Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 47 *1964* *Вып. 3(9)*

ГРАДИЕНТНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И МАССА ФОТОНА

А. И. Вайнштейн, В. В. Соколов, И. Б. Хриплович

Хотя градиентная инвариантность электромагнитного взаимодействия совместима с ненулевой затравочной массой фотона, она приводит к равенству $\Pi(0) = 0$, если выполняется дифференциальное тождество Уорда. Обсуждается, при каких условиях отсюда следует равенство нулю физической массы фотона.

1. Как известно, необходимость вычитания постоянной части поляризационного оператора $\Pi_{\mu\nu}(k)$ в квантовой электродинамике аргументировалась требованием градиентной инвариантности. В самом деле, если $\Pi_{\mu\nu}(0) \neq 0$, то «одетый» фотон имеет массу, что, как считали, нарушает градиентную инвариантность теории. Однако после опубликования работ Огиевецкого и Полубаринова [1, 2], в которых указывалась возможность градиентно-инвариантной формулировки теории нейтрального векторного мезона с массой, взаимодействующего с сохраняющимся током, смысл вычитания постоянной части $\Pi_{\mu\nu}(k)$ перестал быть очевидным. Может показаться, что равенство нулю физической массы фотона не находит объяснения в теории [3]. Мы, тем не менее, покажем, что требование градиентной инвариантности приводит к равенству $\Pi_{\mu\nu}(0) = 0$, и попытаемся выяснить, при каких условиях это означает, что физическая масса фотона равна нулю.

2. Будем исходить из лагранжиана:

$$L(x) = -\frac{1}{2}\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{1}{2}\mu_0^2 A_\mu A_\mu - \bar{\psi}\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m_0\right)\psi + j_\mu A_\mu, \quad (1)$$

где μ_0 — затравочная масса фотона, отличная, вообще говоря, от нуля. В силу отмеченной в [1] градиентной инвариантности лагранжиана (1), независимо от значения μ_0, имеет место обобщенное тождество Уорда [4]:

$$k_\nu \Gamma_\nu(p, p-k; k) = G^{-1}(p) - G^{-1}(p-k). \quad (2)$$

Если при $k \to 0$ величина $\Gamma_\nu(p, p-k; k)$ стремится к конечному пределу $\Gamma_\nu(p, p; 0)$, то в силу того, что (2) выполняется тождественно для произвольных k_ν, получаем дифференциальное тождество Уорда:

$$\Gamma_\nu(p, p; 0) = \partial G^{-1}(p) \,/\, \partial p_\nu. \quad (3)$$

Рассмотрим теперь уравнение Дайсона для поляризационного оператора:

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = \frac{ie_0^2}{(2\pi)^4}\mathrm{Sp}\,\gamma_\mu \int dp G(p)\Gamma_\nu(p, p-k; k)G(p-k). \quad (4)$$

Здесь $G(p)$ и $\Gamma_\nu(p, p-k; k)$ — неперенормированные функция Грина электрона и вершинная часть. Градиентная инвариантность означает, что точная функция Грина фотона $D_{\mu\nu}(k)$ имеет ту же продольную часть, что и «голая» функция Грина $D_{\mu\nu}{}^0(k)$. Отсюда немедленно следует, что

$$k_\mu \Pi_{\mu\nu} = k_\nu \Pi_{\mu\nu} = 0 \tag{5}$$

или в силу (4) и (2)

$$k_\nu \Pi_{\mu\nu}(k) = \frac{ie_0^2}{(2\pi)^4} \operatorname{Sp} \gamma_\mu \int dp\, [G(p-k) - G(p)] = 0, \tag{6}$$

причем это равенство тождественно по k.

Отметим, что если каждый из двух интегралов в левой части сходится, то полученное тождество заранее очевидно. Однако, если эти интегралы расходятся, то оно накладывает определенные ограничения на способ регуляризации. Именно, градиентно-инвариантную регуляризацию следовало бы проводить, модифицируя не только функции Грина, но и вершинную часть и притом так, чтобы одновременно выполнялись и тождество (2) и тождество (6). Однако используемое обычно обрезание интеграла на предельном импульсе нарушает (6), в то время как регуляризация функций Грина по Паули — Вилларсу лишена этого недостатка, но нарушает (2), так как не затрагивает вершины. С этим, как мы сейчас убедимся, и связано появление постоянной части поляризационного оператора. Впрочем, практическое использование градиентно-инвариантного способа регуляризации в теории возмущений едва ли целесообразно ввиду его громоздкости. Для последовательного проведения такой регуляризации необходимо также учитывать тождества типа Уорда для высших функций Грина [4].

Дифференцируя (6) по k_ν и переходя к пределу $k_\nu \to 0$, получаем тождество

$$\operatorname{Sp} \gamma_\mu \int \partial p \frac{\partial G(p)}{\partial p_\nu} = 0, \tag{7}$$

которое нам в дальнейшем пригодится.

Вычислим значение $\Pi_{\mu\nu}(k)$ при $k = 0$:

$$\Pi_{\mu\nu}(0) = \frac{ie_0^2}{(2\pi)^4} \operatorname{Sp} \gamma_\mu \int dp G(p) \Gamma_\nu(p, p; 0) G(p) =$$

$$= -\frac{ie_0^2}{(2\pi)^4} \operatorname{Sp} \gamma_\mu \int dp \frac{\partial G(p)}{\partial p_\nu}. \tag{8}$$

Здесь мы воспользовались тождеством (3) и тем, что

$$G(p) \frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_\nu} G(p) = -\frac{\partial G(p)}{\partial p_\nu}. \tag{9}$$

Сравнивая теперь (8) с (7), видим, что

$$\Pi_{\mu\nu}(0) = 0. \tag{10}$$

Таким образом, требование градиентной инвариантности приводит к отсутствию у $\Pi_{\mu\nu}(k)$ постоянных членов, независимо от того, есть ли у фотона масса.

Отметим, что доказательство равенства (10) во втором порядке теории возмущений, данное в работе Ханна и Рорлиха [5], неправильно. В ней утверждается, что появление квадратично расходящихся членов у $\Pi_{\mu\nu}(k)$ является следствием некорректного обращения с совпадающими при $k = 0$ особенностями двух электронных функций Грина. На самом деле, расходимость интеграла связана не с этим, а с особенностью подынтегрального выражения на бесконечности. В этом легко убедиться, проводя интегрирование по p_0 (при $k \neq 0$). Оставшийся после этого интеграл по-прежнему квадратично расходится, хотя получившееся подынтегральное выражение вообще не содержит особенностей в области интегрирования за исключением бесконечно удаленной точки (если $k^2 < 4m^2$).

3. Точная фотонная функция Грина имеет вид

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{\delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2}{k^2 - \mu_0^2 - \Pi(k^2)} + d_l \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}, \tag{11}$$

где

$$\Pi(k^2) = \frac{1}{3} \Pi_{\mu\mu}(k).$$

В точках, определяемых уравнением

$$k^2 - \mu_0^2 - \Pi(k^2) = 0, \tag{12}$$

$D_{\mu\nu}(k)$ имеет особенности. В случае, если $\mu_0^2 \neq 0$, масса фотона, вообще говоря, перенормируется, но в силу (10) физическая масса не может обратиться в нуль. При $\mu_0^2 = 0$ точка $k^2 = 0$ является особой. Если в ней $D_{\mu\nu}(k)$ имеет полюс, то это означает, что физическая масса фотона равна нулю. Одновременно $k^2 = 0$ будет и началом разреза. Ветвление без полюса в этой точке означало бы, что безмассовым является электрон, а фотон имеет массу и распадается на пары. Впрочем, если масса электрона равна нулю, то мы не можем, вообще говоря, получить даже равенства $\Pi_{\mu\nu}(0) = 0$, так как тогда дифференциальное тождество Уорда (3) не следует из разностного. Действительно, в этом случае вершинная часть имеет при $k^2 = 0$ точку ветвления, в которой мы не можем гарантировать конечность Γ_μ.

На другую возможность получения электромагнитной массы фотона указал Швингер [6]. Он заметил, что при достаточно большой константе связи масса ортопозитрония может обратиться в нуль. Тогда вершинная часть имеет при $k^2 = 0$ полюс, в результате чего $\Pi_{\mu\nu}(0)$ оказывается отличным от нуля. Мы, однако, не понимаем, чем физически отличается такой ортопозитроний от безмассового фотона. Подчеркнем, что дифференциальное тождество Уорда выполняется в каждом порядке теории возмущений, так что точные решения могут не удовлетворять ему только при неаналитичности по константе связи. Доказательство того, что физическая масса фотона равна нулю, если $\mu_0 = 0$, данное Джонсоном [7], является совершенно неубедительным, так как в ходе доказательства используются соотношения коммутации для векторного поля с массой, не имеющие смысла при $\mu_0 = 0$.

С нашей точки зрения равенство нулю массы фотона является не просто «несчастным экспериментальным фактом» [3], а весьма естественным, хотя и не единственно возможным следствием градиентной инвариантности при условии чисто динамического происхождения массы фотона.

Авторы благодарят В. Н. Байера, В. М. Галицкого и С. А. Хейфеца за обсуждение.

Новосибирский государственный университет

Поступила в редакцию 30 марта 1964 г

Литература

[1] В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов. ЖЭТФ, **41**, 247, 1961.
[2] В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов. Nuovo Cim., **23**, 273, 1962.
[3] Proc. of the 1962 Intern. Conf. on High Energy Phys. at CERN, Geneve, 1962, стр. 670.

[4] В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов. ЖЭТФ, 40, 926, 1961.
[5] F. C. Khanna, F. Rohrlich. Phys. Rev., 131, 2721, 1963.
[6] J. Schwinger. Theoretical Physics, Vienna, 1963, стр. 89.
[7] K. Johnson. Nucl. Phys. 25, 435, 1961.

GAUGE INVARIANCE AND THE PHOTON MASS

A. I. Vainshtein, V. V. Sokolov, I. B. Khriplovich

Although gauge invariance of electromagnetic interaction is consistent with a nonvanishing bare mass of the photon, it nevertheless leads to the equality $\Pi(0) = 0$ if the Ward differential identity is satisfied. It is discussed under what conditions it follows that the physical mass of the photon should vanish.
