Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 43 *1962* *Вып. 4(10)*

О МАССЕ КОМПЛЕКСНОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

И. Б. Хриплович

Показано, что безмассовое комплексное векторное поле, взаимодействуя с электромагнитным, теряет градиентную инвариантность второго рода. Поэтому заряженный векторный мезон приобретает электромагнитную массу даже при отсутствии затравочной. В этом случае его масса определяется параметром обрезания и константой связи.

Как известно, лагранжиан свободного заряженного векторного поля без массы

$$L_0 = -\frac{1}{2}\,\psi^+_{\mu\nu}\psi_{\mu\nu}, \qquad \psi_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu\psi_\nu - \partial_\nu\psi_\mu \tag{1}$$

зависит лишь от поперечной (в 4-мерном смысле) части векторного поля. Поэтому он является инвариантным относительно градиентного преобразования второго рода

$$\psi_\mu \to \psi_\mu + \partial_\mu\varphi, \tag{2}$$

которое меняет, очевидно, только продольную часть. Наличие массы у мезона привело бы к появлению в лагранжиане члена $m^2\psi^+_\mu\psi_\mu$, нарушающего эту инвариантность.

Введем теперь взаимодействие безмассового заряженного поля с электромагнитным обычным способом, т. е. произведем в L_0 замену

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu \equiv D_\mu. \tag{3}$$

Рассматривая получившийся при этом лагранжиан взаимодействия

$$L_i = -ieA_\mu(\psi^+_\nu\psi_{\mu\nu} - \psi^+_{\mu\nu}\psi_\nu) - e^2(A_\mu A_\mu\psi^+_\nu\psi_\nu - A_\mu A_\nu\psi^+_\nu\psi_\mu) \tag{4}$$

или непосредственно уравнения движения

$$D_\mu(D_\mu\psi_\nu - D_\nu\psi_\mu) = 0, \tag{5}$$

нетрудно убедиться в том, что, взаимодействуя с электромагнитным полем, безмассовое комплексное векторное поле теряет градиентную инвариантность второго рода. Этим оно резко отличается от электромагнитного поля, которое сохраняет эту инвариантность при любых взаимодействиях, а потому не может приобрести массу. Таким образом, нет никаких оснований отбрасывать постоянную часть собственной энергии заряженного векторного мезона без затравочной массы, нет никаких оснований считать, что электромагнитная масса такой частицы равна нулю.

Попытаемся связать искомую электромагнитную массу с константой связи $\alpha = e^2/4\pi$ и параметром обрезания Λ. Перепишем $L_0 + L_i$ в виде

$$L = L_0 + m^2\psi^+_\mu\psi_\mu + L_i - m^2\psi^+_\mu\psi_\mu. \tag{6}$$

Первые два слагаемых будем рассматривать как лагранжиан свободного векторного поля с перенормированной массой m^2. Соответствующая функция Грина равна

$$G_{\mu\nu}(k) = \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu/m^2}{i\,(k^2 - m^2)}. \tag{7}$$

Обозначим сумму всех компактных диаграмм собственной энергии мезона через $\Sigma^* (k^2, m^2, \Lambda^2)$. Тогда m^2 определится из уравнения

$$m^2 = \Sigma^* \ (m^2, m^2, \Lambda^2). \tag{8}$$

Ясно, что масса пропорциональна параметру обрезания, причем коэффициент пропорциональности зависит только от α.

Впредь будем учитывать лишь наиболее расходящиеся слагаемые в компактных диаграммах собственной энергии. Для этого предварительно вычислим максимальную степень расходимости D произвольной диаграммы, содержащей n_1 однофотонных вершин, n_2 — двухфотонных, p_i и p_e — внутренних и внешних фотонных линий, v_i и v_e — внутренних и внешних векторных линий. Заметим, что спаривание

$$\overline{\overset{+}{\psi}_{\mu\nu}\psi_\alpha} = \frac{k_\nu g_{\mu\alpha} - k_\mu g_{\nu\alpha}}{k^2 - m^2}$$

дает меньший вклад в D, чем $G_{\mu\nu}$, а спаривание

$$\overline{\overset{+}{\psi}_{\mu\nu}\psi_{\alpha\beta}} = \frac{k_\mu k_\alpha g_{\nu\beta} + k_\nu k_\beta g_{\mu\alpha} - k_\mu k_\beta g_{\nu\alpha} - k_\nu k_\alpha g_{\mu\beta}}{i\,(k^2 - m^2)}$$

дает такой же вклад, как и $G_{\mu\nu}$. Таким образом, в данном случае наличие производных в лагранжиане взаимодействия не увеличивает D. Учитывая это, нетрудно обычным способом найти, что

$$D = 4 - 2v_e - p_e + n_1 + 2n_2. \tag{9}$$

Заметим, что всякий матричный элемент пропорционален $(e/4\pi)^{n_1+2n_2}$. Кроме того, для каждого данного процесса n_1 или всегда четно, или всегда нечетно. В случае диаграмм собственной энергии $p_e = 0$, $v_e = 2$, $D = n_1 + 2n_2$, n_1 четно и ведущие слагаемые образуют ряд по $\alpha\Lambda^2/4\pi m^2$. Уравнение (8) приобретает вид

$$m^2 = \frac{\alpha\Lambda^2}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{\alpha\Lambda^2}{4\pi m^2}\right)^n$$

(непосредственное вычисление дает $a_0 = 2$) или

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \,(\alpha\Lambda^2/4\pi m^2)^{n+1}. \tag{10}$$

Теперь ясно, что с принятой точностью

$$m^2 = b\alpha\Lambda^2/4\pi, \tag{11}$$

где b — численный коэффициент. Найти общий вид a_n и тем самым определить b не удается.

С помощью (11) можно исключить Λ^2 из матричных элементов. Но при этом соответственно понизятся степени α при слагаемых, в которых произведена подстановка. Кроме того, α войдет и под знак логарифма. После такой замены каждая диаграмма будет, вообще говоря, содержать члены, по-разному зависящие от константы связи. Поэтому для вычисления какого-нибудь процесса с заданной точностью по α в принципе может понадобиться рассмотрение бесконечного множества диаграмм. Члены, содержащие пониженные степени α, можно частично устранить, произведя перенормировку заряда, которая, разумеется, будет конечной.

Если бы D не зависело от n_1 и n_2, то вычисление m^2 не представляло бы трудностей. Например, в случае скалярной электродинамики, независимо от наличия затравочной массы, максимальная степень расходимости

$$D_0 = 4 - p_e - s_e,$$

где s_e — число внешних скалярных линий. Здесь все диаграммы собственной энергии расходятся квадратично. Поэтому, ограничиваясь простейшими диаграммами, с точностью до α^2 легко находим $m^2 = 3\alpha\Lambda^2/4\pi$.

В последнее время широко обсуждается гипотеза о существовании заряженного векторного мезона, который переносит слабые взаимодействия. Однако вопрос о происхождении массы этого мезона, которая должна превышать по крайней мере массу K-мезона, остается открытым. Кажется вполне возможным, что эта масса является чисто электромагнитной. Тогда становится довольно естественной идея [1] о существовании триплета векторных частиц, состоящего из двух заряженных мезонов, переносящих слабые взаимодействия, и нейтрального фотона, переносящего электромагнитные. Действительно, взаимодействуя с фотоном, заряженные мезоны приобретают массу, в то время как фотон, сохраняющий градиентную инвариантность второго рода, остается безмассовым. Но с предлагаемой точки зрения трудно было бы объяснить массу нейтральных векторных мезонов слабых взаимодействий [2].

В целом ряде работ (их обзор дан в [3], а критика — в [4]) делаются попытки ввести гипотетические векторные поля, переносящие сильные взаимодействия, следующим образом. На барионное поле налагается требование инвариантности относительно некоторого градиентного преобразования первого рода с фазой, зависящей от координат. Затем для компенсации возникающих при этом в лагранжиане дополнительных градиентных членов вводятся заряженные и нейтральные векторные поля, обладающие градиентной инвариантностью второго рода. Так как взаимодействие векторного комплексного мезона с электромагнитным полем можно ввести с помощью такого же принципа, а при этом нарушается градиентная инвариантность второго рода векторного поля, то становится ясным, что одно и то же поле не может быть одновременно и компенсирующим, и компенсируемым. Таким образом, электромагнитные взаимодействия не только нарушают законы сохранения (например, изотопического спина), порождающие соответствующие калибровочные преобразования первого рода, но и снимают градиентную инвариантность второго рода заряженных переносчиков взаимодействия.

В заключение приношу глубокую благодарность В. Н. Байеру, В. В. Соколову и С. А. Хейфецу за постоянный интерес к работе, ценные замечания и критику.

Институт ядерной физики
Сибирского отделения Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4 мая 1962 г.

Литература

[1] A. Salam, J. C. Ward. Nuovo Cim., **11**, 568, 1959,
[2] T. D. Lee, C. N. Yang. Phys. Rev., **119**, 1410, 1960.
[3] В. Б. Адамский. УФН, **74**, 609, 1961.
[4] В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов. Препринт ОИЯИ, Д-776.

ON THE MASS OF A COMPLEX VECTOR FIELD

I. B. Khriplovich

It is shown that a non-mass complex vector field interacting with an electromagnetic field loses gradient invariance of the second kind. For this reason, a charged vector meson acquires an electromagnetic mass even in the absence of the bare mass. In this case, its mass is determined by the cut-off parameter and the coupling constant.