_\phi^0 = (5/2)bn_\phi^{2/3} - (1/30b)(\pi\chi T)^2 n_\phi^{-2/3}, \text{ где } b = \frac{1}{5}(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2/m_\phi,$$

получим систему уравнений равновесия фаз:

$$\begin{aligned} P' &= bn_\phi'^{5/3} + \frac{(\pi\chi T)^2}{15b} n_\phi'^{1/3} + U_0 n_B'^2 + W_0 n_\phi' n_B' + \\ &+ \frac{1}{2} \bar{V}_0 n_\phi'^2 + \frac{1}{2} n_B' \Lambda(T) + \zeta(5/2) a_B^{3/2} (\chi T)^{5/2} = P'' = P, \\ \mu_\phi' &= \frac{5}{2} bn_\phi'^{2/3} - \frac{(\pi\chi T)^2}{30b} n_\phi'^{-2/3} + W_0 n_B' + \bar{V}_0 n_\phi' = \mu_\phi'', \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mu_B' = 2U_0 n_B' + W_0 n_\phi' + \Lambda(T) = \mu_B'', \quad (14)$$

Здесь

$$a_a = m_a / (2\pi\hbar^2),$$

$\zeta(x)$ — дзета-функция Римана,

$$\Lambda(T) = \int \frac{U_p - U_0}{e^{p^2/2m_B \chi T} - 1} \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (15)$$

Если бы мы ограничились лишь δ -взаимодействием (11), то для всех p было бы $U_p = U_0$ и $\Lambda(T) \equiv 0$. Докажем, что расслоение в такой системе было бы невозможно (фактически можно рассмотреть более общий случай, считая $\bar{V}_0 \neq \frac{1}{2} V_0$).

Исключая из (13) n_B' и n_B'' , мы приходим к системе двух уравнений для n_ϕ' и n_ϕ'' :

$$\begin{aligned} &bn_\phi'^{5/3} + \frac{(\pi\chi T)^2}{15b} n_\phi'^{1/3} + \frac{1}{2} \left(\bar{V}_0 - \frac{W_0^2}{2U_0} \right) n_\phi'^2 = \\ &= bn_\phi''^{5/3} + \frac{(\pi\chi T)^2}{15b} n_\phi''^{1/3} + \frac{1}{2} \left(\bar{V}_0 - \frac{W_0^2}{2U_0} \right) n_\phi''^2 \\ &\frac{5}{2} bn_\phi'^{2/3} - \frac{(\pi\chi T)^2}{30b} n_\phi'^{-2/3} + \left(\bar{V}_0 - \frac{W_0^2}{2U_0} \right) n_\phi' = \\ &= \frac{5}{2} bn_\phi''^{2/3} - \frac{(\pi\chi T)^2}{30b} n_\phi''^{-2/3} + \left(\bar{V}_0 - \frac{W_0^2}{2U_0} \right) n_\phi''. \end{aligned} \quad (16)$$

Эта система описывает равновесие двух фаз, состоящих из чистого ферми-газа, с разными плотностями в этих фазах и измененным взаимодействием между частицами: $\bar{V}_0 \rightarrow V_0^*$, где

$$V_0^* = \bar{V}_0 - \frac{W_0^2}{2U_0}. \quad (17)$$

Сразу видно, что решение, отвечающее расслоению ($n_\phi' \neq n_\phi''$), могло бы существовать лишь при $V_0^* < 0$, что качественно совпадает

с вышеупомянутым классическим требованием (10). Но легко показать, что и при этом условии нетривиального решения не существует. Действительно, предполагая $n_\phi' \neq n_\phi''$ и исключая из (16) V_0^* , получим $15(bn_\phi'^{1/3} n_\phi''^{1/3})^2 + (\pi\chi T)^2 = 0$, что невозможно, т. е. единственным решением (16) является $n_\phi' = n_\phi''$, а тогда $n_B' = n_B''$, и расслоение отсутствует.

Этот пример показывает, что при вырожденности обеих компонент смеси вблизи начала расслоения нельзя ограничиваться δ -взаимодействием. В самом деле, учтя член $\Lambda(T)$, мы сможем найти решение, описывающее начало расслоения, причем, действительно, существенным окажется вклад сил притяжения. Исключая, как и раньше, n_B' и n_B'' , получим систему уравнений, вполне аналогичную (16), за исключением того, что первое уравнение будет содержать слева и справа член, пропорциональный n_ϕ' и n_ϕ'' , с коэффициентом $(-W_0/4U_0)\Lambda(T)$. Второе уравнение (16) остается без изменения; это опять дает, что искомое решение может существовать только при $V_0^* < 0$.

Раскрывая неопределенность, получающуюся в этой системе при $n_\phi' \rightarrow n_\phi''$, получим два выражения для критической температуры расслоения $T = T_k$:

$$\begin{aligned} -\frac{(\pi\chi T_k)^2}{15b} &= 5bn_\phi^{4/3} + 3V_0^* n_\phi^{5/3} - \\ &- \frac{3W_0}{4U_0} \Lambda(T_k) n_\phi^{2/3} = 5bn_\phi^{4/3} + 3V_0^* n_\phi^{5/3}, \end{aligned}$$

которые будут совместны лишь при

$$\Lambda(T_k) = 0. \quad (18)$$

Из уравнения (18) и должна быть найдена критическая температура.

Нетрудно видеть, что если при $T < T_k$ $\Lambda(T) \neq 0$, то уравнения равновесия допускают решение, обращающееся в 0 при $T = T_k$ и вблизи от T_k имеющее вид

$$\begin{aligned} n_\phi'^{1/3} &= n_\phi^{1/3} - \nu, \quad n_\phi''^{1/3} = n_\phi^{1/3} + \nu, \\ \nu &= \frac{1}{2} \left[\frac{(3W_0/2U_0)\Lambda(T)}{10b + (15/2)V_0^* n_\phi^{1/3}} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Входящая сюда плотность ферми-частиц n_ϕ должна определяться из уравнения состояния $\partial F/\partial V = -P$ при температуре $T = T_k$.

Уравнение (18) не имеет разумных решений не только при δ -взаимодействии, но и вообще при ограничении силами одного знака. Например, для отталкивания абсолютно твердых шаров $U_p - U_0 < 0$ для всех p , в то время как для наличия разумного решения подынтегральное выражение (15) должно менять знак при некотором p , что выполняется для реального потенциала взаимодействия между молекулами. Как видно из (19), ниже критической точки должно быть $\Lambda(T) < 0$, что характерно для преобладания сил отталкивания. В самой критической точке $\Lambda(T)$ меняет знак, т. е. имеет место некое „равновесие“ сил притяжения и отталкивания. При дальнейшем повышении температуры основной вклад в энергию взаимодействия должны вносить силы притяжения.

Рассмотрим теперь область температур вблизи абсолютного нуля. При $T \rightarrow 0$ $\Delta(T) \rightarrow 0$, и мы возвращаемся к системе (16), не имеющей нетривиальных решений. Это показывает, что при достаточно низких температурах такое равновесие фаз, при котором обе компоненты в обеих фазах вырождены, невозможно при любом характере сил взаимодействия.

Температура конденсации идеального бозе-газа

$$T_0^{(ид)} = \frac{3,31}{m_B \lambda} \hbar^2 n_B^{2/3}; \quad (20)$$

для идеального ферми-газа температура вырождения определяется выполнением неравенства

$$\lambda T \ll \varepsilon_0 = \frac{5}{2} b n_\phi^{2/3}. \quad (21)$$

Значит, если с понижением температуры концентрация частиц падает, причем быстрее, чем $T^{3/2}$, то даже если критическая точка расслоения лежала ниже температуры вырождения, при достаточно низких температурах концентрация будет настолько мала, что в качестве невозмущенной функции распределения нужно будет брать не (7), а распределение Больцмана.

Анализ возможных сочетаний статистик, которым подчиняются компоненты смеси вблизи абсолютного нуля, показывает, что единственным случаем, допускающим нетривиальное решение уравнений равновесия фаз, является именно такой случай, когда в каждой фазе газ примесей является невырожденным и описывается больцмановской функцией распределения. Тогда, если считать, например, что в первой фазе мала концентрация ферми-частиц, а во второй — бозе-частиц, система условий равновесия примет вид

$$\begin{aligned} n'_\phi \lambda T + \zeta(5/2) a_B^{3/2} (\lambda T)^{5/2} + U_0 n_B'^2 + W_0 n'_\phi n'_B + \frac{1}{2} \bar{V}_0 n_\phi'^2 &= P, \\ b n_\phi''^{5,3} + \frac{(\pi \lambda T)^2}{15b} n_\phi''^{1,3} + n'_B \lambda T + U_0 n_B''^2 + W_0 n_\phi'' n'_B + \frac{1}{2} \bar{V}_0 n_\phi''^2 &= P, \\ \lambda T \ln n'_\phi - \frac{3\lambda T}{2} \ln(a_\phi \lambda T) + W_0 n'_B + \bar{V}_0 n_\phi' &= \\ = \frac{5}{2} b n_\phi''^{2,3} - \frac{(\pi \lambda T)^2}{30b} n_\phi''^{-2,3} + W_0 n_B'' + \bar{V}_0 n_\phi'' &, \end{aligned} \quad (22)$$

$$2U_0 n_B' + W_0 n_\phi' = \lambda T \ln n_B'' - \frac{3\lambda T}{2} \ln(a_B \lambda T) + 2U_0 n_B'' + W_0 n_\phi''.$$

Легко показать, что эта система имеет решение, соответствующее расслоению, если $U_0, \bar{V}_0, W_0 > 0$ и, как и раньше, $V_0^* \ll 0$. Вблизи абсолютного нуля плотности частиц богатых компонент n'_B и n'' (а значит, и полная плотность смеси) почти не зависят от темпера-

туры и определяются лишь давлением и силами взаимодействия, а плотности n'_ϕ и n'_B быстро уменьшаются по закону

$$n'_\phi = (a_\phi \lambda T)^{3/2} e^{-\frac{n'_B W_0}{\lambda T}}, \quad n'_B = (a_B \lambda T)^{3/2} e^{-\frac{n'_\phi W_0}{\lambda T}}. \quad (23)$$

Таким образом, здесь главную роль в эффекте расслоения играют силы отталкивания между частицами, в особенности между частицами разных сортов. Согласно (23), концентрация примесей стремится к 0 при $T \rightarrow 0$ (полное расслоение), причем достаточно быстро для того, чтобы вплоть до абсолютного нуля примесный газ оставался невырожденным. С повышением температуры становится необходимым учитывать квантовые поправки к больцмановской функции распределения, а вблизи критической точки обе компоненты становятся вырожденными.

Можно привести простые численные оценки (в качестве m_α возьмем массы атомов He^3 и He^4). Предполагая выполненным условие $V_0^* \ll 0$, получим, что (при нормальных давлениях) $n''_\phi \sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$. Идеальный ферми-газ с такой плотностью будет вырожден при $T \ll 1^\circ \text{К}$. Давлением надконденсатных бозе-частиц можно пренебречь. Тогда из условия вырожденности для идеального бозе-газа с плотностью числа частиц n'_B получим, что $U_0 \leq 10^{-38} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$. В качестве грубого сравнения можно привести оценки [9, 10], согласно которым для взаимодействия ротоннов в жидком He^4 между собой $U_0 \approx 0,5 \cdot 10^{-38} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$, а для взаимодействия ротоннов с примесями He^3 $W_0 \approx 8 \cdot 10^{-38} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$, так что условие расслоения вполне может выполняться.

Выше мы имели дело с вырожденностью или невырожденностью лишь „затравочного“ идеального газа. Поэтому, вообще говоря, не исключена возможность того, что λ -линия, для оценки отождествляемая нами с линией фазовых переходов в неидеальном бозе-газе и идущая для фазы, где велика концентрация ферми-частиц, внутри кривой расслоения [2] (что отвечает неустойчивым состояниям, которые не реализуются), при очень низких температурах могла бы падать менее круто, чем ветвь кривой расслоения, и вновь попасть в область вне этой кривой. Однако с помощью обычного метода [8] получим сдвиг точки бозе-конденсации:

$$T_0 \approx T_0^{(ид)} \left(1 - \frac{Q W_0}{V 8 U_0 (1 - Q V 2 U_0)} \frac{c}{1 - c} \right)^{2,3}, \quad (24)$$

где $c = n_\phi/n$, $Q = 3,31 \pi^{5,6} a_B^{1,2} n^{1,6}$, т. е., согласно нашим оценкам, $Q V 2 U_0 \approx 0,5$ и $T_0 < T_0^{(ид)}$. Но при достаточно низких температурах в фазе, богатой He^3 , $T > T_0^{(ид)}$ и, значит, заведомо $T_0 < T$.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что, несмотря на грубость принятой модели, основные черты рассмотренной картины расслоения могут быть близки к реальным (для несверхтекучих фаз). Проведенное рассмотрение подтверждает законность феноменологического подхода [4], и область справедливости представлений о слабых растворах He^4 в He^3 , развитых в [4], может быть расширена до сколь угодно низких температур, так как снимается высказанное авторами [4] ограничение областью, лежащей вне кривой расслоения. Выше уже говорилось, что используемая модель непосредственно неприменима к сверхтекучим фазам. Можно, однако, ожидать, что

основные черты явления—определяющая роль взаимодействия и, главным образом, между различными частицами, соотношение между силами притяжения, отталкивания и критической точкой расслоения, полное расслоение при $T \rightarrow 0$ и в особенности механизм, связанный с понижением степени вырождения и необходимостью рассматривать бедную компоненту смеси как бoльцмановский газ,—сохранятся и при построении полной термодинамики растворов жидких изотопов гелия с учетом сверхтекучести He^4 .

В заключение выражаю глубокую благодарность В. П. Силину, под руководством которого выполнена данная работа.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] G. K. Walters, W. H. Fairbank. Phys. Rev., 103, 262, 1956. [2] К. Н. Зинovieва, В. П. Пешков. ЖЭТФ, 37, 33, 1959. [3] И. Я. Померанчук. ЖЭТФ, 19, 42, 1949. [4] В. Н. Жарков, В. П. Силин. ЖЭТФ, 37, 143, 1959. [5] Я. И. Френкель. Статистическая физика. Изд. АН СССР, 1948. [6] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский. ЖЭТФ, 36, 900, 1959. [7] Е. С. Фрадкин. ЖЭТФ, 36, 1280, 1959. [8] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. ГИТТЛ, 1951. [9] Л. Д. Ландау, И. М. Халатников. ЖЭТФ, 19, 637, 1949. [10] И. М. Халатников, В. Н. Жарков. ЖЭТФ, 33, 1108, 1957.

Московский госуниверситет
имени М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
3 февраля 1960 г.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ МАГНИТНОЙ (ДОМЕННОЙ) И ДИСЛОКАЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

И. Я. Дехтяр, Э. Г. Мадатова

В соответствии с современными теориями коэрцитивной силы и в предположении, что при высокотемпературной закалке в металле образуются дефекты кристаллического строения типа дислокаций, рассмотрено их взаимодействие с доменной структурой. Расчет зависимости коэрцитивной силы от времени низкотемпературного отпуска находится в хорошем согласии с данными эксперимента.

Расчет, проведенный в предположении, что при высокотемпературной закалке образуются дефекты, имеющие форму сферических включений, не подтверждается экспериментом.

Для развития теории коэрцитивности большое значение в последнее время приобрели исследования влияния структурных неоднородностей на величину и изменение коэрцитивной силы (H_c).

Как известно, H_c определяется величиной силы внешнего поля, необходимого для перемещения границы через потенциальный энергетический барьер. Для перемещения границы на Δx граничная энергия на 1 см^2 ($\sigma_{\text{гр}}$) должна возрасти на $\Delta \sigma_{\text{гр}}$, что осуществляется за счет изменения магнитного момента $I_s \Delta x$ в поле H' : $2H' I_s \Delta x = \Delta \sigma_{\text{гр}}$. Критическое поле H_c , требуемое для смещения границы на длину области, определится самым большим локальным препятствием на пути границы; поэтому

$$H_c = \frac{1}{2I_s} \left(\frac{d\sigma_{\text{гр}}}{dx} \right)_{\text{макс}}$$

Поскольку, как можно предположить, $\frac{d\sigma_{\text{гр}}}{dx}$ определяется величиной и распределением дефектов кристаллического строения, то, очевидно, для изучения влияния последних на H_c необходимо провести такой эксперимент, который позволял бы дозировать и регулировать структурные дефекты и следить за тем, как в этих условиях будет изменяться коэрцитивная сила.

1. ИЗМЕНЕНИЕ КОЭРЦИТИВНОЙ СИЛЫ ПРИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОМ ОТПУСКЕ ЗАКАЛЕННОГО ОТ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ФЕРРОМАГНЕТИКА

Для изучения связи между дислокационной структурой и магнитной (доменной) структурой было исследовано изменение H_c при низкотемпературном отпуске чистого никеля, подвергнутого закалке при температуре 1040°C (рис. 1). Образцы в форме проволоки диаметром $0,5 \text{ мм}$ и длиной 70 мм после однократной закалки от 1040° в воде