

Здесь $f^{(0)}$ — максвелловская функция распределения по скоростям. Далее в этом параграфе значок i будем опускать, имея в виду, что за исключением специальных оговорок, речь идет только об ионах. Воспользовавшись зависимостью возмущенных величин от координаты x и времени t в виде $\delta A = \delta A^* \exp(ikx + i\omega t)$, после некоторых выкладок получим [4]

$$\delta f = -\frac{e}{T} \delta \varphi(r) \left\{ 1 - \sum_{l,m} \frac{1}{\omega + k_{\parallel} v_{\parallel} - l\omega_H} \left(\omega + \frac{k_y T}{m\omega_H} \frac{d}{dx} \right) J_l \left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H} \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \{il [\theta(t) + \varphi]\} J_m \left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H} \right) \exp \{im [\theta(t) + \varphi]\} f^{(0)} \right\} \quad (1.7)$$

где J_n — функция Бесселя действительного аргумента. По определению возмущенной плотности есть

$$n = \int \delta f dv_{\parallel} dv_{\perp} \quad (1.8)$$

Используя условие квазинейтральности (1.2), уравнения (1.5), (1.7) и (1.8) в цилиндрических координатах, получим

$$\frac{ien_0 k_z \delta \varphi - [icv m_e n_0' (x) / k_z] [\delta E_y / H]}{ik_z T_0 - v m_e \omega / k_z} = -\frac{em^{3/2}}{T} \delta \varphi(r) \int \frac{n_0}{(2\pi T)^{3/2}} \times \\ \times \exp \left(-\frac{mv^2}{2T} \right) dv_{\parallel} v_{\perp} dv_{\perp} d\theta + \frac{em^{3/2}}{T} \delta \varphi(r) \int \frac{n_0}{(2\pi T)^{3/2}} \times \\ \times \exp \left(-\frac{mv^2}{2T} \right) \sum_{l,m} \frac{1}{\omega + k_{\parallel} v_{\parallel} - l\omega_H} \left(\omega + \frac{k_y T}{m\omega_H} \frac{d}{dx} \right) J_l \left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H} \right) \exp \{il [\theta(t) + \varphi]\} \\ \times J_m \left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H} \right) \exp \{im [\theta(t) + \varphi]\} dv_{\parallel} v_{\perp} dv_{\perp} d\theta \quad (1.9)$$

Здесь k_{\parallel} — волновой вектор волны возмущения, параллельный направлению магнитного поля.

Уравнение (1.9) весьма сложно. Рассмотрим простые предельные случаи. Выберем «ветвь» $\omega \ll \omega_H$, тогда в уравнении (1.9) достаточно положить $l = 0$. В силу ортогональности бесселевых функций $m = 0$. После ряда вычислений приходим к дисперсионному уравнению

$$\frac{ik_{\parallel} - (cvm_e k_y \ln' n_0) / ek_{\parallel} H}{ik_{\parallel} T_0 - v m_e \omega / k_{\parallel}} = -\frac{1}{T} \left\{ 1 - F \left(1 + \frac{\omega_n}{\omega} \right) \right\} \quad (1.10)$$

Здесь

$$F(k_{\perp}^2) = I_0 \left(\frac{k^2 T}{\omega_H^2 m} \right) \exp \left(-\frac{k^2 T}{\omega_H^2 m} \right) \quad (1.11)$$

где I_0 — функция Бесселя от мнимого аргумента. Уравнение (1.10) легко приводится к виду

$$\frac{1 + iv\omega_n / k_{\parallel}^2 v T_e^2}{1 + iv\omega / k_{\parallel}^2 v T_e^2} = F \left(1 + \frac{\omega_n}{\omega} \right) - 1$$

Отсюда

$$\omega = \frac{\omega_n F}{2 - F + iv(\omega_n - \omega) / k_{\parallel}^2 v T_e^2} \quad (1.12)$$

Из формулы (1.12) находим инкремент нарастания неустойчивости

$$\gamma = -\frac{v\omega_n F (\omega_n - \omega)}{k_{\parallel}^2 (2 - F)^2 v T_e^2} \quad (1.13)$$

Так как $\omega < \omega_n$ при $kr_i \gg 1$, то $\gamma < 0$, что говорит о наличии неустойчивости.

2. Используя связь коэффициента диффузии с инкрементом и длиной волны, оценим коэффициент диффузии для нашей модели. Максимум инкремента плазмы достигается при $\gamma \sim \omega$. Составляющая k_{\parallel} не может быть очень малой. Используемые в работе ограничения снизу на k_{\parallel}

$$\omega / k_{\parallel} < V_A, v_e \quad (2.1)$$

требуют выполнения условия

$$(k_{\parallel})_{\min} \sim \omega / v_e \quad \text{при } \beta < m_e / m_i \quad (2.2) \\ (k_{\parallel})_{\min} \sim \omega / V_A \quad \text{при } 1 > \beta > m_e / m_i \quad (2.3)$$

Условия (2.3) и (2.4) дадут, соответственно, и два значения kr_i

$$kr_i \sim \frac{\omega}{v}, \quad kr_i \sim \left(\frac{\beta m_i}{m_e} \right) \frac{v T_i n'}{R v n} \quad (2.4)$$

Следуя обзору [3], выпишем коэффициент диффузии

$$D \sim r_i^2 \frac{\gamma^2}{\omega} \frac{1}{kr_i} \quad (2.5)$$

выведенный для случая почти аperiodической неустойчивости $\gamma \sim \omega$.

Подставляя сюда инкремент нарастания (1.13) и последовательно два значения для волн пульсаций (2.4), получим два выражения для коэффициента диффузии

$$D_1 \sim \frac{r_i}{R} \frac{v}{\omega} D_B \left(\beta < \frac{m_e}{m_i} \right), \quad D_2 \sim \frac{v}{\omega} \frac{m_e r_i}{m_i R \beta} D_B \left(1 > \beta > \frac{m_e}{m_i} \right) \quad (2.6)$$

Эти формулы справедливы в тех случаях, когда поведение плазмы действительно можно описать системой уравнений (1.3), (1.4) и (1.6).

Гидродинамическое описание движения электронов возможно, когда длина волны возмущения λ_{\parallel} больше длины свободного пробега вдоль магнитного поля:

$$2\pi / k_{\parallel} > \lambda_e \quad \text{или} \quad v / \omega > \sqrt{\beta m_i / m_e}$$

С другой стороны, пренебрежение столкновениями в кинетическом уравнении для ионов возможно лишь когда характерное время нарастания возмущения $1 / \gamma$ меньше времени между по-ионными столкновениями

$$\gamma > v \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \quad \left(\frac{1}{v_i} \sim \frac{1}{v} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \right) \quad (2.7)$$

В заключение автор благодарит А. А. Галева и Р. З. Сагдеева за внимание к работе и И. О. Форескина за обсуждение.

Поступила 15 V 1963

ЛИТЕРАТУРА

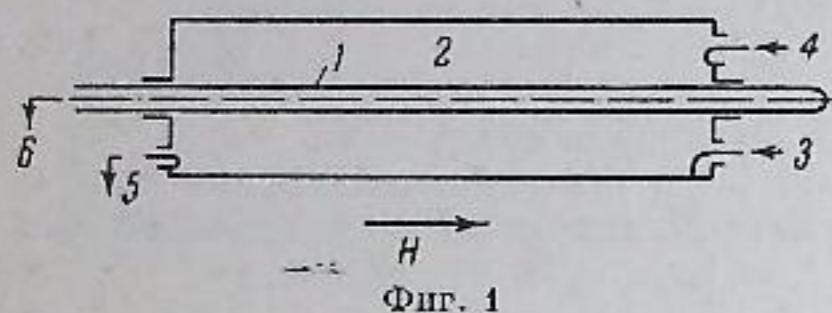
1. Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. О коэффициенте диффузии Бома. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, 44, 2.
2. Галева А. А., Ораевский В. Н., Сагдеев Р. З. Универсальная неустойчивость неоднородной плазмы в магнитном поле. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, 44, 3.
3. Галева А. А., Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. Теория устойчивости неоднородной плазмы. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1963.
4. Rosenbluth M. N., Krall N., Rostoker N. Finite Larmor radius stabilization of «weakly» unstable confined plasmas. Nuclear Fusion, Supplement, 1962, Part 1, p. 75.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФфузии СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ ГЕЛИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. Г. Алиханов (Новосибирск)

Исследовалось время распада плазмы гелия в магнитных полях напряженностью до 5000 эрстед. Эксперименты проводились в тонкой трубке ($d = 1.6$ см) при концентрациях $10^8 - 10^{10}$ 1 / см³. Результаты эксперимента существенно расходятся с формулой классической диффузии. Измеренный дополнительный поток плазмы на стенки обратно пропорционален напряженности магнитного поля и не зависит от давления нейтрального газа в исследуемом диапазоне (0.05—0.2 мм рт. ст.). Полученный эффект согласуется с теорией турбулентной диффузии плазмы на дрейфовых волнах Сагдеева и др.

Несмотря на многочисленные измерения коэффициентов диффузии плазмы поперек магнитного поля, до конца не выяснен вопрос, в каких случаях доминирует диффузия, обусловленная парными соударениями заряженных частиц, а в каких имеются отклонения. Измерения распределения плотности заряженных частиц в стационарной термической плазме цезия, выполненные Д'Анджело и Рином [1], показали, что диффузия подчиняется классическому закону $1/H^2$. Исследование распада слабоионизованной плазмы, находящейся в тепловом равновесии с нейтральным газом, проведенное в трубке с большим диаметром [2], также дало хорошее совпадение с законом диффузии на бинарных соударениях. Однако такие же измерения, сделанные Голантом и Жилинским в тонкой трубке, дают существенные отклонения от классического закона и к тому же имеют противоречивый характер. Так, в работе [3] получена зависимость $1/H^2$, но имеется несоответствие с теорией по абсолютной величине коэффициента диффузии, в то время как в [4] $D_{\perp} \sim 1/H^2$. Более того, в работах [3, 4] зависимость коэффициента диффузии от давления нейтрального газа не соответствует ожидаемой по классической теории.



Фиг. 1

Тщательное измерение времени распада плазмы в геометрии выше упомянутых экспериментов, по-видимому, может объяснить причину таких расхождений.

Техника измерений идентична описанной в работе [2]. Плазма создавалась микро-волновым пробоем газа в стеклянной трубке 1, помещенной (фиг. 1) в длинный цилиндрический резонатор 2. Магнетронный импульс 3 длительностью в несколько микросекунд через ферритовую систему согласования и развязки нагрузки от генератора подавался в резонатор, вдоль оси которого располагалась трубка 2 с газом (фиг. 1), присоединенная к вакуумной системе 6.

Измерительный сигнал 4 поступал через набор аттенуаторов в тот же резонатор. Величина измерительного сигнала в резонаторе 2 определялась при помощи системы измерения 5: петля связи, газоразрядный аттенуатор, детектор, усилитель и осциллограф. Если радиус плазменного столба существенно меньше радиуса резонатора, что выполнялось в данном эксперименте, выбор волны TH_{01n} , при n не очень больших, дает возможность совершенно не учитывать влияние магнитного поля на сдвиг частоты.

Перед экспериментом вся система длительно обезгаживалась при температуре 400°C . После достижения вакуума лучше 10^{-9} мм рт. ст. система многократно промывалась спектрально чистым гелием, причем стенки трубки дополнительно обезгаживались электронами, ускоренными циклотронным резонансом. Измерения проводились при следующих параметрах: размеры трубки, радиус $R = 0.8$ см, длина $L = 80$ см, давление $p = 0.05-0.2$ мм рт. ст.; напряженность магнитного поля $H = 0-5000$ эрстед; концентрация электронов $n_e = 10^8-10^{10}$ см $^{-3}$.

Коэффициент диффузии плазмы определялся обычным методом по измерению времени распада τ , соответствующего наиболее долгоживущему виду распределения концентрации плазмы в цилиндрическом сосуде

$$\frac{1}{\tau} = \frac{D_0}{p} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + \frac{D_0}{p(1 + \omega_i \omega_e / \nu_i \nu_e)} \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 + D_s \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 \quad (1)$$

$(D_0 = 540 \text{ см}^2 \text{сек}^{-1} \text{мм рт. ст.},$
 $\nu_e = 2.1 \cdot 10^8 \text{ р. сек}^{-1} \text{мм рт. ст.}^{-1}, \nu_i = 2.0 \cdot 10^7 \text{ р. сек}^{-1} \text{мм рт. ст.}^{-1}.)$

Здесь ω_e, ω_i — циклотронные частоты электронов и ионов, D_s — коэффициент аномальной диффузии, D_0 — коэффициент диффузии плазмы в отсутствие магнитного поля при $p=1$ мм рт.ст. Первый член в правой части соответствует потоку вдоль силовых линий магнитного поля на торцы трубки, второй — потоку плазмы в радиальном направлении поперек магнитного поля, обусловленному соударениями заряженных частиц с нейтральными атомами. Помимо этого, записан третий член, который включает в себя поток плазмы поперек магнитного поля, вызванный дополнительными не учтенными процессами. Необходимо оговориться, что диффузионная длина $\lambda = R/2.4$ в случае процессов, совершенно отличных от бинарных соударений на нейтралах, может оказаться несколько другой (см., например, [5]).

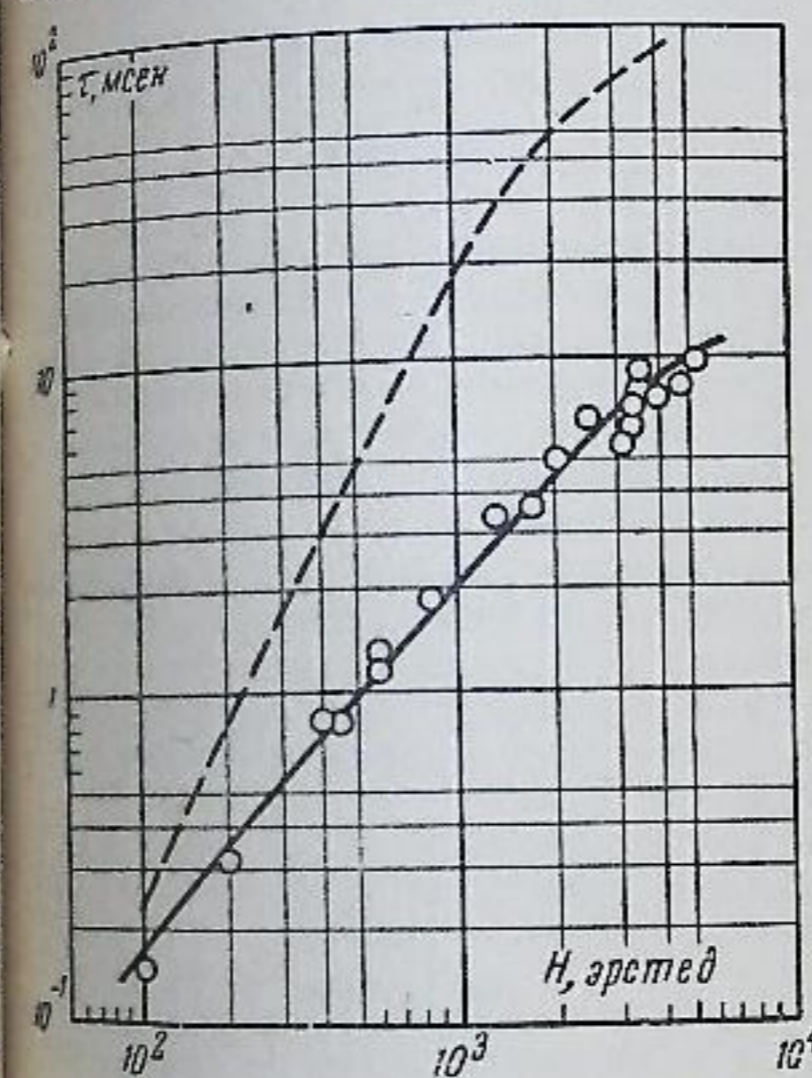
На фиг. 2 и 3 изображены результаты эксперимента в виде зависимости постоянной времени распада плазмы от величины напряженности магнитного поля для давлений нейтрального газа 0.01 и 0.02 мм рт. ст. соответственно. Там же нанесены теоретические кривые с учетом только соударений заряженных частиц с нейтральными атомами. Как видно из графиков, экспериментально наблюдаемая зависимость существенно отличается от ожидаемой по закону классической диффузии H^{-2} представлен на фиг. 2 и 3 пунктирными линиями.

Чтобы выявить причину, вызывающую отклонение от классической теории, вычтем из наблюдаемых коэффициентов диффузии теоретические, основанные на бинарных соударениях. Полученные таким образом добавки к классическому коэффициенту диффузии D_s как функция от величины напряженности магнитного поля. Сразу бросается в глаза довольно четкая зависимость $D_s \sim 1/H$ и отсутствие зависимости, в пределах проведенных измерений, от давления нейтрального газа.

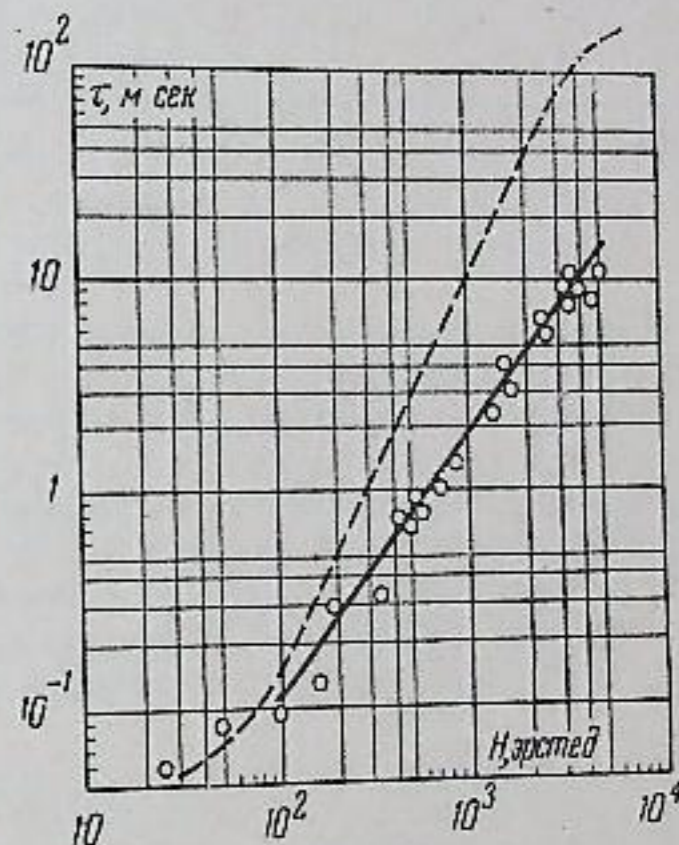
Таким образом, можно сделать уверенное заключение, что причина кроется в каких-то дрейфовых процессах, происходящих в распадающейся плазме. Оценим грубо возможное влияние неоднородности магнитного поля на «выдрейфовывание» плазмы на стенки. Время распада плазмы оценим как $\tau \sim R / \langle v_d \rangle$, где $\langle v_d \rangle$ — усредненная скорость дрейфа электронов в магнитном поле, вызванная случайными искривлениями магнитных силовых линий в объеме, занимаемом плазмой. Такие отклонения магнитной оси соленоида могут быть вызваны неточностью при намотке магнитных катушек, а также при их сборке. В этом случае время распада плазмы

$$\tau \approx \frac{e \langle R \rangle H}{ckT} R \quad (2)$$

Здесь $\langle R \rangle$ — средний квадратичный радиус кривизны магнитных силовых ли-



Фиг. 2



Фиг. 3

ней. Экспериментально определенная величина $\langle R \rangle$ в данной конкретной установке 400 см. В этом случае τ при 5000 эрстед должно быть порядка 0.5 сек. Соответственно можно показать, что реально существующие искажения диэлектрической стенки также не могут вызвать наблюдаемый быстрый уход плазмы.

Для объяснения аномальной диффузии, обнаруженной Бомом при изучении распределения концентрации заряженных частиц в плазме газового разряда [6], им была выдвинута гипотеза о дрейфовой диффузии и предложена а priori формула

$$D_{\perp} = \frac{1}{16} \frac{ckT}{e} \frac{1}{H}$$

Тот факт, что локальные флуктуации параметров плазмы будут вызывать подобную дрейфовую диффузию, достаточно очевиден, и по этому вопросу в последнее время появился ряд работ [7, 8]. Однако природа возникновения таких колебаний, или флуктуаций, в этих работах не рассматривалась.

В последних работах Р. З. Сагдеева и его сотрудников [9, 10] показано, что плазма в однородном магнитном поле, имеющая градиент давления, неустойчива по отношению к так называемым дрейфовым волнам. Возникающие колебания в неоднородной плазме благодаря присутствию диссипативных процессов, вызванных соударениями частиц, приводят к турбулентному состоянию и появлению турбулентной диффузии.

Полуколичественный анализ, проведенный в работе [10], дает для максимально возможного коэффициента диффузии в низкотемпературной полностью ионизованной плазме

$$D_s = \frac{1}{2\pi} \frac{ckT}{e} \frac{1}{H} \quad (3)$$

Этот результат качественно остается справедливым и в случае, когда имеется нейтральный газ, но $v_i \ll \omega$ (трение мало) [11]. Здесь ω — частота дрейфово-звуковых колебаний. В случае, когда $v_i \gg \omega$ (трение велико), получен критерий неустойчивости в виде

$$l_i \geq \frac{R}{2\pi} \quad (4)$$

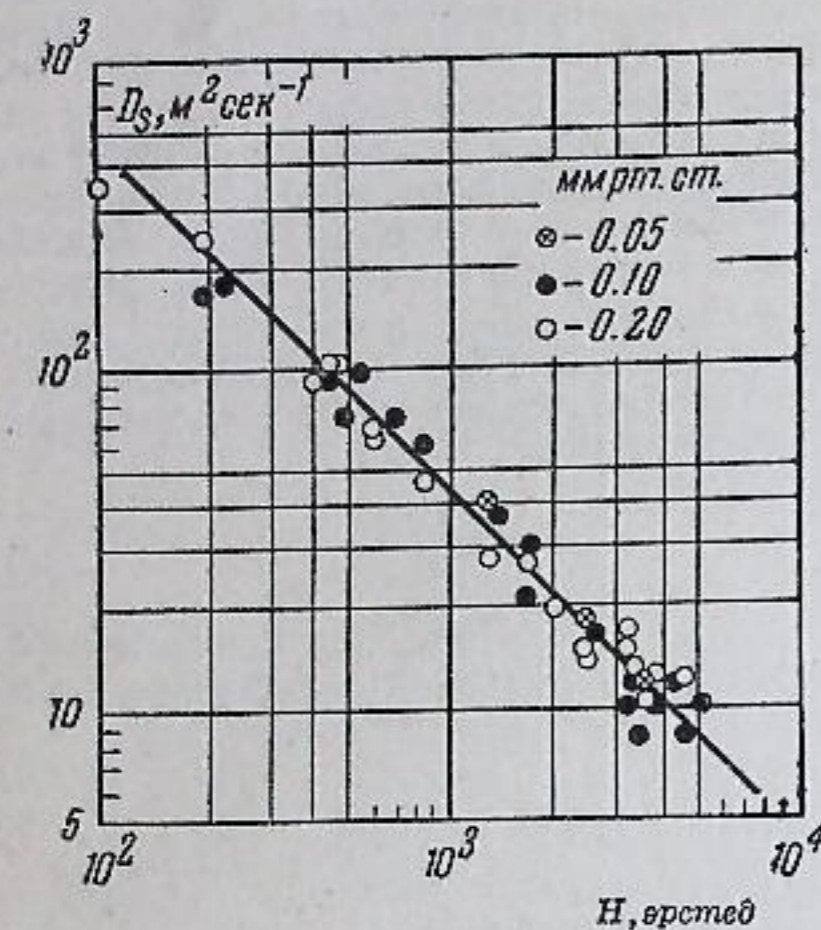
l_i — длина свободного пробега ионов.

Отметим, что когда $v_i \ll \omega$, стабилизация неустойчивости за счет трения о нейтралы практически отсутствует. Поэтому разумно ожидать, что в промежуточном случае $v_i \gg \omega$, который реализуется в данном эксперименте, неустойчивость будет развиваться при меньших значениях l_i , чем требуется по условию (4).

Из фиг. 4 можно определить измеренный коэффициент «аномальной» диффузии

$$D_s = 1.7 \cdot 10^{-2} \frac{ckT}{e} \frac{1}{H} \quad (5)$$

который примерно на порядок меньше максимально возможной величины коэффициента, предсказанного теорией. Это находится в качественном согласии с теорией, согласно которой присутствие нейтралов должно уменьшить коэффициент турбулентной диффузии.



Фиг. 4

В свете рассмотренного становится понятным хорошее совпадение с классической теорией экспериментов, проведенных нами в трубе с большим диаметром [2].

Несмотря на большую убедительность согласия результатов эксперимента с теорией турбулентной диффузии, непосредственное обнаружение дрейфово-звуковых волн в распадающейся плазме внесло бы окончательную ясность в явления переноса, происходящие в слабоионизованной плазме в магнитном поле.

В заключение автор приносит искреннюю благодарность Р. З. Сагдееву и С. С. Моисееву за обсуждение результатов и полезные дискуссии, а также Г. Л. Хорасанову и Г. Г. Подлесному за помощь в осуществлении эксперимента.

Поступила 8 VI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. D' Angelo N., Rynn N. Diffusion of a Cold Cesium Plasma across a Magnetic Field. Phys. Fluids, 1964, vol. 4, No. 2, p. 275.
2. Алиханов С. Г. и др. Исследование диффузии плазмы в магнитном поле. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, № 10, стр. 1205.
3. Голант В. Е., Жилинский А. П. Экспериментальное исследование диффузионного распада плазмы в магнитном поле. Ж. техн. физ., 1960, т. 30, № 7, стр. 745.
4. Голант В. Е., Жилинский А. П. Экспериментальное исследование диффузионного распада плазмы в магнитном поле, II. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, № 1, стр. 127.
5. Алиханов С. Г., Захаров В. Е., Хорасанов Г. Л. Диффузия плазмы в магнитном поле, обусловленная кулоновскими соударениями. Атомная энергия, 1963, т. 14, № 2, стр. 137.
6. Guthrie A. and Wakerling R. K. The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.
7. Spitzer L. Particle Diffusion across a Magnetic Field. Phys. Fluids, 1960, vol. 3, No. 4, p. 659.
8. Yoshikawa S., Rose D. J. Anomalous Diffusion of a Plasma across a Magnetic Field. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 3, p. 334.
9. Галеев А. А., Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. Теория устойчивости неоднородной плазмы. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1963.
10. Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. О коэффициенте диффузии Бома. Ж. экперим. и теор. физ., 1963, т. 44, № 2, стр. 763.
11. Заславский Г. М., Моисеев С. С., Ораевский В. Н. О турбулентной диффузии слабоионизованной замагниченной плазмы. ПМТФ, 1963, № 5.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В КАНАЛАХ С ПОРИСТЫМИ СТЕНКАМИ

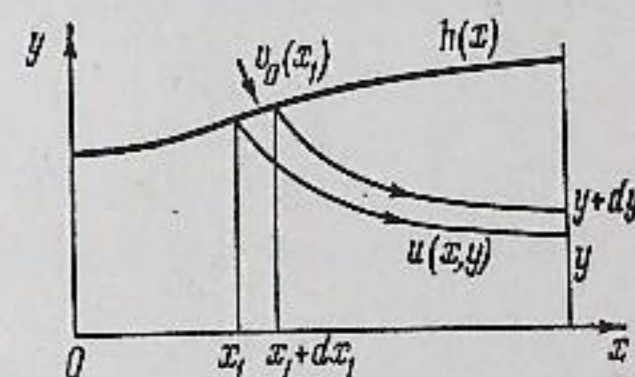
В. И. Ягодкин (Москва)

Течения сжимаемого газа в каналах часто не могут считаться одномерными, например при наличии фронта пламени [1-3], при оттоке газа от стенок во время их испарения или горения, а также в каналах с пористыми стенками [4-6]. Если площадь поперечного сечения канала и скорость оттока газа постоянны, а сжимаемостью газа можно пренебречь, то уравнения движения в ряде случаев допускают точные решения [4]. Для более сложных течений, в каналах переменного сечения или при переменной скорости оттока газа, применяют приближенные методы расчета [5]. В приближенных методах обычно предполагается, что давление в любом сечении постоянно. Оказалось, что применение приближенного метода для расчета течения в канале с пористыми стенками [5] дало результаты, совпадающие с точными [4]. В данной работе приближенный метод используется для расчета течений газа в каналах с пористыми стенками при учете сжимаемости газа.

1. Рассмотрим течение в плоском канале (фиг. 1) с шириной $h(x)$, образующееся в результате оттока газа от стенки с нормальной составляющей скорости $v_0(x)$. Канал симметричен относительно оси x . Будем считать, что влияние вязкости газа на течение несущественно, так что можно использовать уравнения движения невязкого газа. Для несжимаемой жидкости теоретически показано [4], что при числе Рейнольдса $Re = v_0 h / \nu \rightarrow \infty$ (где ν — кинематическая вязкость газа) сохраняется условие обращения в нуль касательной составляющей скорости потока на стенках канала. Это условие было подтверждено экспериментально [6] путем сравнения профилей скорости. В приближенной теории течения сжимаемого газа будем считать, что это условие также выполнено. Эксперименты также указывают на то, что влияние перемешивания турбулентностью на течение в каналах с пористыми стенками несущественно. Поэтому можно считать, что на любой линии тока, выходящей из точки x_1 стенки канала, выполняется уравнение Бернулли

$$\Lambda = \frac{u(x, y)}{V_{\max}(x_1)} = \left[1 - \left(\frac{p(x, y)}{p^*(x, y)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

$$\left(V_{\max} = \frac{\sqrt{2a_0}}{\sqrt{\gamma-1}} \right)$$



Фиг. 1

$a_0(x_1)$ — скорость звука у стенки канала, γ — показатель адиабаты, $u(x, y)$ — касательная составляющая скорости потока. Влияние поперечной составляющей $v(x, y)$ на давление считается малым. Так как давление постоянно в любом сечении, то

$$p(x, y) = p(x) = p \quad (1.2)$$

Давление заторможенного потока $p^*(x, y)$ при условии обращения в нуль касательной составляющей скорости потока на стенке равно

$$p^*(x, y) = p^*(x_1, h(x_1)) = p(x_1) = p_1 \quad (1.3)$$

Тогда вместо (1.1) получим

$$\Lambda = \left(1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

Для совершенного газа

$$\rho(x, y) = \rho^*(x, y) \left(\frac{p(x, y)}{p^*(x, y)} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \rho_1 \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1.5)$$

Здесь $\rho_1 = \rho^*(x_1, h(x_1))$ — плотность у стенки. Для определения зависимости Λ от длины канала используем (1.4) и (1.5) и уравнение неразрывности стационарного течения между двумя бесконечно близкими линиями тока (фиг. 1)

$$\rho_1 v_0(x_1) \sqrt{1 + h'^2(x_1)} dx_1 = \rho(x, y) u(x, y) dy \quad (1.6)$$

Из (1.4) — (1.6) можно получить

$$dy = \frac{v_0(x_1)}{V_{\max}(x_1)} \left(\frac{p}{p_1} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + h'^2(x_1)} dx_1 \quad (1.7)$$