АКАДЕМИЯ НАУК СССР
АСТРОНОМИЧЕСКИЙ СОВЕТ

ВОПРОСЫ КОСМОГОНИИ

ТОМ
IX

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва 1963

МАТЕРИАЛЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО СЕМИНАРА ПО ВАЖНЕЙШИМ ПРОБЛЕМАМ АСТРОФИЗИКИ

Тарту, 7—13 июля 1962 г.

Я. Б. Зельдович

ОБРАЗОВАНИЕ ЗВЕЗД И ГАЛАКТИК В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

Дан обзор теории гравитационной неустойчивости в расширяющейся Вселенной. Выдвинуто предположение, что начальные флуктуации плотности зависят от фазовых переходов (кавитации и испарения) в однородном холодном дозвездном веществе. Однако последующие расчеты не подтвердили предположения.

The formation of stars and galaxies in the expanding Universe, by *J. B. Zeldovič*.— A brief review is given of the theory of gravitational instability in the expanding Universe. The hypothesis is put forward, that the initial fluctuations of density are due to cavitation and evaporation of the uniform cold matter of the prestellar stadium. But subsequent calculations disproved the hypothesis.

§ 1. Введение

В настоящей статье рассматривается образование сильных неоднородностей плотности, которые могут превратиться в звезды и в галактики. В соответствии с наблюдениями, Вселенная расширяется и, следовательно, можно думать, что в определенный момент времени в далеком прошлом ($\sim 10^{10}$ лет назад) плотность вещества была бесконечна. В дальнейшем для удобства этот момент обозначается $t = 0$.

Предположим, что в этот момент плотность как функции от координаты была строго постоянна. Наблюдаемое в настоящее время распределение плотности, соответствующее разбиению вещества на звезды и галактики, очевидно, неоднородно. Задача работы заключается в выяснении того, могла ли наблюдаемая в настоящее время неоднородность сама выработаться в результате каких-то физических процессов из строго однородного начального состояния. Является ли обязательным и доказанным предположение о строгой однородности начального состояния? Можно изменить постановку вопроса и сказать, что, только сделав все выводы из такого предположения и сравнивая их с наблюдениями, можно проверить правильность исходной гипотезы. В эстетическом смысле строгая однородность предпочтительна, так как это предположение, очевидно, является «выделенным», «единственным в своем роде». Для этого случая имеется восходящее к А. А. Фридману точное аналитическое решение, включающее момент бесконечной плотности. Какова альтернатива сделанному предположению о строгой однородности?

В определенный момент, когда плотность везде конечна, можно задать в качестве начальных условий неоднородную плотность и распределение скоростей, отличающееся от Хаббловского. В таком способе действий есть два недостатка.

1. В постановке задачи теперь содержится такой произвол, что всякое сравнение с наблюдениями становится беспредметным. Любая функция распределения галактик по величине и другие аналогичные характеристики могут быть получены за счет соответствующего задания начальной неоднородности.

2. Неизвестно, по крайней мере в настоящий момент, можно ли произвольное распределение, заданное в данный момент, экстраполировать в прошлое, так как неясно, с какими трудностями мы при этом столкнемся.

Поэтому очевидно, что последовательное рассмотрение развития Вселенной из строго однородного состояния представляет несомненный теоретический интерес.

§ 2. История вопроса и гипотеза фазового перехода

Естественное предположение заключается в том, что действие всемирного тяготения явилось основной причиной наблюдаемого в настоящее время группирования вещества.

Впервые этот вопрос был исследован теоретически Джинсом* [1, 2].

Джинс предполагал, что в отсутствии возмущений вещество покоится и сохраняет постоянные плотность и давление, не зависящие ни от координат, ни от времени. На такое состояние накладываются малые возмущения, условие нарастания которых выясняется далее с учетом сил давления и гравитации. При малой длине волны возмущения сила тяжести не играет роли и возмущения распространяются с постоянной амплитудой как звуковые волны.

Возмущения с большой длиной волны под действием гравитации экспоненциально зависят от времени, т. е. нарастают как $e^{\omega t}$. Джинс указал критическую длину волны, при которой появляются такие решения.

Поскольку предполагается, что без возмущений система существует неограниченно долго, достаточно любого малого $\omega > 0$.

* См. также [16].

чтобы с течением времени создать сильное возмущение и вызвать собирание вещества в отдельные сгустки, размеры которых соответствуют длине волны исходного возмущения. По той же причине неограниченного запаса времени в прошлом можно не заботиться об амплитуде начального возмущения, так как при экспоненциальном законе роста и за достаточное время любое малое возмущение успеет вырасти до величины порядка единицы.

В классической работе Е. М. Лифшица [3] в 1946 г. было рассмотрено развитие малых возмущений, наложенных на решение, описывающее строго однородную расширяющуюся Вселенную, т. е. на известные нестационарные решения Фридмана.

Рассмотрение Лифшица последовательно проведено в рамках общей теории относительности (ОТО). Им построены уравнения для малых возмущений метрики пространства; плотность, давление, скорость вещества (и их возмущения) выражаются через метрику пространства и уравнения для метрики, которые по свойствам ОТО, включают в себя уравнения движения.

Отдельно рассматривается период сверхплотного вещества, когда уравнение состояния соответствует совокупности ультрарелятивистских частиц $p = \varepsilon/3$, где $\varepsilon = \rho c^2$, и последующий период, когда давление мало и вещество можно рассматривать как *пыль*.

Характерно, что возмущения нарастают не быстрее, чем небольшая степень радиуса мира или степень времени. На ранней ультрарелятивистской стадии при данном отношении длины волны возмущения к радиусу кривизны мира велико отношение возмущения метрики к возмущению плотности *.

Ставится условие, что в пределе в ультрарелятивистской области должны быть малы как возмущения плотности, так и возмущения метрики. С учетом этого условия можно показать, что возмущения плотности остаются малыми в любой данный момент t_1 и стремятся к нулю при приближении к моменту бесконечной плотности ($t = 0$) того начального момента t_0, для которого было выполнено условие малости начальных возмущений. Таким образом, показано, что нет решения, которое стремилось бы к строго однородному при $t \to 0$ и отличалось бы от него наличием конечных возмущений при $t \neq 0$. Этот результат является частичным подтверждением того, что задание начальной неоднородности в определенный момент t_0 для объяснения распределения галактик не только «некрасиво», но и не может быть экстраполировано назад к $t = 0$ или по крайней мере не может быть экстраполировано назад к $t = 0$ по типу решения, асимптотически приближающегося к строго однородному.

* Обе сравниваемые величины выражены безразмерно: возмущение плотности как $\delta\rho/\rho$, возмущение метрики как $h_k^i = g^{im}\delta g_{mk}$; смешанные компоненты безразмерны в отличие от контравариантных компонент метрического тензора, которые могут в зависимости от определения координат иметь размерность степени длины.

Далее Е. М. Лифшиц рассматривает закон изменения возмущений в следующей стадии расширения (продолжающейся до настоящего времени), когда давлением можно пренебречь. В этой стадии имеется тип возмущения плотности, скорости и метрики, возрастающих пропорционально радиусу мира. При изменении плотности вещества от ядерной плотности, равной 10^{14} *г/см*^{3}, до сегодняшней 10^{-30} *г/см*^{3}, радиус увеличился в $\sqrt[3]{\frac{10^{14}}{10^{-30}}} \approx 5 \cdot 10^{14}$ раз; в такое же число раз могло вырасти начальное возмущение плотности.

Однако в период до ядерной плотности можно считать, что вещество было ультрарелятивистским и ранее было показано, что строго однородное решение не должно приводить к появлению неоднородностей даже порядка 10^{-14}. До сих пор подразумевалось рассмотрение вещества в гидродинамическом приближении. Очевидно, в веществе могут быть флуктуации термодинамических величин, не описываемые гидродинамикой. Так, в идеальном газе, в объеме, в котором в среднем находится N молекул, вероятная флуктуация числа молекул порядка $\sqrt{N}$. Этому соответствует относительная флуктуация плотности в таком объеме $\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{N}}$. Солнце состоит из 10^{57} нуклонов, галактика содержит порядка 10^{68} нуклонов; число атомов или молекул, зависящее от химического состава, мало отличается от числа нуклонов. Следовательно, в масштабе звезды или галактики возмущения $\delta\rho/\rho$ порядка 10^{-28} или 10^{-34} и, как пишет Лифшиц, гравитационное возрастание возмущений «хотя и может быть значительным, но все же совершенно ничтожно по сравнению с тем, которое могло бы сделать заметными сгущения, возникающие путем термодинамических флуктуаций в областях пространства порядка величины туманностей или даже только звезд». В целом его вывод сводится к тому, что «возрастание происходит по такому медленному закону, что вряд ли они (возмущения. — *Я. З*) могут служить центрами образования больших неоднородностей» и дальше «можно, по-видимому, считать, что указанный механизм» (гравитационная неустойчивость — *Я. З.*) «не может служить источником распадения материи на отдельные туманности».

В литературе до последнего времени нет указаний на возможный выход из создавшегося положения. Безусловно, правильны оба конкретных результата Лифшица, относящиеся к закону нарастания возмущений в ультрарелятивистском веществе и в веществе с $p = 0$.

В настоящей работе выдвинуто предположение, что на определенной стадии расширения вещества происходил фазовый переход*. Фазовый переход 1-го рода при расширении представляет со-

* Примечание при корректуре. Это предположение наталкивалось на трудности, как показано в § 4 настоящей статьи. Последующие

бой вскипание перегретой конденсированной фазы или кавитации. При плотности средней между плотностью двух сосуществующих фаз вещество находится в состоянии механической смеси этих двух фаз; размеры областей, занятых каждой фазой в отдельности, найти нелегко: они существенно зависят от конкретных условий процесса; во всяком случае очевидно, что эти размеры не молекулярного, а макроскопического порядка.

Наличие двух фаз, очевидно, гигантски увеличивает неоднородность плотности по сравнению с оценкой $\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{N}}$, относящейся к невзаимодействующим частицам.

Плотности ρ_1 и ρ_2 двух фаз могут существенно отличаться, так что относительное изменение плотности порядка единицы. Поэтому, рассматривая число частиц в объеме порядка размеров области, занятой одной фазой, получим $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 1$; здесь $\delta\rho$ есть отступление фактической плотности в данном объеме от средней плотности двухфазного вещества. Такая оценка $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 1$ относится к объемам, в которых число отдельных молекул соответствует макроскопическим размерам, т. е. больше, чем $6 \cdot 10^{23}$. Это гигантское усиление флуктуации по сравнению с идеальным газом получается вследствие Ван-дер-Ваальсова притяжения молекул. Ведь именно взаимодействие молекул приводит к разделению вещества на две фазы в определенном интервале давления и температуры.

Области, занятые отдельными фазами, хотя и содержат макроскопическое количество молекул, но, вероятно, все еще во много раз меньше тех размеров, в которых уже проявляется гравитационная неустойчивость, так как находящаяся в них масса во много раз меньше массы звезд и галактик. Для рассмотрения возникновения звезд и галактик необходимо найти флуктуации плотности в этих больших объемах. В качестве самого грубого приближения можно рассматривать области, занятые одной фазой как отдельные статистически независимые, большие молекулы. Тогда вероятное отклонение плотности от средней в объеме, в котором содержится данная масса, равно $1/\sqrt{N_1}$, где N_1 — число областей, составляющих эту массу. Эта величина во много раз больше $1/\sqrt{N}$, поскольку каждая область содержит макроскопическое число нуклонов. Ниже, в §4, будет показано, что такая грубая оценка* дает амплитуду флуктуаций, достаточную для создания звезд путем гравитационного усиления в расширяющемся мире. Нет уверенности в том, что этот подход количественно правилен, так как отдельные области более плотной фазы, получающиеся после фазового перехода, могут быть расположены не вполне хаотически, а с определенной степенью корреляции. Следовало бы найти Фурье компоненты флуктуаций плотности с длиной волны, соответствующей массе звезды или галактики. При размерах фазовых областей, много меньших длины волны, амплитуда таких Фурье компонент (должным образом нормированная) гораздо меньше единицы; однако можно надеяться, что эта малая амплитуда при усилении за счет гравитационной неустойчивости окажется достаточной для того, чтобы привести к наблюдаемому в настоящее время обособлению галактик. Возможно, что наряду с неоднородностью плотности существенную роль играет и возмущение скорости, возникающее при фазовом переходе. Во всяком случае, с учетом фазовых превращений уже намечается выход из отмеченной Лифшицем трудности.

расчеты не сняли, а усугубили эти трудности, так что от идеи решающей роли фазовых переходов приходится отказаться. Выход, по-видимому, будет связан с рассмотрением термодинамических флуктуаций при плотностях, гораздо больших ядерной плотности. В этой связи см. также работу И. Д. Новикова (ЖЭТФ, 2, 1964 г.). Предлагаемая статья все же представляет интерес, как нам кажется, в связи с постановкой вопроса и анализом соотношения между рассмотрением Джинса, Лифшица и Боннора.

* Именно эта грубая оценка не подтвердилась. Амплитуда длинноволновых флуктуаций меньше, чем для статистически независимых объектов.

Необходимым условием фазового перехода является малая энтропия расширяющегося вещества. Ясно, что если в процессе расширения энтропия и температура высоки, то никакого фазового перехода быть не может. Гамов [4], Альфер и Герман [5, 6] предполагают, что в момент, когда общая плотность порядка 1 *г/см*^{3}, плотность нуклонов не превышает 10^{-6} *г/см*^{3} (иначе получаются нелепые выводы относительно состава вещества). Таким образом, в этот момент почти вся плотность обусловлена, по Гамову, Альферу и Герману, электромагнитным излучением! В таком случае плотности излучения и нуклонов сравниваются на уровне $\rho_{\text{изл}} = \rho_{\text{нукл}} = 10^{-24}$ *г/см*^{3}, причем температура в этот момент порядка 500° К, давление излучения $3 \cdot 10^{-4}$ *эрг/см*^{3}, давление атомов и молекул порядка 10^{-13} *эрг/см*^{3}. Ясно, что предположения Гамова и др. о горячем веществе исключают возможность фазового превращения.

Автор предположил [7, 8], что в начальном состоянии вещество холодное и содержит нейтрино; при наличии Ферми-распределения нейтрино протоны оказываются стабильными. Сверхплотный сжатый водород находится в состоянии металла; затем при давлении порядка $2 \cdot 10^{12}$ *бар* ($\sim$2 миллиона атмосфер) происходит фазовое превращение металлического водорода в твердый или жидкий сжатый молекулярный водород, причем, по расчетам Абрикосова [9], плотность уменьшается вдвое, с 1,2 до 0,6 *г/см*^{3}.

После окончания этого превращения происходит расширение молекулярного водорода до плотности около 0,14 *г/см*^{3} и затем вскипание и испарение водорода.

Детали этого процесса весьма существенно зависят от энтропии, приобретенной водородом на предыдущих стадиях расширения. Достаточно температуры порядка 2—3 вольта ($\sim$30 000°) при плотности 1 *г/см*^{3}, чтобы расширение происходило гладко, без фазовых переходов — соответствующая изэнтропа проходит выше критической точки перехода металл — диэлектрик и критической точки жидкость — газ. Поэтому развитие теории потребует тщательного анализа всех процессов, приводящих к росту энтропии.

Вернемся к истории вопроса о гравитационной неустойчивости. Несмотря на безупречные и последовательные вычисления, работа Лифшица долгое время игнорировалась. Ряд астрофизиков продолжал пользоваться критерием Джинса.

В качестве примера можно указать работу Гамова [10]. В действительности рассмотрение образования туманностей без учета расширения Вселенной напоминает учебник гинекологии, основанный на гипотезе аиста, приносящего новорожденных. Важное преимущество такого учебника—его приличие: учебник можно использовать в средней школе.

Работа Лифшица не учтена и в обширной статье А. И. Лебединского [11], в которой ряд работ резко критикуется с общефилософских позиций.

Почему работа Лифшица не нашла отклика? С одной стороны, ее отрицательный результат в сопоставлении с фактом существования звезд и туманностей приводил к ошибочной мысли, что не все правильно в самих вычислениях.

С другой стороны, работа Лифшица целиком последовательно проведена на основе общей теории относительности. По-видимому, имело место мнение, что в нерелятивистском приближении, при рассмотрении нерелятивистской задачи, если отвлечься от вопросов, связанных с общей теорией относительности, с кривизной пространства и расширением Вселенной, получатся результаты, отличающиеся от результатов Лифшица. Такое мнение является заблуждением. Ведь между ОТО и классической механикой с ньютоновской теорией тяготения имеется принцип соответствия, согласно которому ОТО тождественно переходит в ньютоновскую теорию для слабых полей. Сам Лифшиц не проследил, как его результаты для коротких волн (больших n), т. е. по существу для малых размеров возмущений, переходят в классические, а во введении противопоставил свои результаты классической теории: «Критические размеры» (обычно, в теории Джинса.— *Я. З.*) определяются из ньютоновской теории тяготения, между тем нет a priori никаких оснований для предположения, что тот же критерий будет справедлив и в общей теории относительности».

Лишь в 1957 г. Боннор [12] показал, что классическая теория дает результаты, совпадающие с результатами Лифшица.

По существу, повторилась та же ситуация, что и с решением Фридмана: лишь через 10 лет после его работы Милном и Мак-Кри было показано, что основной закон изменения плотности в нестационарном однородном мире может быть понят и количественно прослежен на основе классических представлений.

§ 3. Сравнение релятивистской и классической теории гравитационной неустойчивости

Качественно сопоставление результатов Лифшица и Джинса приводит к следующим выводам.

1. Расчеты Лифшица приводят к более *быстрому* нарастанию возмущений, чем по теории Джинса с современной плотностью. В самом деле, согласно Лифшицу, в пренебрежении давлением имеются возмущения, нарастающие пропорционально первой степени радиуса мира, т. е. как $\rho^{-1/3}$. При изменении плотности от 1 до 10^{-30} *г/см*^{3} такие возмущения растут в 10^{10} раз за время порядка 10^{10} лет.

По Джинсу, возмущение нарастает пропорционально $e^{\omega t}$, где $\omega = \sqrt{4\pi G\rho}$. Подставляя современную плотность $\rho = 10^{-30}$ *г/см*^{3}, получим $\omega = \sqrt{4\pi \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-30}} \simeq 10^{-18}$. За 10^{10} лет $= 3 \cdot 10^{17}$ *сек* при таком значении ω возмущение выросло бы в $e^{3\cdot 10^{17}\cdot 10^{-18}} = e^{0,3} = 1{,}35$ раз. С учетом того, что в расширяющемся мире плотность переменна, значение джинсовской ω также переменно. В этом случае естественно обобщить формулу Джинса, заменяя $e^{\omega t}$ на $e^{\int \omega dt}$. Подставив известное выражение закона изменения плотности *

$$\rho = \frac{1}{6\pi G t^2}$$

в формулу для ω, получим

$$\omega = \sqrt{4\pi G \frac{1}{6\pi G t^2}} = \frac{1}{t}\sqrt{\frac{2}{3}}; \ \int \omega \, dt = \sqrt{\frac{2}{3}} \ln t,$$

$$e^{\int \omega dt} = e^{\sqrt{\frac{2}{3}} \ln t} = t^{\sqrt{\frac{2}{3}}}.$$

Этот результат весьма близок к результату Лифшица (у него зависимость $t^{2/3}$). Значит нельзя сказать, что в расширяющемся мире возмущения нарастают «медленно». На самом деле физические выводы Лифшица зависят от того, что в расширяющемся мире на развитие возмущений отпущено конечное время; поэтому коэффициент усиления возмущений хотя и велик, но ограничен, и начальные возмущения, меньшие определенного предела, оказываются недостаточными для образования звезд и галактик. Мгновенная скорость нарастания возмущений $\left(\frac{d \ln a}{dt}\right.$, где a — амплитуда) в расширяющемся мире мало отличается от джинсовской скорости нарастания, соответствующей мгновенному значению плотности.

---

* Здесь рассматривается период, когда давлением можно пренебречь, а плотность близка к критической; в таком случае формулы применимы как для открытой, так и для закрытой, моделей. В случае плоского мира формула применима без ограничений по времени.

Точно так же мало различается у Лифшица с Джинсом и критический размер возмущений, нарастающих из-за гравитационной неустойчивости при $p \neq 0$, когда возмущения малого размера дают звуковые волны.

В ответ на цитированное в конце § 2 высказывание можно сказать, что такого сходства можно было ожидать именно a priori в силу того, что ОТО включает в себя классическую механику и ньютоновскую теорию тяготения в смысле принципа соответствия.

2. Работа Джинса не корректна в классической теории. Джинс рассматривает возмущения, наложенные на покоящееся вещество. Но покоящееся вещество с плотностью, не зависящей ни от координат, ни от времени, не является решением уравнений классической теории.

Нельзя ссылаться на то, что рассматривается бесконечное однородное вещество и по симметрии задачи ни в какой точке не выделено направление, по которому могла бы действовать сила.

В известном смысле некорректность Джинса связана с гравитационным парадоксом ньютоновской теории тяготения: в бесконечном пространстве, заполненном веществом постоянной плотности, ньютоновский потенциал расходится как $\int^{\infty} \frac{1}{r} r^2 \, dr$. В ОТО, очевидно, нет никаких парадоксов или трудностей в решении для бесконечного пространства с постоянной плотностью вещества.

Но и в классической теории можно последовательно и правильно решить задачу, при этом критерием правильности является соответствие решению ОТО. Не следует думать, что расходимость потенциала означает, что его можно рассматривать как величину постоянную по пространству, из чего следовало бы равенство нулю сил и ускорений. Постоянство потенциала противоречит основному уравнению

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho.$$

3. Единственный корректный способ классического рассмотрения бесконечного пространства заключается в подходе к нему предельным переходом *. Зададимся в момент $t = t_0$ шаром конечного радиуса R_1, заполненным веществом данной плотности ρ_0. Скорости распределены по хаббловскому закону $\mathbf{v} = h\mathbf{r}$. Снаружи при $r > R_1$ пространство пустое.

Задача о движении вещества при таких условиях с учетом гравитации, очевидно, полностью определена как для $t > t_0$, так и для $t < t_0$. Решение зависит от уравнения состояния вещества, параметров ρ_0 и h и радиуса R_1. Возьмем теперь шар другого (большего) радиуса R_2 и построим для него решение. Нашей целью является предельный переход $R \to \infty$.

* См. монографию Бонди [13].

Сравнивая решение с $R = R_1$ и с $R = R_2$ при одинаковых ρ и a, замечаем, что в целом эти решения отличаются одно от другого; например, различны зависимости от времени внешнего радиуса шара (границы вещества с окружающей пустотой). Однако оказывается, что зависимости от времени плотности $\rho(t)$ и хаббловской постоянной * $h(t)$ одинаковы при различных R_1 и R_2. Следовательно, для $\rho(t)$ и $h(t)$ можно совершить предельный переход и принять, что такая же зависимость сохранится и при $R \to \infty$.

В постановке задачи имелась выделенная точка—центр шара, в которой действующая сила равна нулю и вещество покоится. Однако решение имеет такой вид, что движение, рассмотренное с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с какой-либо нецентральной частицей, не отличается от движения, рассмотренного наблюдателем, находящимся в центре. В самом деле, при законе $\mathbf{v} = h(t)\,\mathbf{r}$, перенося начало в точку $\mathbf{r}_1$, найдем

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = h\mathbf{r} - h\mathbf{r}_1 = h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) = h\mathbf{r}',$$

где $\mathbf{r}'$— радиус-вектор произвольной точки в системе с началом отсчета в $\mathbf{r}_1$; $\mathbf{v}'$— скорость в системе отсчета, движущейся со скоростью $\mathbf{v}_1$, т. е. в системе, в которой покоится частица, находящаяся в $\mathbf{r}_1$. По-разному относительно центра и относительно точки $\mathbf{r}_1$ движутся границы шара. Но когда радиус шара стремится к бесконечности, $R \to \infty$, о границах шара можно забыть.

В результате получается закон движения и закон изменения плотности, относящиеся к однородному веществу, заполняющему бесконечное пространство.

4. При решении описанной выше классической задачи имеется параметр — соотношение между плотностью и квадратом хаббловской постоянной,— от которого зависит характер решения. В частном случае $h^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho$ получается (при соответствующем выборе начала отсчета времени) особо простое автомодельное решение

$$\rho = \frac{1}{6\pi G t^2}; \quad h = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t}.$$

В ОТО, во фридманском решении, это соответствует плоскому миру, который как бы разграничивает случай замкнутого мира и открытого.

5. Рассматривая приведенное выше решение как невозмущенное движение, Боннор [12] решил задачу о развитии возмущений. При этом оказалось, что для возмущений плотности с большой длиной волны есть два линейно независимых решения, одно из которых растет как $t^{2/3}$, а второе убывает как t^{-1}. Имея в виду, что в автомодельном основном движении расстояние между каждой па-

* В решении с течением времени сохраняется независимость плотности от координаты и хаббловский вид зависимости скорости от координаты.

рой частиц L растет как $t^{2/3}$, можно сделать вывод, что одни возмущения растут как L, а другие затухают как $L^{-3/2}$.

6. При любой величине $\frac{3h^2}{8\pi \cdot G\rho_0}$ в данный момент t_0 начальные стадии движения при $t \to 0$ асимптотически близки к автомодельному. Результат Боннора, как он сам отмечает, совпадает с результатом Лифшица для той стадии развития, когда давлением уже можно пренебречь, а безразмерная характеризующая время величина η еще мала по сравнению с единицей; напомним, что в замкнутом мире полный цикл от начала расширения до конца сжатия соответствует изменению η от 0 до 2π. Таким образом, Боннор показал, что результаты Лифшица в ОТО, как и следовало ожидать, могут быть получены и интерпретированы классически.

§ 4. Оценка неравномерности плотности при фазовом переходе

Рассмотрим холодный твердый водород при температуре, близкой к абсолютному нулю. В ходе расширения плотность водорода сначала больше его нормальной плотности при давлении, равном нулю (0,07 *г/см*³). Например, в момент, когда $t = 2300$ *сек*, по формуле $\rho = \frac{0{,}795 \cdot 10^6}{t^2}$ найдем $\rho = 0{,}14$ *г/см*³ — плотность вдвое больше нормальной и давление 10 000 *атм* $= 10^{10}$ *дин/см*². Хаббловское распределение скоростей приводит к равномерному расширению вещества и при $t = 3200$ *сек* одновременно везде достигается нормальная плотность и равное нулю давление. Далее расширение продолжается; при этом сперва получается растянутое твердое тело.

Из опыта с привычными материалами мы знаем, что разрушение тела при растяжении происходит быстро тогда, когда относительная деформация достигает 1—2%. В самом деле, для стали с модулем Юнга $2 \cdot 10^6$ *кг/см*² максимальная прочность на разрыв до 20 000 *кг/см*² соответствует деформации в 1%. Для жидкой воды в чистых условиях удается достичь растягивающего напряжения в 200—300 *кг/см*² до наступления быстрой кавитации; зная сжимаемость воды, легко найти изменение плотности при таком растяжении $\Delta\rho = 1 \div 1{,}5\%$.

Примем, что водород выдерживает до разрыва уменьшение плотности на 4%. Ван-дер-Ваальсовы силы, связывающие между собой молекулы водорода, гораздо меньше сил, связывающих атомы железа или молекулы воды, и это учитывается малостью модуля Юнга у водорода. Нет оснований считать относительное удлинение водорода на границе разрушения или кавитации существенно отличающимся от удлинения воды или стали. Изменение ρ на 4% происходит при изменении времени (отсчитанного от $t = 0$) на 2%, т. е. за $3200 \cdot 0{,}02 = 64$ *сек*.

Как оценить размер областей или глыб, на которые распадается водород в ходе расширения?

Представим себе, что в момент, весьма близкий к $t = 3200$ *сек*, в каком-то слабом месте или вследствие флуктуации разрыв произошел рано, при плотности, почти не отличающейся от ρ_0. Если разрыв произошел, то на поверхности разрыва тождественно давление равно нулю и растяжения не происходит. Вдали от разрыва хабловское распределение скоростей создает растяжение и отрицательное давление. Тем временем от поверхности разрыва идет волна, несущая равное нулю давление и, следовательно, предотвращающая возникновение новых разрывов и разрушение материала вблизи поверхности первоначального разрыва.

За 64 *сек* при скорости звука 1,5 *км/сек* [14] волна пройдет около 100 *км* $= 10^7$ *см*. Вещество, которое находится на бо́льшем расстоянии от первого разрыва, успеет растянуться и разрушиться раньше, чем придет волна.

Таким образом, грубая оценка дает размер области порядка 10^7 *см*, чему отвечает объем 10^{21} *см*³ и масса 10^{20} *г*.

В ходе дальнейшего расширения глыбы, на которые распался твердый водород, сперва частично испаряются. Однако на более поздней стадии расширения газ адиабатически охлаждается и конденсируется снова. В пределе весь водород будет находиться в виде глыб*, разделенных пространством, в котором плотность газообразного вещества исчезающе мала. Масса Солнца, равная $2 \cdot 10^{33}$ *г*, соответствует массе $2 \cdot 10^{13}$ глыб. Предположим, что глыбы распределены в пространстве статистически независимо **, начиная, например, с того момента, когда средняя плотность упала до $\bar{\rho} = 0{,}01$ *г/см*³; при этом свободный объем между глыбами в 6 раз больше собственного их объема. Плотность $\bar{\rho} = 0{,}01$ *г/см*³ соответствует моменту $t = 9000$ *сек*. Статистическая независимость означает, что вероятное $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{N_1}}$, где $N_1 = 2 \cdot 10^{13}$ — число глыб. Следовательно, $\frac{\Delta\rho}{\rho} = 2 \cdot 10^{-7}$. Гравитационная неустойчи-

---

* В этом отличие фазового перехода конденсированное вещество — газ от фазового перехода металл — диэлектрик. Металлический водород может существовать лишь при давлении выше $2 \cdot 10^6$ *атм* [9]. При этом давлении он сосуществует с молекулярным водородом, плотность которого равна 0,6 *г/см*³ (при указанном давлении). Поэтому система состоит из двух фаз лишь при средней плотности ρ, лежащей в пределах $1{,}2 > \rho > 0{,}6$ *г/см*³. Когда в ходе расширения средняя плотность падает ниже 0,6 *г/см*³, система снова становится однофазной, металлического водорода не остается. Между тем при падении плотности как угодно ниже 0,07 *г/см*³ система остается двухфазной, состоит из глыб твердого водорода и газа.

** Примечание при корректуре. Как уже указано выше, именно это предположение несправедливо, флуктуации плотности в больших объемах в результате кавитации меньше, чем в случае статистически независимых глыб.

вость усиливает возмущения пропорционально радиусу мира или, что то же, пропорционально $t^{2/3}$. Чтобы флуктуация $\Delta\rho/\rho$ выросла от $2\cdot10^{-7}$ до 1, нужно, чтобы радиус вырос в $5\cdot10^{6}$ раз; при этом средняя плотность упадет в 10^{20} раз (до $\bar{\rho} = 10^{-22}$ *г/см*^{3}), а время вырастет до $t_1 = 3000\,(5\cdot10^{6})^{3/2} = 10^{4}\cdot10^{10} = 10^{14}$ *сек* $= 3\cdot10^{6}$ лет. Следовательно, при такой грубой оценке можно ожидать, что первое поколение звезд возникнет очень рано, так как время $3\cdot10^{6}$ лет надо сравнить с сегодняшним возрастом Вселенной 10^{10} лет.

Для прямого образования целых галактик недостаточно флуктуаций за счет отдельных глыб. В самом деле, при массе Галактики в 10^{10} раз больше массы Солнца получим в объеме Галактики $\frac{\Delta\rho}{\rho} = 2\cdot10^{-12}$ и, для того чтобы довести $\Delta\rho/\rho$ до 1, нужно $t_1 = 3000\cdot(5\cdot10^{11})^{3/2} = 3\cdot10^{21}$ *сек* $= 10^{14}$ лет.

Рассмотрение звезд как статистически независимых объектов не помогает. Действительно, примем, что в момент своего образования $t = 10^{14}$ *сек* звезды распределены независимо. Тогда получим, что в объеме Галактики

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{N_з}} = 10^{-5},$$

где $N_з \sim 10^{11}$ — число звезд в Галактике. Для обособления галактик по механизму гравитационной неустойчивости потребовалось бы, чтобы время выросло в $(10^{5})^{3/2} = 3\cdot10^{7}$ раз, что снова дает те же $10^{14}\cdot3\cdot10^{7} = 3\cdot10^{21}$ *сек* $= 10^{14}$ лет. Выход может быть найден только путем рассмотрения тех новых физических процессов, которые начинают действовать, когда образуются звезды; происходит повышение температуры, начинают идти ядерные реакции, вещество становится электропроводящим за счет термической ионизации.

В настоящее время задача получения наблюдаемого распределения вещества из рассмотрения эволюции однородного мира чрезвычайно далека от решения.

Однако раньше думали, что задача не просто трудна, а не имеет решения вообще, так как казалось, что эволюция строго однородного (в начале) мира с неизбежностью привела бы к однородному распределению вещества в настоящий момент. Эти утверждения были основаны на определенных оценках термодинамических флуктуаций. Рассмотрение фазовых переходов существенно увеличивает ожидаемые флуктуации и показывает, что задача, возможно, имеет решение. Получение такого решения и его исследование остается делом будущего.

Кратко соображения о роли фазовых переходов были изложены автором в статье [15].

ЛИТЕРАТУРА

1. J. J e a n s. Philos. Trans. Roy. Soc. London A, 199, 44, 1902.
2. J. J e a n s. Astronomy and Cosmogony, Cambridge, 1925, p. 345.
3. Е. М. Л и ф ш и ц, ЖЭТФ, 16, 587, 1946.
4. G. G a m o w. Rev. Mod. Phys., 21, 367, 1949.
5. R. A. A l p h e r, R. C. H e r m a n. Rev. Mod. Phys., 22, 153, 1950.
6. R. A. A l p h e r, R. C. H e r m a n. Annual rev. Nucl. Sci., 2, 1, 1953.
7. Я. Б. З е л ь д о в и ч, ЖЭТФ, 43, 1961, 1962.
8. Я. Б. З е л ь д о в и ч. Вопросы космогонии. Данный сборник, стр. 234.
9. А. А. А б р и к о с о в. Астрон. ж., 31, 112, 1954.
10. G. G a m o w. Phys. Rev., 74, 505, 1948.
11. А. И. Л е б е д и н с к и й. Вопросы космогонии, 2, 1954.
12. W. B o n n o r. Monthly Not. R. A. S., 117, 104, 1957.
13. H. B o n d i. Cosmology, 2 ed. Cambridge, 1960.
14. J. W. S t e w a r t, C. A. S w e n s o n. Phys. Rev., 94, 1069, 1954.
15. Я. Б. З е л ь д о в и ч. ЖЭТФ, 43, 1982, 1962.
16. А. Б. С е в е р н ы й, Труды ГАИШ, 13, № 2, 1940. Изв Кр. АО, I, № 2, 1, 1948.

Поступила 18.IX 1962 г.