

ОБ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. М. Заславский и С. С. Мусеев

Устойчивость неоднородной плазмы исследуется в рамках двухжидкостной гидродинамики. Учитываются влияния вязкости, теплопроводности, проводимости, продольного тока на характер неустойчивостей. Получены коэффициенты аномальной диффузии в различных предельных случаях.

§ 1. Введение

Известно, что диссипативные эффекты очень часто приводят к неустойчивости плазмы, удерживаемой магнитным полем (см., например, [1-3]). В работе [3] показано, что электрон-ионное трение вызывает неустойчивость в полностью ионизованной плазме с переменной плотностью в магнитном поле.

При этом наиболее опасной оказывается область „промежуточных“ частот ($v_{Ti} \ll \frac{\omega}{k} \ll v_{Te}, v_{Ti}, v_{Te}$ — тепловые скорости ионов и электронов). Результаты работ [1-3] не охватывают обилие различных диссипативных факторов двухжидкостного описания плазмы. В настоящей работе проводится исследование устойчивости плазмы с учетом более широкого круга диссипативных эффектов.

§ 2. Дисперсионные уравнения

Мы будем пользоваться следующей системой уравнений двухжидкостной гидродинамики [4]

$$M_n \left(\frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + (\mathbf{V}_i \nabla) \mathbf{V}_i \right) = en\mathbf{E} + \frac{en}{c} [\mathbf{V}_e \mathbf{H}] - \nabla P_i - \nabla \tilde{\pi}_i - \mathbf{R}, \quad (2.1)$$

$$en\mathbf{E} + \frac{en}{c} [\mathbf{V}_e \mathbf{H}] + \nabla P_e - \mathbf{R} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla (n\mathbf{V}_i) = 0; \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla (n\mathbf{V}_e) = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{3}{2} n \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + \mathbf{V}_i \nabla T_i \right) + P_i \nabla \mathbf{V}_i = -\nabla q_i - \pi_{i\alpha\beta} \frac{\partial V_{i\alpha}}{\partial x_\beta}, \quad (2.4)$$

$$\frac{3}{2} n \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{V}_e \nabla T_e \right) + P_e \nabla \mathbf{V}_e = -\nabla q_e + Q_e. \quad (2.5)$$

Здесь

$$\mathbf{R} = \frac{en}{\sigma} (\mathbf{j}_{\parallel} + 2\mathbf{j}_{\perp}) - 0.71n\nabla_{\parallel} T_e - \frac{3}{2} \frac{n}{\tau_e \Omega_e} [\mathbf{h} \nabla T_e], \quad (2.6)$$

$$Q_e = \frac{1}{\sigma} (j_{\parallel}^2 + 4j_{\perp}^2) - \frac{1}{e} \mathbf{j} \left(0.71 \nabla_{\parallel} T_e + \frac{3}{2} \frac{1}{\tau_e \Omega_e} [\mathbf{h} \nabla T_e] \right), \quad (2.7)$$

¹ Индексы i, e относятся соответственно к ионам и электронам.

$$q_e = -\chi \nabla_{\parallel} T_e - \frac{5}{2} \frac{ncT_e}{eH} [\mathbf{h} \nabla T_e], \quad (2.8)$$

$$q_i = \frac{5}{2} \frac{cnT_i}{eH} [\mathbf{h} \nabla T_i], \quad (2.9)$$

где \mathbf{j} — ток; σ — проводимость вдоль внешнего магнитного поля; $\mathbf{H} = \mathbf{h}H$; Ω — ларморовская частота; τ_e — время столкновения электронов на ионах; $\chi = \frac{3.16\tau_e T_e}{m}$ — теплопроводность электронов вдоль поля; M и m , соответственно, — массы иона и электрона; индексы „ \parallel “ и „ \perp “ берутся относительно \mathbf{H} .

Кроме того, мы предполагаем квазинейтральность плазмы и потенциальность возмущений, что дает

$$\nabla \mathbf{j} = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0. \quad (2.11)$$

Мы будем рассматривать возмущения величины a в виде

$$\delta a \sim \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t),$$

причем выполняется условие квазиклассичности, и вместо ik_x следует писать оператор $\frac{\partial}{\partial x}$ (ось x направлена вдоль возможной неоднородности).

Для упрощения системы (2.1)–(2.11) будем пренебрегать величинами V_{iz} , V_{ez} в (2.3) и величиной V_{iz} по сравнению с V_{ez} в (2.2), что справедливо при

$$\left(\frac{k_y}{k_z}\right)^2 \gg \frac{\Omega_i}{\omega} \gg 1; \quad \sqrt{\frac{T_i}{M}} \ll \frac{\omega}{k_z} \ll \sqrt{\frac{T_e}{m}}. \quad (2.12)$$

Перейдем теперь к решению системы в конкретных ситуациях при отсутствии внешнего электрического поля.

1) Рассмотрим случай, когда начальный ток в плазме отсутствует, $T'_e = 0^2$ и $T_e \gg T_i$. Линеаризация уравнения непрерывности для электронов дает

$$\delta n \left(\omega + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 r_e^2 \right) = i \frac{cn'}{H} \left(1 + i \frac{\omega}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \right) \delta E_y - i \frac{n}{T_e} \frac{1}{\tau_e} k_y^2 r_e^2 \delta T_e, \quad (2.13)$$

где мы воспользовались выражением

$$\delta \mathbf{j}_{\perp} = -\frac{c}{H} [\nabla (n \delta T_e + T_e \delta n) \mathbf{h}] + i \frac{\omega}{\Omega_i} \frac{enc}{H} \delta \mathbf{E}_y,$$

r — ларморовский радиус.

Учитывая (2.13) и выражая δT_e из (2.5)

$$\begin{aligned} in \left(\frac{3}{2} \omega - i \chi k_z^2 \right) \delta T_e &= i \omega T_e \delta n + \frac{en}{k_y} \omega \delta E_y + 2i \frac{\omega \omega_e}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \frac{en}{k_y} \delta E_y = \\ &= \frac{n\omega}{\tau_e} \frac{k_y^2 r_e^2}{\omega + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 r_e^2} + \frac{en}{k_y} \frac{\omega_e}{\omega + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 r_e^2} \times \\ &\times \left[i \frac{\omega^2}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} + i \frac{1}{\tau_e} k_y^2 r_e^2 \left(1 + 2i \frac{\omega}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \right) \right] \delta E_y, \end{aligned}$$

² Штрих означает дифференцирование по x .

получаем из (2.2)

$$\frac{1}{\sigma} \delta j_z = \frac{k_z}{k_y} F_e \delta E_y, \quad (2.14)$$

где

$$F_e = 1 - \omega_e \frac{1 + \frac{\omega}{(\tau_e \Omega_i \Omega_e)}}{\omega + ik_y^2 \frac{r_e^2}{\tau_e}} + i \frac{\omega_e}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \frac{1.71\omega + 0.71ik_y^2 \frac{r_e^2}{\tau_e}}{\omega + ik_y^2 \frac{r_e^2}{\tau_e}} \times \\ \times \frac{\omega^2 + 2i\omega k_y^2 \frac{r_e^2}{\tau_e} + \Omega_i \Omega_e k_y^2 r_e^2}{\frac{3}{2}\omega^2 + \frac{5}{2}i \frac{\omega}{\tau_e} k_y^2 r_e^2 - i\chi k_z^2 \left(\omega + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 r_e^2\right)} \quad (2.15)$$

и обозначено

$$\omega_e = k_y \frac{cT_e n'}{eH n}. \quad (2.16)$$

Для ионов имеем [4], если в π_i сохранить только „магнитную вязкость“,

$$\operatorname{div}_y \delta (nV_{iy} - nV_{ey}) = -k_y (\omega + \omega_i) \frac{Mnc^2}{eH^2} \delta E_y, \quad (2.17)$$

$$\omega_i = k_y \frac{cT_i n'}{eH n} \quad (2.18)$$

(при $T_i \ll T_e$ величиной ω_i можно пренебречь). Подставляя (2.14) и (2.17) в (2.10), получаем

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_S}{\omega + \omega_i} F_e \right\} \delta E_y = 0, \quad (2.19)$$

где

$$\omega_S = \frac{k_z^2}{k_y^2} \tau_e \Omega_i \Omega_e. \quad (2.20)$$

В случае существования локальных решений (последнее для исследуемых случаев рассмотрено в § 4) дисперсионное уравнение имеет вид [5]

$$i \frac{\omega + \omega_i}{\omega_S} + F_e = 0. \quad (2.21)$$

2) Пусть теперь в плазме имеется начальный ток j_0 вдоль \mathbf{H} и $T_e = T_e(x)$. Считая $\sigma = \sigma(T_e)$, как и в [1] и пренебрегая перпендикулярной силой трения в (2.2), критерием чего является условие

$$\frac{\omega_e}{\omega_S} \ll \frac{k_y^2}{k_z^2}, \quad (2.22)$$

получаем следующее уравнение для δE_y :

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_S}{\omega + \omega_i} \left(1 - \frac{\omega_e}{\omega} - \frac{1.71\omega_T - i\omega_0}{\omega - \frac{2}{3}i\chi k_z^2} \right) \right\} \delta E_y = 0, \quad (2.23)$$

где

$$\omega_T = k_y \frac{cT'}{eH}; \quad \omega_0 = \frac{k_y j_0}{k_z} \frac{c}{\sigma^2} \frac{1}{H} \sigma'. \quad (2.24)$$

При выводе (2.23) мы пренебрегаем также Джоулевым теплом и квадратами токов.

3) Если ионы не считать холодными, то следует, вообще говоря, учесть также и ионную вязкость. Будем считать, что $T'_i = 0$. Воспользуемся известным выражением для тензора вязкости [4]

$$\begin{aligned} \pi_{zz} &= -\eta_0 w_{zz}, \\ \pi_{xx} = \pi_{yy} &= -\frac{1}{2} \eta_0 (w_{xx} + w_{yy}) - \frac{1}{2} \eta_1 (w_{xx} - w_{yy}), \\ \pi_{xy} = \pi_{yx} &= -\eta_1 w_{xy}; \quad \pi_{xz} = \pi_{zx} = \pi_{yz} = \pi_{zy} = -\eta_2 w_{yz}, \\ w_{\alpha\beta} &= \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial V_\gamma}{\partial x_\gamma}, \\ \eta_0 &= n T_i \tau_i; \quad \eta_1 = 0.3 \frac{n T_i}{\tau_i \Omega_i^2}; \quad \eta_2 = 4 \eta_1 \end{aligned}$$

и удерживая первые не исчезающие члены по степеням $\frac{1}{\tau_i \Omega_i}$ (τ_i — время столкновения ионов), можно получить

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_y \delta (n V_{iy} - n V_{ey}) &= \\ &= -(\omega + \omega_i) \frac{k_y M n c^2}{e H^2} \delta E_y + 0.3 i \frac{k_y^3 n e T_i}{M^2 \Omega_i^2 \tau_i} \left(1 + \frac{\omega_i}{\omega}\right) \delta E_y. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Комбинируя (2.25), (2.14) и (2.10), имеем окончательно

$$i \cdot 0.3 \frac{r_i^2}{\tau_i \omega} \frac{d^4}{dx^4} \delta E_y + \frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - 0.3 i \frac{k_y^2 r_i^2}{\tau_i \omega} - i \frac{\omega_S}{\omega + \omega_i} F_e \right\} \delta E_y = 0. \quad (2.26)$$

Следует заметить в заключение этого параграфа, что вывод полученных уравнений, несмотря на сделанные упрощения, является уже очень громоздким, и поэтому решение системы (2.1)–(2.11) в общем виде не представляется разумным. Найденные уравнения (2.19), (2.23) и (2.26) позволяют выяснить роль изучаемых здесь эффектов, рассматриваемых в отдельности.

§ 3. Исследование дисперсионных уравнений

1) Рассмотрим сначала уравнение (2.21). Условия применимости дрейфового приближения приводят к тому, что

$$\omega \ll \tau_e \Omega_i \Omega_e. \quad (3.1)$$

Пусть роль электронной теплопроводности мала и

$$\tau_e \omega \ll k_y^2 r_e^2 \quad (3.2)$$

(случай обратного неравенства рассмотрен в [6] при $\chi = 0$). Это дает дисперсионное уравнение

$$i \frac{\omega_S}{\omega} + 1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_e}{\omega} = 0; \quad \omega^2 \ll \Omega_i \Omega_e k_y^2 r_e^2 \quad (3.3)$$

со следующими корнями

$$\omega \simeq -\frac{1}{4} \frac{\omega_e}{\omega_e} - \frac{i}{16} \frac{\omega_e^2}{\omega_S}; \quad \omega_e \ll \omega_S. \quad (3.4)$$

$$\omega = \pm \frac{1}{4} (1 + i) \sqrt{\omega_e \omega_S}, \quad \omega_e \gg \omega_S. \quad (3.5)$$

Неустойчивость имеет место независимо от знака $\frac{n'}{n}$.

Влияние теплопроводности исследуем при

$$\omega \ll \chi k_z^2 \sim \tau_e k_z^2 v_e^2. \quad (3.6)$$

Если выполняется (3.2), то

$$\omega = i\omega_S \left(1 + i \frac{\tau_e \omega_e}{k_y^2 r_e^2} + i \frac{\omega_e}{\chi k_z^2} \right); \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 r_e^2} \ll \Omega_i \Omega_e. \quad (3.7)$$

В случае

$$\tau_e \omega \gg k_y^2 r_e^2 \quad (3.8)$$

имеем при $\omega_e \gg \omega_S$

$$\omega^2 = - \frac{i\omega_e \omega_S}{1 + \frac{i\omega_e \omega_S}{\chi k_z^2 \tau_e \Omega_i \Omega_e}}; \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 r_e^2} \gg \Omega_i \Omega_e, \quad (3.9)$$

$$\omega^2 = -i\omega_e \omega_S \left(1 + \frac{k_y^2 r_e^2}{\tau_e \chi k_z^2} \right); \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 r_e^2} \ll \Omega_i \Omega_e. \quad (3.10)$$

Как видно из написанного, теплопроводность меняет инкременты и частоты.

2) Перейдем к исследованию неустойчивостей, связанных с наличием начального продольного тока. Из (2.23) имеем дисперсионное уравнение

$$i \frac{\omega}{\omega_S} + 1 - \frac{\omega_e}{\omega} - \frac{2\omega_T - i\omega_0}{\omega - \frac{2}{3} i\chi k_z^2} = 0, \quad (\omega \gg \omega_i), \quad (3.11)$$

которое дает в пренебрежении теплопроводности

$$\omega = \frac{1}{2} i\omega_S \left(1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{\omega_0}{\omega_S}} \right), \quad \omega_e, \omega_T \ll \omega_0. \quad (3.12)$$

В частности,

$$\omega = \pm i \sqrt{\omega_0 \omega_S}; \quad \omega_0 \gg \omega_S. \quad (3.13)$$

Если $\omega_0 \ll \omega_S$, то

$$\omega = \omega_e + 2\omega_T - i\omega_0. \quad (3.14)$$

3) Учтем теперь влияние ионной вязкости. Ограничиваясь случаем (3.8) и $\chi=0$, получаем, согласно (2.26), уравнение в лабораторной системе отсчета

$$i \frac{a}{k_y^2 \omega^*} \frac{d^4}{dx^4} \delta E_y + \frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{1}{\omega^*} - i \frac{\omega_S}{\omega^* + \omega_i} \left(1 - \frac{\omega_e}{\omega} \right) \right\} \delta E_y = 0, \quad (3.15)$$

где $a = 0.3 k_y^2 \frac{r_i^2}{\tau_i}$, $\omega^* = \omega - \omega_i$.

При условии квазиклассичности [5] дисперсионное уравнение имеет вид

$$1 - i \frac{a}{\omega - \omega_i} - i \frac{\omega_S}{\omega} \left(1 - \frac{\omega_e}{\omega - \omega_i} \right) = 0. \quad (3.16)$$

³ Заметим, что этот корень может быть получен из дисперсионного уравнения работы [1], если в последнем положить $\omega_0 \gg \omega_S$.

Роль ионной вязкости легко выяснить, если учесть, что $a \ll \omega_{i,e}$. Пользуясь этим неравенством, находим следующий корень

$$\omega = \omega_i + i \left(a - \frac{\omega_e \omega_S}{\omega_i} \right), \quad \omega_S \ll \omega_i. \quad (3.17)$$

Из (3.17) видно, что ионная вязкость стабилизирует неустойчивость.

§ 4. Исследование локальности. Влияние „shear“ a

Как уже отмечалось, полученные в § 3 решения справедливы, если выражения в фигурных скобках ($\equiv U$) уравнений (2.19), (2.23), (2.26) допускают в принципе локальные решения [5].

Случаи, аналогичные (3.4), (3.5), рассматривались в [6], и мы на них подробно останавливаться не будем.

Если плотность меняется медленно, а температура постоянна, то нетрудно с хорошей степенью точности найти собственные значения и собственные функции уравнения (3.3). Считаем ω_S постоянной, а ω_e разложим вблизи максимума n'

$$\omega_e = \omega_{e0} - \beta x^2,$$

где β — параметр разложения.

После этого (2.21) для случая (3.3) приводится к виду

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_S}{\omega} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_{e0}}{\omega} \right) - i \frac{\omega_S}{\omega^2} \beta x^2 \right\} \delta E_y = 0.$$

Полученное уравнение аналогично уравнению Шредингера для линейного гармонического осциллятора и имеет следующее решение

$$\begin{aligned} \delta E_y(x) &\sim e^{-\gamma^2 x^2} H_n(\gamma x), \\ F &= \gamma^2 (2n + 1), \end{aligned}$$

где $H_n(\gamma x)$ — полиномы Эрмита, а

$$\begin{aligned} F &= -k_y^2 \left[1 - i \frac{\omega_S}{\omega} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_{e0}}{\omega} \right) \right], \\ \gamma^2 &= \frac{k_y \sqrt{\beta \omega_S}}{\omega'^2 + \omega''^2} \omega \frac{1+i}{\sqrt{2}}; \quad \omega' = \text{Re } \omega; \quad \omega'' = \text{Im } \omega. \end{aligned}$$

Условие квазиклассичности означает малость β , a , следовательно, и γ . Тогда собственные значения определяются просто из уравнения

$$F = 0,$$

что совпадает с (3.3) при $\frac{\omega^2}{k_y^2 r_e^2} \ll \Omega_i \Omega_e$.

Для (3.11) имеем при $\omega_{i,e} \ll \omega_i \omega_S$, $\omega_T \ll \omega_0$

$$U = 1 - i \frac{\omega_S}{\omega} \left(1 + i \frac{\omega_0}{\omega - \frac{2}{3} i \chi k_z^2} \right). \quad (4.1)$$

Так как корни U чисто мнимые

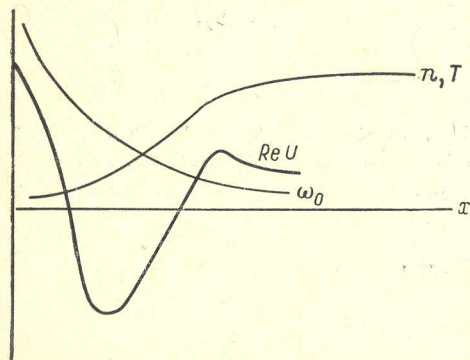
$$\omega = \frac{1}{2} i \left(\omega_S + \frac{2}{3} \chi k_z^2 \right) \left[1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{\omega_S \left(\omega_0 - \frac{2}{3} \chi k_z^2 \right)}{\left(\omega_S + \frac{2}{3} \chi k_z^2 \right)^2}} \right], \quad (4.2)$$

то

$$\operatorname{Im} U = 0,$$

$$\operatorname{Re} U = 1 - \frac{\omega_S}{\omega''} \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega'' - \frac{2}{3} \chi k_z^2} \right). \quad (4.3)$$

Исследуем поведение кривой $\operatorname{Re} U(x)$ при $\chi = 0$. Учитывая (2.20) и (2.24), а также то, что $\tau \sim \frac{T^{3/2}}{n}$, приходим к зависимости, изображенной на рисунке, при заданном начальном распределении n и T . Отсюда



видно, что $\operatorname{Re} U(x)$ ведет себя как „потенциальная яма“ и локальные решения существуют.

Аналогично показывается существование локальных решений во всех остальных случаях, рассмотренных в § 3.

В заключение этого параграфа обсудим кратко, к каким результатам приводит эффект непараллельности магнитных силовых линий („shear“) [5]. Рассмотрим сначала случай, когда существует в плазме начальный ток

(§ 3, п. 2). Последний приводит к тому, что силовые линии H наклонены к оси z (ток j_0 течет вдоль z) под углом $\theta(x)$, который выражается из уравнения $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_0$ следующим образом

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{4\pi en}{cH} V_{ez}(x). \quad (4.4)$$

Эффект непараллельности в (4.1)–(4.3) можно учесть, если заметить k_z на

$$k_{\parallel} = k_z + k_y \int \frac{d\theta}{dx} dx, \quad (4.5)$$

где k_{\parallel} — составляющая вдоль H . Искривление силовых линий, связанное с начальным током, таково, что k_{\parallel} растет. При этом ω_S растет, ω_0 падает, а эффект теплопроводности становится существенным. Как видно из (3.4), „яма“ становится более „мелкой“ и более „узкой“, а при $\omega_S \gg \omega_0$ неустойчивость вообще пропадает, если $\chi k_z^2 \gg \omega_0$. Последнее неравенство приводит к следующему условию стабилизации токовой неустойчивости

$$\frac{d\theta}{dx} > \frac{m}{M} \frac{v_A}{\chi k_y^2 r_e^2} \sqrt{\frac{k_R}{k_y}}; V_A^2 \sim \frac{H^2}{Mn}, \quad (4.6)$$

где $K_R \sim \frac{1}{R}$; R — характерный поперечный размер

$$\int \frac{d\theta}{dx} dx \sim \frac{d\theta}{dx} \Delta x; (\Delta x)^{-1} \sim k_x \sim \frac{\omega_S}{\omega_0} k_y.$$

§ 5. Коэффициент диффузии

Развитие неустойчивости в неоднородной плазме приводит к турбулентной диффузии частиц из системы с коэффициентом

$$D \sim \frac{\lambda_{\perp}^2}{\tau},$$

где λ_{\perp} — характерный масштаб турбулентности, а τ — время исчезновения корреляции. Разумно положить $\lambda_{\perp} \sim \lambda_x$, $\tau \sim \nu^{-1}$ (ν — инкремент неустойчивости). Получаем

$$D \sim \frac{\nu}{k_x^2}. \quad (5.1)$$

Неустойчивости (3.4), (3.5), полученные в предположении $\tau\omega \ll k_y^2 r_e^2$, полностью аналогичны неустойчивостям при $\tau\omega \gg k_y^2 r_e^2$ и приводят [3] к бомовскому коэффициенту диффузии

$$D \sim \frac{1}{2\pi} \frac{cT_e}{eH}. \quad (5.2)$$

Рассмотрим диффузию за счет токовой неустойчивости. Учитывая (3.13) и $k_x \sim k_y$, получаем из (5.1)

$$D \sim \frac{\sqrt{\omega_0 \omega_S}}{k_y^2}. \quad (5.3)$$

Для определения $\max D$ учтем, что $\min k_y \sim k_R$, а $\max \left(\frac{k_z}{k_y} \right)$ можно получить из условия

$$\omega_S \leq \omega_0. \quad (5.4)$$

Это дает

$$D \sim \left(\frac{m}{M} \frac{R^4 V_{ez}^2}{\tau_e} \right)^{1/3}. \quad (5.5)$$

С увеличением H при фиксированном R может оказаться, что $\max k_z$ достигнет значения $\sim \frac{1}{L}$ (L — продольные размеры плазмы) и дальше уменьшаться не сможет. Увеличение H приведет к изменению знака неравенства (5.4). Если $\omega_S \gg \omega_0$, то из (2.23) получаем: $k_x^2 \sim \frac{k_y^2 \omega_S}{\omega_0}$, а $\text{Im } \omega \sim \omega_0$ ($\chi = 0$). Учитывая, что в этом случае $\min k_z \sim \frac{1}{L}$, видим, что $D \sim k_y^2$ и растет с ростом k_y . Итак, при $\omega_S > \omega_0 D(k_y)$ растет, а при $\omega_S < \omega_0 D(k_y)$ падает. Максимальное значение D достигается при $\omega_0 \sim \omega_S$. При $k_y \sim k_R$, $k_z \sim \frac{1}{L}$ из (5.4) находим критическое поле

$$H^* \sim \frac{L}{R} \frac{c}{e} \sqrt[3]{\frac{k_R V_{ez}^2 m^2 M}{\tau_e^2}}. \quad (5.6)$$

Коэффициент диффузии для $H > H^*$ получаем аналогично (5.5)

$$D \sim \left(\frac{m}{M} \frac{R^4 V_{ez}^2}{\tau_e} \right) \left(\frac{H^*}{H} \right)^2. \quad (5.7)$$

Обратим внимание на то, что критическое поле, при котором бомовская диффузия заменяется на $D \sim \frac{1}{H^2}$, имеет вид [6]

$$H^* \sim \frac{c}{e} \frac{L}{R} \sqrt[3]{\frac{m M T_e}{L R \tau_e}}. \quad (5.8)$$

Как видно из (5.6) и (5.8), с уменьшением T_e критическое поле для токовой диффузии растет быстрее, чем критическое поле для бомовской диффузии. Последнее, по-видимому, объясняет аномальную диффузию

в экспериментах Мотли [7] при пропускании тока в холодной плазме ($T \sim 0.1$ эв).

Перейдем теперь к вычислению коэффициента диффузии в случае (3.17), когда ионная вязкость влияет на инкремент. Считая $T_i \sim T_e$, имеем

$$\omega_i \sim \omega_e; \quad \omega \sim i(a - \omega_s); \quad \omega_s \ll \omega_i. \quad (5.9)$$

Пусть $\omega_s \gg a$. Тогда

$$D \sim \frac{\omega_s}{k_y^2}. \quad (5.10)$$

Учитывая, что $\min k_y \sim \frac{1}{R}$ и что $\max D$ получается также при $\omega_s \ll \omega_i$, имеем вместо (5.10) снова коэффициент диффузии боровского типа (5.2).

В заключение благодарим Р. З. Сагдеева за постоянное внимание к работе и И. О. Форескина за стимулирующие дискуссии.

Литература

- [1] Б. Б. Кадомцев. ЖТФ, XXXI, 1209, 1961. — [2] Н. Р. Furth, J. Killeen, M. N. Rosenbluth. Препринт, 1962 — [3] С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. ЖЭТФ, 44, 2, 1963. — [4] С. И. Брагинский. ЖЭТФ, 33, 645, 1957. — [5] А. А. Галеев. Препринт, Новосибирск. гос. унив., 1962. — [6] С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. ЖТФ, XXXIV, 248, 1964. — [7] R. W. Motley. Nuclear fusion, Supplement, p. 1, 199, 1962.

Новосибирский государственный
университет

Поступило в Редакцию
11 февраля 1963 г.