# К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. М. Фридман (Новосибирск)*

Учет диссипативных эффектов (конечная проводимость) привел к обнаружению неустойчивости в неоднородной плазме, в результате которой плазма быстро диффундирует поперек магнитного поля с коэффициентом диффузии порядка бомовского [1]. При этом в ранее проводимых исследованиях [1-3] делалось существенное различие между «высокотемпературным» пределом (когда столкновениями можно пренебречь) и относительно «холодной» плазмой, когда частые столкновения обеспечивают применимость гидродинамического описания. Первый случай описывался кинетическими уравнениями для ионов и электронов, второй соответственно уравнениями гидродинамики. Однако экспериментальный материал, накопленный в физике устойчивости плазмы в последнее время, требует рассмотрения и «промежуточного» случая, т. е. такого, когда движение электронов описывается гидродинамически, в то время как ионы уже должны быть описаны кинетически.

Данное исследование проведено для неоднородной изотермической плазмы в сильном магнитном поле ($H^2 \gg 8\pi p$, где $p$ — давление плазмы). В неоднородной плазме, в отличие от однородной, диэлектрические свойства могут существенно измениться даже при появлении небольших пространственных градиентов. Здесь появляются ветви колебаний, фазовая скорость которых совпадает с дрейфовой скоростью электронов в магнитном поле за счет градиентов плотности. Ниже будет идти речь именно о таких волнах.

1. Ограничимся случаем, когда $k_\perp r_e \ll 1$ (где $k_\perp$ — волновой вектор волны возмущения, перпендикулярный направлению магнитного поля, $r_e$ — длина свободного пробега электронов), т. е. длина волн возмущений много больше длины свободного пробега электронов.

Пусть плотность частиц $n$ зависит только от $x$, а магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено по оси $z$. Как и в работах [1-4], возмущения выберем в виде $\sim \exp(i\mathbf{kx} + i\omega t)$. Наложим на стационарное распределение плазмы малое возмущение, которое предположим потенциальным ($\omega \ll k_z V_A$), т. е.

$$\delta E_i = -ik_i\delta\varphi \tag{1.1}$$

Также считаем, что справедливо условие квазинейтральности

$$n_e = n_i(E) = n \tag{1.2}$$

Исследование проводится для «промежуточных» частот ($v_{Ti} \ll \omega / k \ll v_{Te}$, где $v_{Te}$, $v_{Ti}$ — тепловые скорости электронов и ионов), для которых, как известно [1,3], имеет место неустойчивость в отсутствие градиента температуры.

Движение электронов изотермической плазмы в системе координат, где $E_{0x} = 0$, будет описываться тогда следующей гидродинамической системой уравнений

$$-ik_z nT_0 - en_0\delta E_z - \nu m_e v_z n_0 = 0 \tag{1.3}$$

$$-i\omega n + ik_z v_z n_0 + c\frac{\delta E_y}{H} n_0'(x) = 0 \tag{1.4}$$

где невозмущенные величины отмечены индексом 0, величины без индексов суть значения соответствующих величин в некоторый момент времени после включения возмущения; уравнение (1.3) — уравнение движения электронов по оси в пренебрежении инерции электронов; $\nu$ — частота электрон-ионных столкновений (таким образом, последний член в уравнении (1.3) описывает силу трения).

Уравнение (1.4) есть уравнение непрерывности для электронов

$$\partial n / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{v}n = 0$$

Значение $v_z$ из уравнения (1.4) подставляем в уравнение (1.3). Тогда для плотности электронов $n_e$ получаем выражение

$$n_e = \left(ien_0 k_z\delta\varphi - \frac{i c\nu m_e n_0'(x)}{k_z}\frac{\delta E_y}{H}\right) \Bigg/ \left(ik_z T_0 - \nu m_e \frac{\omega}{k_z}\right) \tag{1.5}$$

Движение ионов опишем кинетическим уравнением

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v}_i \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_i}{m_i c}[\mathbf{v}_i \mathbf{H}^{(0)}]\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{e_i}{m_i}\delta\mathbf{E}\frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{v}_i} \tag{1.6}$$

Здесь $f^{(0)}$ — максвелловская функция распределения по скоростям. Далее в этом параграфе значок $i$ будем опускать, имея в виду, что за исключением специальных оговорок, речь идет только об ионах. Воспользовавшись зависимостью возмущенных величин от координаты $x$ и времени $t$ в виде $\delta A = \delta A^* \exp(i\mathbf{kx} + i\omega t)$, после некоторых выкладок получим [4]

$$\delta f = -\frac{e}{T}\delta\varphi(\mathbf{r})\left\{1 - \sum_{l,\,m}\frac{1}{\omega + k_{\parallel}v_{\parallel} - l\omega_H}\left(\omega + \frac{k_yT}{m\omega_H}\frac{d}{dx}\right)J_l\left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\exp\{il[\theta(t)+\varphi]\}J_m\left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H}\right)\exp\{im[\theta(t)+\varphi]\}f^{(0)}\right\} \qquad (1.7)$$

где $J_n$ — функция Бесселя действительного аргумента. По определению возмущение плотности есть

$$n = \int \delta f\, dv_{\parallel}\, dv_{\perp} \qquad (1.8)$$

Используя условие квазинейтральности (1.2), уравнения (1.5), (1.7) и (1.8) в цилиндрических координатах, получим

$$\frac{ien_0k_z\delta\varphi - [icvm_en_0'(x)\,/\,k_z]\,[\delta E_y\,/\,H]}{ik_zT_0 - vm_e\omega\,/\,k_z} = -\frac{em^{3/2}}{T}\delta\varphi(\mathbf{r})\int\frac{n_0}{(2\pi T)^{3/2}}\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right)dv_{\parallel}v_{\perp}\,dv_{\perp}\,d\theta + \frac{em^{3/2}}{T}\delta\varphi(\mathbf{r})\int\frac{n_0}{(2\pi T)^{3/2}}\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right)\sum_{l,\,m}\frac{1}{\omega + k_{\parallel}v_{\parallel} - l\omega_H}\left(\omega + \frac{k_yT}{m\omega_H}\frac{d}{dx}\right)J_l\left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H}\right)\exp\{il[\theta(t)+\varphi]\}\times$$
$$\times J_m\left(\frac{kv_{\perp}}{\omega_H}\right)\exp\{im[\theta(t)+\varphi]\}\,dv_{\parallel}v_{\perp}\,dv_{\perp}\,d\theta \qquad (1.9)$$

Здесь $k_{\parallel}$ — волновой вектор волны возмущения, параллельный направлению магнитного поля.

Уравнение (1.9) весьма сложно. Рассмотрим простые предельные случаи. Выберем «ветвь» $\omega \ll \omega_H$, тогда в уравнении (1.9) достаточно положить $l = 0$. В силу ортогональности бесселевых функций $m = 0$. После ряда вычислений приходим к дисперсионному уравнению

$$\frac{ik_{\parallel} - (cvm_ek_y ln'\,n_0)\,/\,ek_{\parallel}H}{ik_{\parallel}T_0 - vm_e\omega\,/\,k_{\parallel}} = -\frac{1}{T}\left\{1 - F\left(1 + \frac{\omega_n}{\omega}\right)\right\} \qquad (1.10)$$

Здесь

$$F(k_{\perp}^2) = I_0\left(\frac{k^2T}{\omega_H{}^2m}\right)\exp\left(-\frac{k^2T}{\omega_H{}^2m}\right) \qquad (1.11)$$

где $I_0$ — функция Бесселя от мнимого аргумента. Уравнение (1.10) легко приводится к виду

$$\frac{1 + iv\omega_n\,/\,k_{\parallel}{}^2v_{Te}{}^2}{1 + iv\omega\,/\,k_{\parallel}{}^2v_{Te}{}^2} = F\left(1 + \frac{\omega_n}{\omega}\right) - 1$$

Отсюда

$$\omega = \frac{\omega_nF}{2 - F + iv(\omega_n - \omega)\,/\,k_{\parallel}{}^2v_{Te}{}^2} \qquad (1.12)$$

Из формулы (1.12) находим инкремент нарастания неустойчивости

$$\gamma = -\frac{v\omega_nF(\omega_n - \omega)}{k_{\parallel}{}^2(2 - F)^2v_{Te}{}^2} \qquad (1.13)$$

Так как $\omega < \omega_n$ при $kr_i \gg 1$, то $\gamma < 0$, что говорит о наличии неустойчивости.

2. Используя связь коэффициента диффузии с инкрементом и длиной волны [5], оценим коэффициент диффузии для нашей модели. Максимум инкремента плазмы достигается при $\gamma \sim \omega$. Составляющая $k_{\parallel}$ не может быть очень малой. Используемые в работе ограничения снизу на $k_{\parallel}$

$$\omega\,/\,k_{\parallel} < V_A, v_e \qquad (2.1)$$

требуют выполнения условия

$$(k_{\parallel})_{\min} \sim \omega / v_e \qquad \text{при } \beta < m_e / m_i \tag{2.2}$$

$$(k_{\parallel})_{\min} \sim \omega / V_A \qquad \text{при } 1 > \beta > m_e / m_i \tag{2.3}$$

Условия (2.3) и (2.4) дадут, соответственно, и два значения $kr_i$

$$kr_i \sim \frac{\omega}{\nu}, \qquad kr_i \sim \left(\frac{\beta m_i}{m_e}\right)\frac{v_{Ti}}{R\nu}\frac{n'}{n} \tag{2.4}$$

Следуя обзору [3], выпишем коэффициент диффузии

$$D \sim r_i^2 \frac{\gamma^2}{\omega}\frac{1}{kr_i} \tag{2.5}$$

выведенный для случая почти апериодической неустойчивости $\gamma \sim \omega$.

Подставляя сюда инкремент нарастания (1.13) и последовательно два значения длин волн пульсаций (2.4), получим два выражения для коэффициента диффузии

$$D_1 \sim \frac{r_i}{R}\frac{\nu}{\omega} D_Б \quad \left(\beta < \frac{m_e}{m_i}\right), \qquad D_2 \sim \frac{\nu}{\omega}\frac{m_e r_i}{m_i R\beta} D_Б \quad \left(1 > \beta > \frac{m_e}{m_i}\right) \tag{2.6}$$

Эти формулы справедливы в тех случаях, когда поведение плазмы действительно можно описать системой уравнений (1.3), (1.4) и (1.6).

Гидродинамическое описание движения электронов возможно, когда длина волны возмущения $\lambda_{\parallel}$ больше длины свободного пробега вдоль магнитного поля:

$$2\pi / k_{\parallel} > \lambda_e \qquad \text{или} \qquad \nu / \omega > \sqrt{\beta m_i / m_e}$$

С другой стороны, пренебрежение столкновениями в кинетическом уравнении для ионов возможно лишь когда характерное время нарастания возмущения $1 / \gamma$ меньше времени между ион-ионными столкновениями

$$\gamma > \nu \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \qquad \left(\frac{1}{\nu_i} \sim \frac{1}{\nu}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\right) \tag{2.7}$$

В заключение автор благодарит А. А. Галеева и Р. З. Сагдеева за внимание к работе и И. О. Форескина за обсуждение.

Поступила 15 V 1963

## ЛИТЕРАТУРА

1. Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. О коэффициенте диффузии Бома. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, 44, 2.
2. Галеев А. А., Ораевский В. Н., Сагдеев Р. З. Универсальная неустойчивость неоднородной плазмы в магнитном поле. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, 44, 3.
3. Галеев А. А., Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. Теория устойчивости неоднородной плазмы. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1963.
4. Rosenbluth M. N., Krall N., Rostoker N. Finite Larmor radius stabilization of «weakly» unstable confined plasmas. Nuclear Fusion, Supplement, 1962, Part 1, p. 75.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ ГЕЛИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*С. Г. Алиханов (Новосибирск)*

Исследовалось время распада плазмы гелия в магнитных полях напряженностью до 5000 *эрстед*. Эксперименты проводились в тонкой трубке ($d = 1.6$ *см*) при концентрациях $10^8$—$10^{10}$ $1 / см^3$. Результаты эксперимента существенно расходятся с формулой классической диффузии. Измеренный дополнительный поток плазмы на стенки обратно пропорционален напряженности магнитного поля и не зависит от давления нейтрального газа в исследуемом диапазоне (0.05—0.2 *мм* рт. ст.). Полученный эффект согласуется с теорией турбулентной диффузии плазмы на дрейфовых волнах Сагдеева и др.