Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 44 *1963* *Вып. 6*

ОГРАНИЧЕНИЯ, НАЛАГАЕМЫЕ НА АСИМПТОТИКИ СЕЧЕНИЙ ГИПОТЕЗОЙ ПОЛЮСОВ РЕДЖЕ

И. Б. Хриплович

Приводится асимптотика амплитуды, определяемая n-кратным полюсом Редже. В предположении аналитичности $l(s)$ вблизи $s=0$ и с использованием условия унитарности показано, что полное сечение растет не быстрее, чем логарифм энергии.

В квантовой теории поля не видно особых оснований для того, чтобы исключить возможность существования кратных полюсов Редже. Кратность полюса может быть обусловлена как слиянием нескольких траекторий, так и пересечением их при некоторой передаче импульса s. Асимптотика амплитуды $A(s,\ t)$ при $t\to\infty$, определяемая n-кратным полюсом Редже, имеет следующий вид:

$$A(s,\ t)\approx f(s)\, t^{l(s)}(\ln t)^{n-1}. \tag{1}$$

С учетом этой возможности теорема Фруассара [1] означает, что $l(0)\leqslant 1$, а при $l(0)=1$ кратность полюса $n\leqslant 3$.

Этот результат может быть усилен, если заранее предположить, что амплитуда упругого рассеяния имеет асимптотику (1). Полное сечение процесса в этом случае, в силу оптической теоремы, равно

$$\sigma_t = 16\,\pi f_2(0)\, t^{l(0)-1}(\ln t)^{n-1}, \qquad f_2(s)=\operatorname{Im} f(s). \tag{2}$$

Величину упругого сечения

$$\sigma_e = \int d\Omega\, \frac{4}{t}\,|A(s,t)|^2 = \frac{16\pi}{t^2}\int\limits_{-t}^{0} ds\,|A(s,t)|^2 \tag{3}$$

можно оценить при $t\to\infty$, используя (1). При малых s имеем $l(s)\approx l(0)+\gamma s$, причем, как показано Грибовым и Померанчуком [2], $\gamma>0$. Тогда основной вклад в интеграл на верхнем пределе дает область

$$-1/2\,\gamma\ln t\lesssim s\leqslant 0. \tag{4}$$

С ростом t этот интервал становится сколь угодно узким и в нем не может произойти смены ведущей особенности. Если же кратность полюса при $s=0$ вызвана пересечением в этой точке нескольких траекторий, то , как нетрудно убедиться, значение интеграла (3) только уменьшится, если во всем интервале (4) считать все траектории совпадающими с нижней.

Таким образом, упругое сечение рассеяния на малые углы, а следовательно, и все упругое сечение при $t\to\infty$ не может быть меньше следующей величины:

$$\sigma_{1e} = 8\pi\gamma^{-1}\,|f(0)|^2\, t^{2l(0)-2}\,(\ln t)^{2n-3}. \tag{5}$$

Так как полное сечение и подавно не меньше, чем σ_{1e}, то ясно, что $l(0)\leqslant 1$, и что если $l(0)=1$, то $n\leqslant 2$.

К этому выводу можно прийти несколько иначе. Вследствие унитарности мнимая часть парциальной амплитуды удовлетворяет условию

$$0\leqslant \operatorname{Im} f_l(t)\leqslant 1. \tag{6}$$

Предполагая, что при малых l основной вклад в интеграл, определяющий $f_l(t)$, дает область, близкая к (4), находим, что в этом случае

$$f_l(t) \approx \gamma^{-1} f(0)\, t^{l(0)-1} (\ln t)^{n-2}\,. \tag{7}$$

Потребовав выполнения (6) при $t \to \infty$, получим тот же результат.

В отличие от доказательства Фруассара, приведенные соображения не связаны с отсутствием аномальных особенностей, а поэтому применимы и к процессам с участием ядер [3]. Для реакций с участием безмассовых частиц оба доказательства не годятся, так как амплитуда рассеяния вперед обращается в бесконечность [3].

Случай постоянного полного сечения $l(0) = 1$, $n = 1$ был изучен Грибовым [4, 5]. Если же $l(0) = 1$, а $n = 2$, то и полное, и упругое сечения растут логарифмически:

$$\sigma_t = 16\pi f_2(0) \ln t; \qquad \sigma_{1e} = 8\pi\gamma^{-1} |f(0)|^2 \ln t. \tag{8}$$

Парциальные амплитуды при $l \ll \sqrt{\gamma t \ln t}$ постоянны и равны $f(0)/\gamma$, а при $l \gg \sqrt{\gamma t \ln t}$ они экспоненциально убывают с ростом l. Такой вид парциальных амплитуд соответствует рассеянию на шарике, радиус которого растет с энергией $\sim \sqrt{\gamma \ln t}$, а прозрачность в отличие от случая, рассмотренного Грибовым, остается постоянной.

Применяя условие (6), находим, что $f_2(0) \leqslant \gamma$. Полагая $\gamma \approx 1/50\mu^2$ [6], получаем верхний предел полного сечения: $\sigma_t \lesssim \mu^{-2} \ln t$.

Отметим, что рассмотрение случая логарифмического роста сечений, произведенное Фраем [7], ошибочно.

В заключение приношу глубокую благодарность В. Н. Байеру, Р. З. Сагдееву, В. В. Соколову и С. А. Хейфецу за постоянное внимание, интерес к работе и ценные беседы, С. Т. Беляеву, В. М. Галицкому, В. Л. Покровскому и Д. В. Ширкову за полезное обсуждение результатов работы.

Институт ядерной физики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 января 1963 г.

Литература

[1] M. Froissart. Phys. Rev., **123**, 1053, 1961.
[2] В. Н. Грибов, И. Я. Померанчук. ЖЭТФ, **43**, 308, 1962.
[3] S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, F. Zachariasen. Phys. Rev., **126**, 2204, 1962.
[4] В. Н. Грибов. ЖЭТФ, **41**, 667, 1961.
[5] В. Н. Грибов. ЖЭТФ, **41**, 1962, 1961.
[6] G. F. Chew, S. C. Frautschi. Phys. Rev. Lett., 8, 41, 1962.
[7] G. Frye. Phys. Rev. Lett., 8, 494, 1962.

RESTRICTIONS ON THE ASYMPTOTIC VALUES OF THE CROSS SECTIONS IMPOSED BY THE REGGE POLES HYPOTHESIS

I. B. Khriplovich

The asymptotic value of the amplitude defined by the n-th order Regge pole is presented. Assuming analyticity of $l(s)$ near $s = 0$ and employing the unitarity condition, it is shown that the total cross section does not increase more rapidly than the logarithm of energy.