

которые после возвращения в зону сильной ионизации могут быть вновь из нее уведены. Причины этого в настоящее время указать трудно, но при обсуждении тех или иных возможностей следует принимать во внимание два обстоятельства. Во-первых, неэкспоненциальность закона затухания свечения, свидетельствующую, скорее всего, о том, что голубое свечение не связано с изолированными центрами излучения. Во-вторых, изменение кинетики затухания амплитуды импульсов выключения с одновременным сохранением светосуммы излучения при варьировании длительности импульсов t' , т. е. интервала времени между образованием зоны сильной ионизации и возвращением в нее электронов. Последнее свидетельствует об изменении условий высвечивания центров до того, как возможность высвечивания реализуется, без изменения числа этих центров.

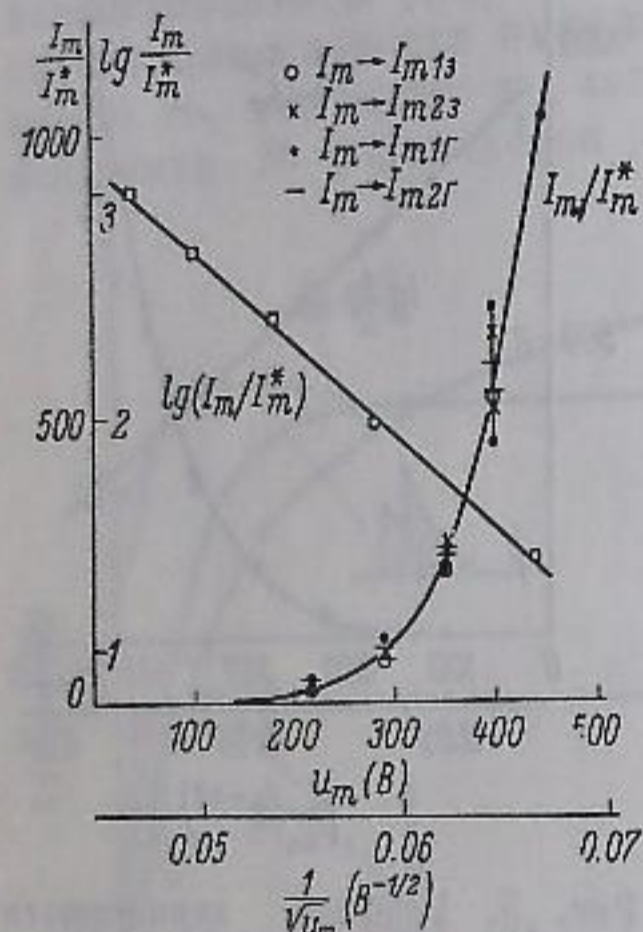


Рис. 7. Графики зависимости $I_m = f(v_m)$ для зеленой и голубой полос люминесценции. Вертикальные отрезки указывают разброс значений I_m при изменении длительности импульсов от 40 до 500 мксек.

станием напряжения растет число ионизованных центров свечения, но не изменяются вероятности их высвечивания. Это согласуется, в частности, с независимостью от амплитуды импульсов напряжения кинетики свечения.

Зависимость $A' = f(t')$ в голубой полосе связана с уже отмечавшимися изменениями условий высвечивания центров голубого излучения при варьировании величины t' . Поскольку причины этого в настоящее время неясны, дальнейшее исследование поведения коэффициента A' в выражении (2) при изменении условий, в которых наблюдается свечение, заслуживает, по нашему мнению, особого внимания.

Литература

[1] О. Н. Каванкин, Ф. М. Пекерман и Л. Н. Петошина. Изв. АН СССР, 21, 721, 1957. — [2] А. М. Бонч-Бруевич и О. С. Маренков. Опт. и спектр., 8, 855, 1960. — [3] W. Piper, F. Williams. Phys. Rev., 81, 151, 1951. — [4] D. Frankl. Phys. Rev., 100, 1105, 1955; 111, 1540, 1958. — [5] P. Zalm. Philips Res. Rep., 11, 353, 1956. — [6] С. Нааке. J. Appl. Phys., 28, 117, 1957. — [7] G. Destriaux, H. Ivey. Proc. IRE, 43, 1911, 1955. — [8] В. А. Чуенков. Изв. АН СССР, сер. физ., 22, 369, 1938. — [9] Л. В. Келдыш. ЖЭТФ, 37, 713, 1959.

Поступило в Редакцию 14 июля 1960 г.

ДЕЙСТВИЕ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВЕЩЕСТВЕ

О. Я. Савченко

В рамках уравнения Шредингера получены общие формулы, описывающие изменение комплексного коэффициента преломления циркулярно поляризованного излучения в некоторых средах вне и внутри области аномального поглощения в случае действия на эти среды переменного магнитного поля, направленного вдоль линии распространения циркулярно поляризованного излучения.

В работах [1-3] подробно рассмотрено действие на оптические свойства среды постоянного магнитного поля. Действие же переменного поля нигде не обсуждается, хотя, как это следует из работы [4], в этом случае необходимо ожидать своеобразных магнито-оптических эффектов.

Ниже рассматривается влияние переменного магнитного поля на величину комплексного коэффициента преломления циркулярно-поляризованного излучения, распространяющегося в газе вдоль вектора напряженности магнитного поля.

Для определения коэффициента преломления газовой среды необходимо найти характер поляризации каждой отдельной молекулы в заданном поле излучения. Поляризация же молекулы в оптической области однозначно определяется видом волновой функции электрона, возмущенной полем излучения [5].

Поэтому в нашем рассмотрении первой задачей является получение волнового уравнения для электрона при действии на него магнитного поля $H(t)$ и, например, правоциркулярной волны, распространяющейся вдоль вектора напряженности магнитного поля. В случае, когда молекулярное потенциальное поле V , в котором движется электрон, зависит только от сферических координат r и ϑ (и не зависит от сферической координаты φ), а суммарный спиновый момент всех электронов равен нулю, указанная волновая функция Ψ находится путем решения следующего уравнения Шредингера [5]:

$$\Delta \Psi + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r, \vartheta) \Psi + \frac{eH(t)}{i\hbar c} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{\mu E e r \cos \vartheta}{i\hbar^2} [\exp i(\nu t + \varphi) + \exp i(-\nu t - \varphi)] \Psi = 0. \quad (1)$$

Здесь μ и e — масса и заряд электрона, $2\pi\hbar$ — постоянная Планка, c — скорость света, E — напряженность электрической составляющей поля излучения, $\frac{\nu}{2\pi}$ — частота поля излучения.

Вдали от области аномального поглощения Ψ с достаточной степенью приближения может быть представлена в виде суммы двух функций U_n и ω_n , где U_n — волновая функция электрона, невозму-

щенного полем излучения. Эта функция определяется из уравнения:

$$\Delta U_H + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial U_H}{\partial t} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r, \vartheta) U_H + \frac{eH(t)}{i\hbar c} \frac{\partial U_H}{\partial \varphi} = 0 \quad (2)$$

и может быть представлена в виде

$$U_H = u(r, \vartheta) \exp \left(im\varphi - i \frac{W_k}{\hbar} t + \frac{emi}{2\mu c} \int^t H(\tau) d\tau \right) \quad (3)$$

где m — целое число, а ω_H — определяется из уравнения

$$\Delta \omega_H + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial \omega_H}{\partial t} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r, \vartheta) \omega_H + \frac{eH}{i\hbar c} \frac{\partial \omega_H}{\partial \varphi} = \frac{\mu E r \cos \vartheta}{\hbar^2} [\exp i(\nu t + \varphi) + \exp i(-\nu t - \varphi)]. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) ищем в виде

$$\omega_H = \omega_H^+ \exp \left[i(\nu t + \varphi) + im\varphi - i \frac{W_k}{\hbar} t + \frac{emi}{2\mu c} \int^t H(\tau) d\tau \right] + \omega_H^- \exp \left[-i(\nu t + \varphi) + im\varphi - i \frac{W_k}{\hbar} t + \frac{emi}{2\mu c} \int^t H(\tau) d\tau \right]. \quad (5)$$

Тогда значения ω_H^\pm должны удовлетворять уравнению

$$\Delta \omega_H^\pm + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial \omega_H^\pm}{\partial t} + \frac{m^2 + 1}{\sin^2 \vartheta} \omega_H^\pm + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[W_k + V(r, \vartheta) \mp \hbar \left(\nu - \frac{eH}{2\mu c} - \frac{m\hbar}{\mu \sin^2 \vartheta} \right) \right] \omega_H^\pm = \frac{\mu E r \cos \vartheta}{\hbar^2} U_H(r, \vartheta). \quad (6)$$

Решение уравнений (6) может быть представлено в виде следующего двойного ряда:

$$\omega_H^\pm = \left[i \sum_{m'} e\hbar \Psi_m^\pm \cdot \int r \cos \vartheta u_H(r, \vartheta) \Psi_H^\pm dv \cdot \int^t \exp i \left[(W_k - W_m \pm \hbar \nu)(t - \tau) \mp \pm \frac{e\hbar}{2\mu c} \int_\tau^t H d\tau \right] d\tau \right] E = \sum_{m'} \Psi_m^\pm \sum_n \frac{(\pm 1)^n n! f_{nm}^\pm(t)}{[W_k - W_m \pm \hbar(\nu - \nu_L)]^{n+1}}. \quad (7)$$

Здесь W_m и Ψ_m^\pm — собственные значения и собственные функции уравнения (6) без правой части в случае, если H и ν равны нулю, а $f_{nm}^\pm(t)$ — функции, зависящие от времени и определяемые из следующих дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial f_{nm}^\pm}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [W_k - W_m \pm \hbar(\nu - \nu_L)] f_{nm}^\pm = \frac{\nu_L}{2} f_{(n-1)m}^\pm; \quad \nu_L = \frac{eH}{2\mu c}. \quad (8)$$

Следовательно,

$$f_{nm}^\pm = \int^t \exp i \left[(W_k - W_m \pm \hbar \nu)(t - \tau) \mp \hbar \int_\tau^t \nu_L d\tau \right] \cdot \frac{\nu_L}{2} f_{m(n-1)}^\pm d\tau, \quad (9)$$

где f_{nm} — постоянные, выбираемые таким образом, чтобы в случае $H=0$ значение

$$\omega_0^\pm = \sum_{m'} f_{m0}^\pm \Psi_m^\pm \quad (10)$$

представляло решение уравнения (6).

Обрывая ряд (7) на n -м члене, аппроксимируем точное решение уравнения (6) оставшимися n -членами с относительной ошибкой порядка

$$\frac{(\nu_L \hbar^2)^n}{[W_k - W_m \pm \hbar(\nu - \nu_L)]^{2n}}. \quad (11)$$

Зная ω_0^\pm , можем найти комплексный коэффициент преломления изолированных молекул, волновые функции электронов в которых даются выражением (3) [5].

В случае, когда

$$\frac{\nu_L \hbar^2}{[W_k - W_m \pm \hbar(\nu - \nu_L)]^2} \ll 1,$$

при суммировании по n в выражении (7) можно брать два члена, считая, что

$$f_{1m} \approx \frac{f_{0m} \nu_L \hbar}{i [W_k - W_m \pm \hbar(\nu - \nu_L)]}.$$

Тогда для значения комплексного коэффициента поглощения после несложных выкладок [5] получаем

$$n^2 - 1 = \frac{2Ne^2}{3\hbar} \sum_{m'} \frac{\nu_{mk} |x_{mk}|^2}{\nu_{mk}^2 - (\nu - \nu_L)^2} \left\{ 1 + i \frac{2\nu_L(\nu - \nu_L) [3\nu_{mk}^2 - (\nu - \nu_L)^2]}{\nu_{mk} [\nu_{mk}^2 - (\nu - \nu_L)^2]^2} \right\}. \quad (12)$$

Здесь

$$\nu_{mk} = \frac{W_k - W_m}{\hbar}; \quad x_{mk} = \int r \cos \vartheta u_H(r, \vartheta) \Psi_m dv.$$

Из формулы (12) вытекает, что если на оптическую среду, для которой коэффициент преломления правополяризованной волны в отсутствие магнитного поля определяется выражением

$$n_0^2 - 1 = \sum \frac{a_n}{\nu_n^2 - \nu^2},$$

действует продольное магнитное поле, коэффициент преломления при наличии поля может быть найден по формуле:

$$n_H^2 - 1 = \sum \frac{a_n}{\nu_n^2 - (\nu - \nu_L)^2} \left\{ 1 + i \frac{2\nu_L(\nu - \nu_L) [3\nu_n^2 + (\nu - \nu_L)^2]}{\nu_n [\nu_n^2 - (\nu - \nu_L)^2]^2} \right\}. \quad (13)$$

Аналогичная формула для левополяризованной волны отличается от (13) только тем, что вместо ν_L и ν_L необходимо подставить $-\nu_L$ и $-\nu_L$. Однако в области аномального поглощения формулы (12) и (13) неверны, так как методика, основанная на использовании теории возмущения, в этом случае

неприменима и нужно искать другую аппроксимацию точного решения уравнения (1). Будем искать приближенное решение уравнения (1) в виде

$$\Psi \approx a_0(t) U_k + \sum a_n(t) \Psi_n, \quad (14)$$

где $a_n(t)$ — коэффициент, зависящий только от времени, а Ψ_n — те из собственных функций уравнения (2), энергия которых отличается от энергии основного состояния на

$$\hbar\nu \approx W_k - W_n \quad (15)$$

и матричные элементы перехода которых в основное состояние отличны от нуля. Налагая на систему наряду с переменным постоянным магнитное поле, снимающее вырождение функции Ψ_n , мы тем самым можем добиться того, чтобы только для одной из них выполнялось соотношение (15). Это позволит нам воспользоваться двухчленным приближением, что значительно упрощает все выкладки. Будем искать приближенное решение в виде

$$\Psi \approx a_0(t) U_k + a_1(t) \Psi_n, \quad (16)$$

где

$$\Psi_n = \Psi(r, \theta) \exp \left[i(m+1)\varphi - i \frac{W_n}{\hbar} t + \frac{e(m+1)}{2\mu c} i \int^t H d\tau \right]. \quad (17)$$

Подставляя Ψ в уравнение (1), получаем

$$\frac{2i\mu}{\hbar} U_k \frac{\partial a_0}{\partial t} + \frac{2i\mu}{\hbar} \Psi_n \frac{\partial a_1}{\partial t} - \frac{\mu E e r \cos \vartheta}{\hbar^2} [\exp i(\nu t + \varphi) + \exp i(-\nu t - \varphi)] \times \\ \times (a_0 U_k + a_1 \Psi_n) = 0. \quad (18)$$

Умножая уравнение (18) на Ψ_n^* и U_k^* и интегрируя правую и левую части двух вновь полученных уравнений по всему объему, получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial a_1}{\partial t} &= \frac{\mu e E}{\hbar^2} a_0 \exp \left(i\nu t - i \frac{W_k - W_n}{\hbar} t - \frac{ei}{2\mu c} \int^t H d\tau \right) \int u_k r \Psi_n^* \cos \vartheta d\nu, \\ \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial a_0}{\partial t} &= \frac{\mu e E}{\hbar^2} a_1 \exp \left(-i\nu t + i \frac{W_k - W_n}{\hbar} t + \frac{ei}{2\mu c} \int^t H d\tau \right) \int u_k^* r \Psi_n \cos \vartheta d\nu. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Если обозначить $\nu t - \frac{W_k - W_n}{\hbar} t - \frac{ei}{2\mu c} \int^t H d\tau$ через ε , $\frac{eE}{2\hbar i} \int \Psi_n^* r \cos \vartheta u_k d\nu$ через F_{kn} , то уравнение (19) переписывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_0 &= -F_{kn}^* \exp(-i\varepsilon) \cdot a_1, \\ \dot{a}_1 &= F_{kn} \exp i\varepsilon \cdot a_0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Легко проверить, что эта система равноценна следующей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_0 - i\varepsilon \dot{a}_0 + |F_{kn}|^2 a_0 &= 0, \\ \dot{a}_1 + i\varepsilon \dot{a}_1 + |F_{kn}|^2 a_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Если вместо a_0 и a_1 подставить соответственно

$$b_0 \exp \frac{i\varepsilon}{2} \text{ и } b_1 \exp \frac{-i\varepsilon}{2}$$

то для определения b_0 и b_1 получаем следующие два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{b}_0 + \left(|F_{kn}|^2 - i \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon^2}{4} \right) b_0 &= 0, \\ \dot{b}_1 + \left(|F_{kn}|^2 + i \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon^2}{4} \right) b_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Рассмотрим решение уравнений (22), когда $H = \text{const}$, а членами, содержащими H , можно пренебречь вследствие их малости. По-видимому, это имеет место в промежутке времени $\Delta t \ll \frac{1}{\varepsilon}$ после включения переменного магнитного поля. В этом случае интегрирование уравнений (22) элементарно. Это позволяет определить Ψ , удовлетворяющее начальным условиям [6]

$$a_0(0) = 1, \quad a_1(0) = 0,$$

$$\Psi = \Psi_k \left\{ \exp \frac{i\varepsilon}{2} \cdot \cos \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + |F_{kn}|^2 - \frac{i\varepsilon}{2}} t - \frac{i\varepsilon \exp \frac{i\varepsilon}{2}}{2 \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + |F_{kn}|^2 - \frac{i\varepsilon}{2}}} \right. \\ \left. \sin \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + |F_{kn}|^2 - \frac{i\varepsilon}{2}} t \right\} - \Psi_n \frac{F_{nk}^* \exp \frac{-i\varepsilon}{2}}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + |F_{kn}|^2 + \frac{i\varepsilon}{2}}} \times \\ \times \sin \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + |F_{kn}|^2 + \frac{i\varepsilon}{2}} t. \quad (24)$$

Принимая, что F_{nn} и F_{kk} равны нулю, для комплексного коэффициента преломления получаем [5]:

$$n_{\text{H}}^2 - 1 = \frac{Ne^2 |r_{nk}|^2}{3\hbar} \left\{ \frac{\nu - \nu_{kn} - \nu_L}{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 - 2i\nu_L} + \right. \\ \left. + \frac{i \sin \sqrt{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 + 2i\nu_L}}{\sqrt{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 + 2i\nu_L}} - \right. \\ \left. - \frac{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L) \cos \sqrt{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 + 2i\nu_L}}{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 + 2i\nu_L} \right\}. \quad (25)$$

Среднее значение коэффициента преломления для систем, реальное время жизни возбужденного состояния которых равно $\frac{1}{\gamma}$, можно ориентировочно оценить по формуле

$$\overline{n_{\text{H}}^2} - 1 = \gamma \int_0^{\infty} (n_{\text{H}}^2 - 1) \exp(-\gamma t) dt. \quad (26)$$

Интегрирование дает

$$\overline{n_{\text{H}}^2} - 1 = \frac{Ne^2 |r_{nk}|^2}{3\hbar} \frac{\nu - \nu_{kn} - \nu_L + i\gamma}{(\nu - \nu_{kn} - \nu_L)^2 + 4|F_{kn}|^2 + \gamma^2 - 2i\nu_L} \quad (27)$$

Нужно отметить, что формула (27) верна в случае

$$|\gamma| \gg |\nu - \nu_{kn} - \nu_L|,$$

для которого

$$\frac{n_H^2 - 1}{n_H^2} \approx \frac{Ne^2 |x_{nm}|^2}{3h} \frac{i\gamma}{4|F_{kn}|^2 + \gamma^2 - 2i\gamma_L} \quad (28)$$

В оптической области, как правило,

$$|F_{kn}|^2 \ll \gamma^2.$$

Следовательно,

$$\frac{n_H^2 - 1}{n_H^2} \approx \frac{Ne^2 |x_{nm}|^2}{3h} \frac{i\gamma}{\gamma^2 - 2i\gamma_L} = \frac{1}{(n_0^2 - 1)} \frac{1}{1 - \frac{2i\gamma_L}{\gamma^2}} \quad (29)$$

Здесь \bar{n}_0 — коэффициент преломления правоциркулярной волны в отсутствие переменного магнитного поля.

Аналогичную формулу можно получить для левоциркулярной волны, заменяя $\dot{\gamma}_L$ на $-\dot{\gamma}_L$. Полученные формулы (13) и (29) справедливы для системы молекул с несколькими электронами, спины которых скомпенсированы, а проекция общего момента количества движения электронов на выделенную в пространстве ось (в нашем случае эта ось направлена вдоль вектора напряженности магнитного поля) равна нулю или целому кратному \hbar [6].¹

К таким системам можно отнести пары элементов с четным числом электронов, большинство двухатомных газов и инертные газы.

Литература

- [1] М. В. Волькенштейн. Молекулярная оптика, ГИТТЛ, М.—Л., 1951.— [2] М. Борн. Оптика, ОНТИ, М., 1937.— [3] Handb. Experimentalphys. 16, 1936.— [4] М. А. Дивильковский. ЖЭТФ, 7, 650, 1937.— [5] А. Зоммерфельд. Строение атома и спектры, т. 2. ГИТТЛ, М.—Л., 1956.— [6] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, ч. 1, ГТИ, М., 1948.

Поступило в Редакцию 27 июня 1960 г.

К МОЛЕКУЛЯРНОЙ ТЕОРИИ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА В КРИСТАЛЛАХ

Б. А. Сотский

Дана молекулярная теория отражения и преломления света прозрачными кристаллами, граничащими как с вакуумом, так и с изотропной средой. Приведено строгое молекулярное обоснование условия полной поляризации, уточнен физический смысл закона Брюстера.

В классических работах Эвальда [1] дано молекулярное обоснование законов распространения, преломления и отражения плоских электромагнитных волн в кристаллах, получены выражения для дисперсии и уравнение нормалей для кристалла любого вида. Однако амплитудные соотношения получены Эвальдом только для кубического кристалла, который в оптическом отношении является изотропным. Формулы Френеля для анизотропных кристаллов до сих пор не были получены из молекулярной теории, по-видимому, вследствие весьма сложного их вида для общего случая кристалла, а также специфических трудностей, связанных с наличием двух волн в кристаллах.

В последнее время (см. [2]) на основе инвариантного метода феноменологическим путем были получены обозримые формулы для амплитуд отраженной и преломленной волн в прозрачных кристаллах в векторном виде.

Целью настоящей работы является строгое молекулярное обоснование формул Френеля для прозрачного кристалла любого типа, граничащего с вакуумом или изотропной средой.

Пусть на плоскую границу кристаллической среды (см. рис. 1) из вакуума падает плоская электромагнитная волна 1

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - m\mathbf{r})} \quad (m^2 = 1). \quad (1)$$

Под воздействием этой волны в кристалле возникает некоторое состояние колебания диполей. Как обычно, предположим, что состояние можно описать плоской дипольной волной

$$\mathbf{p}_l = \mathbf{p} e^{i(\omega t - m''\mathbf{r}_l)}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{p}_l — электрический момент l -го диполя, \mathbf{p} — амплитуда колебаний диполей, m'' — вектор рефракции дипольной волны, $\mathbf{r}_l = l_i \mathbf{a}_i$ ($i = 1, 2, 3$), где \mathbf{a}_i — ба-

¹ Величины, имеющие размерность длины, предполагаются измеренными в единицах $\frac{\lambda}{2\pi}$, где λ — длина волны света в вакууме; вектор $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$, где n — показатель преломления, а \mathbf{n} — единичный вектор волновой нормали.

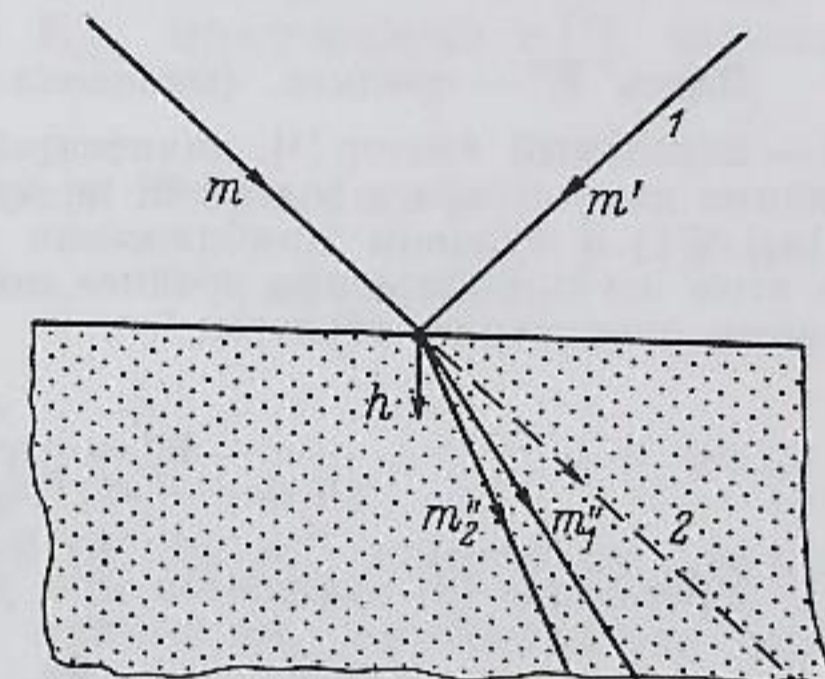


Рис. 1.

¹ Естественно, что полученные формулы будут верны только в случае, если $\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial t} \cdot \frac{1}{v} \ll 1$, т. е. когда относительное изменение коэффициента за время одного периода волны много меньше единицы [1].