# ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 533.9

## Колебания пространственно неоднородной плазмы в магнитном поле

*В. Г. Давидовский*

Устойчивость замагниченной разреженной пространственно неоднородной плазмы с точки зрения магнитогидродинамики означает устойчивость по отношению к длинноволновым колебаниям, которые могли бы привести к быстрому макроскопическому уходу плазмы из системы. Однако магнитогидродинамическая устойчивая плазма может оказаться неустойчивой по отношению к коротковолновым бесстолкновительным колебаниям. Такие колебания, создавая локальные неоднородности поля, приводят к аномальной диффузии [1], т. е. к медленному уходу плазмы из системы. Скорость процесса аномальной диффузии определяется амплитудами волн и количеством частиц, для которых возможен резонанс с волнами. Естественно предположить, что качественно величина амплитуды волн определяется их инкрементами. Поэтому для исследования процесса аномальной диффузии важно знать инкремент волн как функцию проекции их фазовой скорости на направление магнитного поля во всей области, где согласно функции распределения частиц по скоростям содержится основное количество частиц.

Как показано в работе [2], пространственно неоднородная замагниченная плазма неустойчива по отношению к коротковолновым потенциальным колебаниям при любых значениях $d \ln T/d \ln n$, где $T$ — температура плазмы; $n$ — плотность. В этом смысле указанная неустойчивость названа «универсальной», однако колебания плазмы потенциальны лишь при $\frac{\omega/k_z}{v_A} \ll 1$ (здесь $v_A$ — альфвеновская скорость). Это означает что если $v_A \ll v_e$, то основное количество электронов взаимодействует с волнами, которые не являются потенциальными.

Приведем дисперсионное уравнение для колебаний замагниченной разреженной бесстолкновительной плазмы с градиентами плотности и температуры (направленными по одной оси), справедливое при следующих условиях:

$$\frac{p^2}{H^2/8\pi} \ll 1; \quad \frac{\omega}{\omega_{Bi}} \ll 1,$$

где $\omega$ — частота рассматриваемых колебаний; $\omega_{Bi}$ — ларморовская частота ионов.

Выберем систему координат, в которой ось $z$ направлена вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$, а ось $x$ — по направлению градиентов. Функцию распределения частиц плазмы выберем в виде, использованном в работе [2]:

$$\left.\begin{aligned} F &= \left[1+\left(x+\frac{v_y}{\omega_B}\right)\frac{d}{dx}\right] f(x); \\ f(x) &= \left[\frac{m}{2\pi T(x)}\right]^{3/2} n(x)\cdot e^{-\frac{mv^2}{2T(x)}} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Рассмотрим возмущения вида $\exp[i(k_y y + k_z z - \omega t)]$, у которых $k_y \gg k_z$, поэтому в дальнейшем вместо $k_y$ можно писать просто $k$.

Используя метод интегрирования по траекториям, развитый для однородной плазмы в работе [3], для плазмы с функцией распределения (1) легко получить тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ik}$. Оказывается, что для возмущений рассматриваемого вида дисперсионное уравнение, выписанное с точностью до членов $\frac{p^2}{H^2/8\pi}$ включительно, имеет вид

$$k_y^2\varepsilon_{yy} + k_z^2\varepsilon_{zz} - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} = 0. \qquad (2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\varkappa_i = \sqrt{\frac{2T}{M}}; \quad \varkappa_e = \sqrt{\frac{2T}{m}};$$

$$z_i = \frac{\omega}{k_z\varkappa_i}; \quad z_e = \frac{\omega}{k_z\varkappa_e}; \quad \theta = \frac{k_y\varkappa_i}{\omega_{Bi}};$$

$m$ — масса электрона; $M$ — масса иона;

$$Q = \frac{k_y\varkappa_i^2}{2\omega\omega_{Bi}}\cdot\frac{1}{n(x)}\cdot\frac{dn(x)}{dx};$$

$$R = \frac{k_y\varkappa_i^2}{2\omega\omega_{Bi}}\cdot\frac{1}{T(x)}\cdot\frac{dT(x)}{dx}; \qquad (3)$$

$\varphi = e^{-\theta^2/2}\cdot I_0\left(\frac{\theta^2}{2}\right)$; $\varphi'$ — производная $\varphi$ по $\theta$; $I_0\left(\frac{\theta^2}{2}\right)$ — функция Бесселя мнимого аргумента; $\omega_{0i}$ — ленгмюровская частота ионов;

$$W(z) = \frac{i}{\pi}\int_{\infty}^{\infty}\frac{e^{-t^2}}{z-t}\,dt.$$

Считая $\frac{c^2}{v_A^2\theta^2} \gg 1$, получим искомое дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} &2 - R(z_i^2\varphi - z_e^2) - 2\frac{\varkappa_i^2}{v_A^2}\cdot\frac{z_i^2}{\theta^2}\Big[(1-\varphi)(1-Q) + \\ &+\varphi'\frac{\theta}{2}R\Big]\Big[1+\varphi+Q(1-\varphi) - R\Big(\varphi'\frac{\theta}{2} + \\ &+ z_i^2\varphi - z_e^2\Big)\Big] + i\sqrt{\pi}\cdot\Big\{W(z_i)\cdot z_i\cdot\Big[\varphi(1-Q) - \\ &- R\Big(\varphi'\frac{\theta}{2} + z_i^2\varphi - \frac{\varphi}{2}\Big)\Big] + W(z_e)z_e \times \\ &\times\Big[1+Q+R\Big(z_e^2 - \frac{1}{2}\Big)\Big]\Big\}\Big\{1 - 2\frac{\varkappa_i^2}{v_A^2}\cdot\frac{z_i^2}{\theta^2}\times \\ &\times\Big[1-\varphi-Q(1-\varphi)+R\varphi'\frac{\theta}{2}\Big]\Big\} = 0. \end{aligned} \qquad (4)$$

В области $\frac{\varkappa_i^2 z_i^2}{v_A^2} = \frac{(\omega/k_z)^2}{v_A^2} \ll 1$, а также в пределе $\theta^2 \gg 1$ уравнение (4) переходит в уравнение для потенциальных колебаний, полученное и тщательно исследованное в работе [2]. В области $\varkappa_i \ll \frac{\omega}{k_z} \ll \varkappa_e$ дисперсионное уравнение (4) совпадает с уравнением, данным без вывода в [4], и при условии $v_A \ll \frac{\omega}{k_z} \ll \varkappa_e$ допускает существование следующих двух типов колебаний:

$$\omega = Q_0 - \frac{\varphi'\frac{\theta}{2}}{1-\varphi}R_0; \qquad (5)$$

$$\omega = -Q_0 - \frac{i}{2}\sqrt{\pi\frac{m}{M}}\varkappa_i|k_z|Q_i^2 b; \quad b = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln n}. \qquad (6)$$

Однако, как показано в работе [5], это решение появляется лишь при чисто локальном рассмотрении колебаний, поэтому в действительности оно фиктивно.

В области $\frac{\omega}{k_z} \gg \varkappa_e$, используя асимптотическое разложение $W(z)$ при $z \gg 1$, дисперсионное уравнение (4) можно привести к виду

$$\begin{aligned} &\left(z_e - Q_e + \frac{\varphi'\frac{\theta}{2}}{1-\varphi}R_e\right)\cdot\Big[1 + \frac{Q_e}{z_e} + \frac{R_e}{z_e} - \\ &- i\sqrt{\pi}z_e^2 e^{-z_e^2}(z_e + Q_e + R_e z_e^2)\Big] = \\ &= -\frac{\theta^2}{\left(\frac{\varkappa_e}{v_A}\right)^2}\cdot\left(z_e - Q_e + \frac{\theta}{2}\cdot\frac{\varphi'}{1-\varphi}R_e\right), \end{aligned} \qquad (7)$$

где $Q_e = \frac{Q\omega}{|k_z|\varkappa_e}$; $R_e = \frac{R\omega}{|k_z|\varkappa_e}$. При условии $\left(\frac{\varkappa_e}{v_A}\right)^2 \gg 1$ уравнение (7) в области $\frac{\omega}{k_z} \gg \varkappa_e$ допускает существование следующих колебаний:

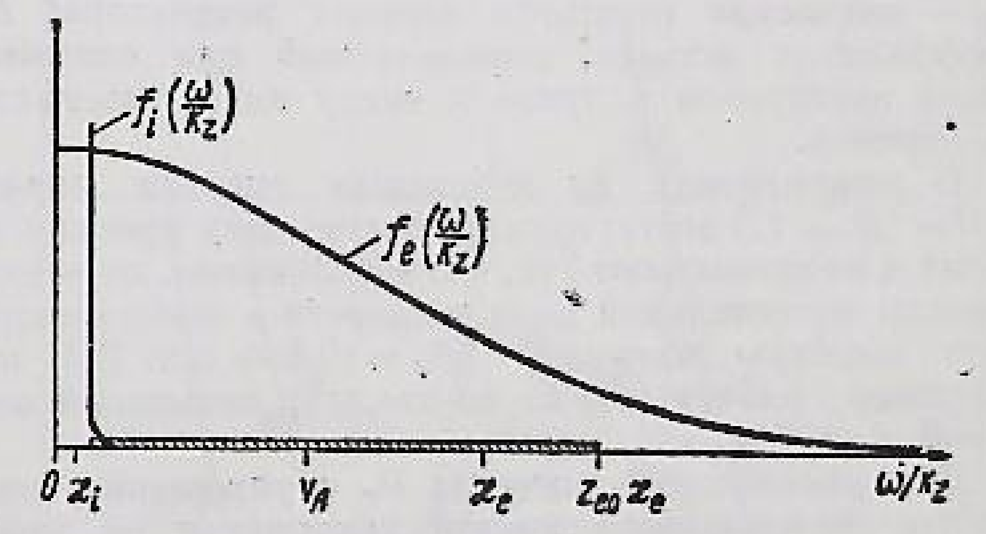
$$\omega = Q_0 - \frac{\varphi'\frac{\theta}{2}R_0}{1-\varphi} \qquad (8)$$

[это колебание совпадает с (5)] и

$$\omega = -Q_0(1+b) - i2\sqrt{\pi}|k_z|\varkappa_e Q_e^6 b(1+b)^5\cdot e^{-Q_e^2(1+b)^2} \qquad (9)$$

(при выполнении условия $-1 < b < 0$ это колебание нарастает).

Качественная область, где инкремент $\nu > 0$, отмечена на рисунке, на котором для сравнения показаны функции распределения по скоростям для ионов и электронов. Ясно, что в резонанс с развивающимися колебаниями попадает лишь экспоненциально малая часть ионов, зато может вступить значительная часть электронов.




Область фазовых скоростей нарастающих волн.


Автор благодарен Р. З. Сагдееву за советы и В. Н. Ораевскому за полезное обсуждение.

Поступило в Редакцию 18/X 1962 г.


### ЛИТЕРАТУРА


1. А. А. Веденов. «Атомная энергия», 13, 5 (1962).
2. А. А. Галеев, В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 44, вып. 3 (1963).
3. В. Д. Шафранов. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т. 4. М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 416.
4. А. Б. Михайловский, Л. И. Рудаков. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 44, вып. 3 (1963).
5. А. А. Галеев. Там же, вып. 6.