

С. С. МОИСЕЕВ, Р. З. САГДЕЕВ

ОБ УДАРНЫХ ВОЛНАХ В РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЕ,
ПОМЕЩЕННОЙ В СЛАБОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

(Представлено академиком А. А. Арцимовичем 3 V 1962)

В настоящее время подробно исследован вопрос о так называемых «бесстолкновительных» ударных волнах в плазме, распространяющихся поперек сильного магнитного поля (см. (1); там же библиография). Магнитное поле, параллельное плоскости фронта волны, удерживает более «горячие» частицы, предотвращая расплывание переходной области между невозмущенной («холодной») плазмой (перед фронтом ударной волны) и «нагретой» плазмой за волной. При больших числах Маха толщина фронта такой волны близка по порядку величины к ларморовскому радиусу ионов. В ряде работ (2, 3) обсуждалась возможность существования бесстолкновительных ударных волн и в плазме без магнитного поля. Здесь в качестве механизма, сдерживающего расплывание переходной области, указывалась так называемая «пучковая» неустойчивость двух взаимодействующих плазм. При таком подходе, однако, не учитывался тепловой разброс внутри каждого из пучков». Более строгое рассмотрение, учитывающее тепловое движение, не дает, однако, неустойчивости вплоть до чисел Маха от единицы до приблизительно $(m_i/m_e)^{1/2}$, если «температуры» электронов сравнимы с «температурой ионов» или меньше их*; m_i — масса иона, m_e — масса электрона (см., например, (4)). Ниже мы покажем, что неустойчивость иного типа (так называемая «неизотропная») даже при небольших числах Маха должна приводить к образованию бесстолкновительной ударной волны.

1. Исследуем прежде всего вопрос о характере самой неустойчивости. Для начала ограничимся случаем, когда магнитное поле H_0 в невозмущенной плазме вообще отсутствует. Будем рассматривать возмущения с $\text{div } \mathbf{E} = 0$ (так называемые поперечные). Исходная линеаризованная система уравнений для возмущенных величин $f_1, \mathbf{E}, \mathbf{H}$ имеет вид:

$$\frac{\partial f_{1\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_{1\alpha}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{vH}] \right\} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial v} = 0; \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \sum_\alpha e_\alpha \int \mathbf{v} f_{1\alpha} d\mathbf{v} + \frac{1}{d} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (3)$$

где $f_{0\alpha}$ — невозмущенная функция распределения ($\alpha = i, e$). Как и обычно, возмущение выбираем в виде $\sim \exp i(\mathbf{kr} - \omega t)$. Вообще говоря, $f_{0i}(\mathbf{v})$ — некоторая неизотропная функция. Однако для конкретности выберем ее в виде

$$f_{0i} = \left(\frac{m_i}{2\pi T_\perp} \right) \left(\frac{m_i}{2\pi T_\parallel} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \frac{m_i v_\perp^2}{2T_\perp} - \frac{m_i v_\parallel^2}{2T_\parallel} \right\}. \quad (4)$$

* Случай очень «горячих» по сравнению с ионами электронов ($T_e \gg T_i^e$), как показано в (5), приводит к своеобразной «бесстолкновительной» ударной волне, но совсем по другой причине.

Получающиеся результаты качественно будут справедливы и для более общей функции распределения $f_0(v_{\perp}, v_{\parallel})$, если под T_{\perp} и T_{\parallel} понимать $\frac{m_i}{2}(\overline{v_{\perp}^2} - \overline{v_{\perp}}^2)$ и $\frac{m_i}{2}(\overline{v_{\parallel}^2} - \overline{v_{\parallel}}^2)$. Электронное же распределение будем считать изотропным (это будет оправдано ниже) и для простоты максвелловским. Выбирая ось y вдоль \mathbf{H} , ось z вдоль \mathbf{k} и подставляя решение (1) в (2), получим после стандартных выкладок следующее дисперсионное уравнение (при $|\omega| \ll kc$):

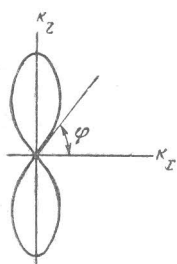
$$k_0^2 - k^2 = -i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{0i}^2}{c^2} \sqrt{m_i} \left[\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \frac{1}{\sqrt{T_{\parallel}}} + \frac{1}{\sqrt{T_e}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \right] \frac{\omega}{k}. \quad (5)$$

Здесь

$$\omega_{0i}^2 = \frac{4\pi e^2 n}{m_i}, \quad k = k_z, \quad k_0^2 = \frac{\omega_{0i}^2}{c^2} \frac{\Delta T}{T_{\parallel}} \quad (6)$$

($\Delta T = T_{\perp} - T_{\parallel} > 0$; n — плотность частиц).

Из (5) видно, что нарастающие решения возникают при $k < k_0$ и неустойчивость носит аperiодический характер. В случае, когда $T_{\perp}/T_{\parallel} \ll \sqrt{m_i/m_e}$, минимальное время раскочки



$$\tau_{a \min} \sim \left(\frac{T_{\parallel}}{\Delta T} \right)^{3/2} \frac{c}{\omega_{0i}} \sqrt{\frac{m_i}{T_e}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}, \quad (7)$$

и легко видеть, что пренебрежение столкновениями в практически интересных случаях законно. Для «косых» волн ($k_z, k_x \neq 0$) кривая, дающая границу устойчивости, имеет вид

$$\Delta T \frac{\omega_{0i}^2}{c^2} (k_z^2 T_{\parallel} - k_x^2 T_{\perp}) = (k_x^2 T_{\perp} + k_z^2 T_{\parallel})^2, \quad (8)$$

Рис. 1. $\text{tg } \varphi = \sqrt{T_{\perp}/T_{\parallel}}$

а неустойчивость возникает для внутренней области кривой (см. рис. 1), где инкременты по порядку величины совпадают с вычисленными из (5).

Можно показать, что рассматриваемая неустойчивость может быть получена в гидродинамическом приближении для многоскоростных течений (что возможно в разреженной плазме). Именно, если рассматривать четыре группы частиц, каждая из которых движется в определенном направлении вдоль одной из осей (x или z) со средней скоростью порядка тепловой и имеет различные температуры по осям, то развивается неустойчивость с границей k_0 , указанной в (6). Если при этом воспользоваться соответствующим «законом Ома» для электронов

$$\mathbf{j} = \sigma \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_i \mathbf{H}] \right\}, \quad (9)$$

где

$$\sigma \sim \frac{e^2 n}{m_e^{1/2} k_0 T_e^{1/2}} \quad (\mathbf{j} = en\bar{\mathbf{v}}_e), \quad (10)$$

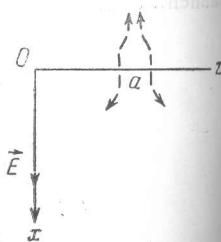


Рис. 2. O, a — точки, где $H = 0$; стрелки отмечают направления движения частиц вблизи точки a

то получается правильное значение также для инкремента ω (ионным током, создаваемым электрическим полем, можно пренебречь, если $\Delta T \sim T_{\parallel}$). Обратим внимание на аналогию (10) с формулой для проводимости при аномальном скин-эффекте.

Механизм данной неустойчивости легко понять из следующей модели. Рассмотрим две группы частиц, движущихся в противоположных направлениях вдоль оси x (см. рис. 2, вид сверху). Тогда за счет перераспределения движения частиц в неоднородном поле возмущения \mathbf{H} возникает электрический ток, направленный против электрического поля, что и приводит к нарастанию возмущения, если ток, создаваемый самим электрическим полем, меньше.

2. Переходя к выяснению возможности образования ударной волны за счет аperiодической неустойчивости, рассмотрим следующий пример. Пусть в некоторой области разреженной плазмы возникло возмущение. При отсутствии какого-либо сдерживающего механизма возмущение с течением времени расплылось бы в связи с постепенным уходом более быстрых частиц. На самом деле при приходе частиц в новые области там возникает анизотропия распределения по скоростям и связанная с этим неустойчивость; нарастающее магнитное поле удерживает частицы, как легко видеть, до выравнивания энергий. Таким образом создается возможность распространения нерасплывающегося возмущения, имеющего при достаточной анизотропии температур ($\Delta T \gg T_{\parallel}$) характер ударной волны. Для выяснения особенностей интересующей нас ударной волны оценим амплитуду пульсаций H_a в нелинейном режиме развивающейся неустойчивости, когда

$$k_0 v f_{1e} \sim \frac{e}{m_e c} [\mathbf{v} \mathbf{H}_a] \frac{\partial f_{1e}}{\partial v}. \quad (11)$$

Справа в (11) стоит нелинейный член, который, как легко видеть, приводит к рождению новых волн возмущения и за нарастание которого ответственны в основном волны с наименьшим временем раскачки ($\tau_{a \min}$ достигается при $k = 0,6 k_0$). Из (11) имеем для амплитуды пульсаций

$$H_a \sim \sqrt{(m_e / m_i)} \sqrt{n T_e} \sqrt{\Delta T / T_{\parallel}}. \quad (12)$$

Заметим, что (12) соответствует тем магнитным полям, для которых

$$r_e \sim 1 / k_0 \quad (13)$$

(r_e — ларморовский радиус электронов). Отсюда понятна физическая причина невозможности существенно больших полей, чем (12): в них для электронов было бы применимо дрейфовое приближение, что привело бы к чрезмерному нагреву электронов (энергия электронов могла бы превысить энергию, запасенную в ионах).

В результате обратного действия возмущения начальное распределение f_{0i} меняется со временем. Как видно из (13), движущийся ион «сталкивается» с мелкомасштабными пульсациями и потому слабо отклоняется; для f_{0i} , следовательно, справедливо фоккер-планковское уравнение. Члены, ответственные за изотропизацию начального распределения, по порядку величины дают

$$\frac{\partial f_{0i}}{\partial t} \sim D \frac{\partial^2 f_{0i}}{\partial v^2}, \quad (14)$$

где

$$D \sim e^2 H_a^2 / m_i^2 c^2 k_0^2 \tau_H, \quad (15)$$

а τ_H — время пролета ($\sim 1/kv$). Коэффициенту D соответствует в уравнении для f_{0i} член

$$St_H = \frac{2e^2}{m_i^2 c^2} \sum_k |H^2| \delta(kv) \left(v_x \frac{\partial}{\partial v_z} - v_z \frac{\partial}{\partial v_x} \right) \left(v_x \frac{\partial f_{0i}}{\partial v_z} - v_z \frac{\partial f_{0i}}{\partial v_x} \right), \quad (16)$$

получающийся из кинетического уравнения при усреднении по мелкомасштабным пульсациям членов, связанных только с магнитным полем возмущения.

Оценивая с помощью (15) T — время изотропизации ионов за счет «столкновений» с неоднородностями поля в нелинейном режиме ($D \sim v^2/T$), получим в результате для ширины ударной волны Δ_0 :

$$\Delta_0 \sim v_i T \sim \left(\frac{m_i}{m_e}\right) \frac{c}{\omega_{oi}} \left(\frac{T_{\parallel}}{\Delta T}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{T_{\parallel}}{T_e}} \left(\frac{T_{\perp}}{T_e}\right)^{1/2} \quad (17)$$

Как нетрудно показать, время изотропизации электронов оказывается в $(m_e/m_i)^2$ раз меньше, чем для ионов, что и оправдывает выбор для электронов изотропной функции распределения.

Важно заметить, что рождение новых масштабов в нелинейном режиме во втором приближении возможно только на косых волнах: это видно, например, из формулы (9) — нелинейный член дает вклад вдоль оси x , если есть скорость по оси z , и наоборот. Поэтому возникающая турбулентность носит существенно двумерный характер, что затрудняет решение интегрального уравнения для полей возмущения.

Аналогичное рассмотрение при наличии начальных замороженных полей H_0 , удовлетворяющих условию

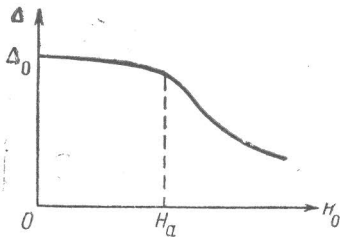


Рис. 3. $H'_a =$

$$= (m_e/m_i) \sqrt{n T_e} \sqrt{\Delta T/T_{\parallel}}$$

$$\frac{m_e}{m_i} \sqrt{n T_e} \sqrt{\frac{\Delta T}{T_{\parallel}}} \leq H_0 \leq \sqrt{n T_{\parallel}}, \quad (18)$$

показывает, что ширина ударной волны Δ должна быть порядка ионного ларморовского радиуса в магнитном поле возмущения, амплитуда которого оказывается совпадающей по порядку с H_0 (см. рис. 3). Такое различие результатов связано с тем, что уже слабое начальное замороженное поле меняет инкремент и пространственную границу устойчивости (так как меняется характер движения электронов).

Известно (см., например, (6)), что магнитные бури вызываются потоками частиц, идущих от Солнца с резким передним фронтом толщиной в 100–200 тыс. км, носящим характер ударной волны в межпланетном газе. При скоростях ионов в потоке 10^8 см/сек и плотности межпланетного газа 10^{22} см $^{-3}$ свободный пробег их за счет столкновений равен 10^{13} км. Это показывает, что данная ударная волна может возникнуть лишь за счет самосогласованных полей в ионизированном межпланетном газе.

Интересно заметить, что даже в предположении отсутствия замороженных полей из (17) получаем разумную верхнюю границу толщины ударной волны при плотности межпланетного газа и $\Delta T \gg T_{\parallel}$, $T_e \sim T_{\parallel}$.

Поступило
29 III 1962

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Р. З. Сагдеев, ЖТФ, **31**, 10, 1185 (1961). ² F. D. Kahn, Rev. Mod. Phys., **30**, 1069 (1958). ³ E. N. Parker, Phys. Rev., **112**, 1429 (1958). ⁴ P. D. Noerdlinger, Astrophys. J., **133**, 1034 (1961). ⁵ А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, Докл. на международн. конф. по физике плазмы, Зальцбург, август 1961 г. ⁶ С. Б. Пикельнер, Основы космической электродинамики, М., 1961.