Области применения микротрона

Высокие качества пучка микротрона делают его перспективным инжектором для ускорителей высоких энергий, таких, как синхротрон [13]. Отметим интересные исследования, проведенные в Физическом институте им. П. Н. Лебедева АН СССР, по ускорению в микротроне позитронов [14]. В результате введения остроумной схемы конверсии и последующего ускорения позитронов в том же ускорителе получено рекордное отношение $\frac{n_{e+}}{n_{e-}} = 1 \div 2 \cdot 10^{-6}$. Отметим, что энергия ускоренных позитронов получается равной энергии исходных электронов в том же ускорителе.

Прогресс в области экспериментальной физики ядра связан с развитием ее средств исследования. Для ускорителей в области средних энергий основным критерием становится мощность. Точно определенная энергия и высокая интенсивность микротрона создают новые возможности в ядерной физике, в частности для изучения фотоядерных реакций. Для таких задач особенно перспективно применение микротрона непрерывного действия. Прогресс в области таких классических разделов ядерной физики возможен только при их экспериментальном перевооружении и переходе к ускорителям большой мощности.

Микротрон может быть эффективным источником быстрых нейтронов в результате использования (γ, n)-реакций. Для (γ, n)-реакций на тяжелых элементах (U, Pb, W) наивыгоднейшая энергия 25—30 *Мэв*, для легких элементов (Be, D) она составляет $\leqslant 10$ *Мэв*. Однако, поскольку в таких случаях не предъявляются какие-либо серьезные требования к моноэнергетичности пучка, для этих целей больше подходят мощные линейные ускорители электронов. Благодаря отмеченной выше возможности работы в режиме больших токов при накоплении энергии и укорочении импульса с помощью линейных ускорителей можно получать очень большие мгновенные значения потоков быстрых нейтронов. С другой стороны, весьма перспективно применение небольших микротронов в качестве нейтронных генераторов для радиоактивационного анализа. Так, например, средний расчетный поток нейтронов от малого микротрона Института физических проблем не менее 10^{12} *нейтрон/сек*. Перспективно также использование микротрона для методов анализа, основанных на определении элементов по их порогу фотоядерных реакций. Простота ускорителя и управляемость энергии пучка — при этом решающие факторы.

Эффективная фокусировка в микротроне приводит к малым размерам фокусного пятна на мишени, что открывает большие возможности для применения микротрона в промышленной дефектоскопии.

Получение пучков электронов и тормозного излучения при энергии до 20—40 *Мэв* дает возможность широко использовать микротрон в медицинской радиологии для γ-терапии и облучения быстрыми электронами. И здесь особенно важны простота и надежность ускорителя и точно определенное значение энергии пучка. Поэтому сейчас микротрон, по-видимому,— наилучший ускоритель для медицинских целей, так как он обладает преимуществами по сравнению с бетатронами, где затруднено получение выведенного пучка электронов, и линейными ускорителями, для которых достижение указанных энергий невозможно без применения многосекционных ускорителей, отличающихся сложностью и громоздкостью питания СВЧ. Использование эффективных электронных ускорителей — микротронов — целесообразно также для лучевой дезинфекции и обеззараживания материалов, продуктов питания, семян и т. п.

Обширная область применения ускорителей электронов связана с проблемами радиационной химии и новыми радиационными методами обработки и модификации материалов (металлов, полупроводников, полимеров). В кратком обзоре невозможно даже бегло охарактеризовать эту область применения ускорителей. Отметим только, что в ней, с одной стороны, необходимы ускорители для лабораторных и полупроизводственных исследований; такие ускорители должны обладать большой гибкостью и разнообразием параметров. С другой стороны, уже сейчас ряд новых методов производства, например радиационная вулканизация шин, настоятельно требует мощных источников быстрых электронов и тормозного и γ-излучений. Как для исследований, так и для производства сильноточный микротрон открывает новые возможности в технике применения излучений высокой энергии.

В настоящей работе мы не касались других областей применения микротрона, в частности, областей мегавольтной электроники, релятивистской плазмы, инжекции в ускорителях. Эти области принадлежат современной физике и электронике, и по существу сам микротрон явился одним из результатов развития этих направлений. Наша задача состояла в рассмотрении тех возможностей, которые открываются с появлением нового типа ускорителя в других областях науки и техники. Реализация этих возможностей в большой степени зависит от того, насколько хорошо будут поняты свойства микротрона и осознаны перспективы его применения в науке и народном хозяйстве.

Поступила в Редакцию 15/VI 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Векслер. «Докл. АН СССР», 43, 346 (1944).
2. W. Henderson, H. Le Caine, R. Montalbetti. Nature, 162, 699 (1948).
3. С. П. Капица, В. П. Быков, В. Н. Мелехин. ЖЭТФ, 39, 997 (1960); 41, 376 (1961).
4. С. П. Капица и др. ЖЭТФ, 41 (1961).
5. В. П. Быков. ЖЭТФ, 44, 576 (1963).
6. В. Н. Мелехин. ЖЭТФ, 42, 622 (1962).
7. К. А. Беловинцев и др. «Атомная энергия», 15, 62 (1963).
8. В. М. Мелехин. В кн. «Труды Международной конференции по ускорителям. Дубна, 21—27 августа 1963 г.». Под ред. А. А. Коломенского и др. М., Атомиздат, 1964.
9. С. П. Капица и др. Там же, стр. 1053.
10. В. П. Быков. «Ж. техн. физ.,» 33, 337 (1963).
11. С. П. Капица, Л. А. Вайнштейн. ЖЭТФ, 42, 821 (1962).
12. С. П. Капица. «Вестник АН СССР», № 10, 65 (1961).
13. К. А. Беловинцев и др. «Атомная энергия», 14, 359 (1963).
14. К. А. Беловинцев, Ф. П. Денисов. «Атомная энергия», 16, 253 (1964).

УДК 621.384.60

Ускоритель с нелинейной спиральной фокусировкой

В. В. Вечеславов, Ю. Ф. Орлов

Развита теория ускорителя с нелинейной спиральной фокусировкой. Основные формулы получены на примере кубической фокусировки. Дается приближенный расчет величины области устойчивости, адиабатического затухания, механизма поперечной автофазировки и влияния возмущений.

По количественным характеристикам ускоритель близок к обычному жесткофокусирующему.

В работе [1] было получено решение уравнений движения заряженной частицы в нелинейном спиральном поле (на примере кубического поля) без учета многих возмущающих эффектов. Движение носит характер суперпозиции сравнительно больших нелинейных связанных r — z-колебаний, близких к движению по спирали вокруг круговой орбиты и малых нелинейных колебаний. Частоты тех и других колебаний определяются величиной амплитуды нелинейных колебаний. В этом смысле нет существенной разницы между спиральной и знакопостоянной [2] нелинейными фокусировками.

Влияние гармонических возмущений в нелинейной фокусировке существенно отличается от линейного случая возникновением автофазировки нелинейных колебаний [3, 4].

В настоящей работе предлагается использование поперечной автофазировки для того, чтобы избежать прохождения через резонансы во время ускорения. В отличие от знакопостоянной нелинейной фокусировки здесь невозможен режим с постоянным во времени магнитным полем, поэтому прохождение через резонансы ничем не оправдано. В рассматриваемом случае возможен обычный синхротронный режим, в котором все поля растут пропорционально импульсу частиц. Именно этот режим, как единственно разумный в спиральной фокусировке, исследуется ниже.

Спиральнофокусирующий синхротрон может быть осуществлен, например, в виде чередующихся вдоль орбиты заворачивающих магнитов с однородным полем и коротких нелинейных (шестиполюсных или восьмиполюсных) линз, которые расставлены вокруг орбиты с шагом вращения l. Предполагается, что длина l много больше длин магнитов и линз. Мелкая структура поля внутри периода (длина периода равна $l/3$ и $l/4$ для квадратичного и кубического полей соответственно) является источником дополнительной автофазировки поперечных колебаний, которая здесь не рассматривается. Ниже мы оперируем со средними величинами $\langle H \rangle$ и $\langle \partial^k H/\partial r^k \rangle$, опуская знак усреднения. Считая фокусировку жесткой, пренебрегаем членами r/R.

Хотя характер движения в нелинейной спиральной фокусировке сильно отличается от случая обычной линейной фокусировки, количественные характеристики (фазовый объем, допуски) при сравнимых параметрах этих двух случаев оказываются довольно близкими. В этом отношении ускоритель со спиральной нелинейной фокусировкой не имеет преимуществ перед обычным ускорителем, но интересен своими особенностями получения ускоренного пучка.

Оценка области устойчивости. Без учета возмущений движение частицы подчиняется уравнению

$$\varphi'' + 2i\alpha\varphi' - \alpha^2\varphi + \gamma\varphi^{*3} = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\gamma = \frac{1}{6}\cdot\frac{\partial^3 H}{\partial u^3}\cdot\frac{1}{HR}$;

$$\varphi = (r + iz)\exp(-i\alpha x) = u + iv;$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{l},$$

где u, v — оси вращающейся по спирали системы координат; x — координата вдоль орбиты.

Нелинейная спиральная часть колебаний, согласно работе [1], представляется в виде ряда Фурье

$$\varphi(x) = \sum_k a_{2k+1}(\nu)\times$$

$$\times\exp[(-i)^{2k+1}(2k+1)(1+\nu)\alpha x] \qquad (2)$$

с основной частотой ν, которая имеет смысл числа r — z-колебаний на длине l.

Коэффициенты $a_{2k+1}(\nu)$ находятся из соотношений

$$\left.\begin{aligned} |a_1|^4 &= \frac{\alpha^4\nu^2(4+3\nu)^2}{3\gamma^2}\times\\ &\times\left(1 - \frac{7\nu^4}{3(4+3\nu)^2(4+5\nu)^2} + \dots\right);\\ a_3 &= \frac{\gamma a_1^{*3}}{\alpha^2(4+3\nu)^2}\times\\ &\times\left(1 + \frac{2\nu^4}{(4+3\nu)^2(4+5\nu)^2} + \dots\right);\\ a_5 &= \frac{3\gamma^3|a_1|^2 a_1^5}{\alpha^6(4+3\nu)^4(4+5\nu)^2}\dots \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Для $\nu > 0$ (движение частицы в направлении вращения линз) ряд (2) сходится при любых значениях ν (а не только при $\nu \ll 1$, как предполагалось в работе [1]). В случаях $\nu < 0$ и $|\nu| \approx 1$ ряды (2) и (3) расходятся. Из требования сходимости ряда (2) следует, что решения отсутствуют, по меньшей мере, в интервале $0{,}6 < |\nu| < 1{,}7$ (в квадратичном поле — в интервале $0{,}5 < |\nu| < 2{,}0$).

Дальнейшие ограничения на величину $|\nu|$ возникают из анализа малых линейных колебаний $\Delta\varphi$ вокруг спиральной орбиты. Они представляются в виде суперпозиции гармоник с частотами μ; $2\nu - \mu$; $4(1+\nu)K + \mu$; $4(1+\nu)K + 2\nu - \mu$, где K — целое число, а величина μ поясняется ниже. Главными являются следующие четыре гармоники:

$$\Delta\varphi = b_{11}e^{-i(1+\mu)\alpha x} + c_{11}e^{-i(1+2\nu-\mu)\alpha x} +$$

$$+ b_{31}e^{i(3+2\nu+\mu)\alpha x} + c_{31}e^{i(3+4\nu-\mu)\alpha x} + \dots \qquad (4)$$

Значения μ, b_{ik}, c_{ik} находятся из системы:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2\mu^2 b_{11} &= 3\gamma(a_1^{*2}b_{31}^* + 2a_1^*a_3^*c_{11}^* + a_3^{*2}c_{51}^* + \dots),\\ \alpha^2(2\nu-\mu)^2 c_{11} &= 3\gamma(a_1^{*2}c_{31}^* + 2a_1^*a_3^*b_{11}^* + a_3^{*2}b_{51}^* + \dots),\\ \alpha^2(4+2\nu+\mu)^2 b_{31} &= 3\gamma(a_1^{*2}b_{11}^* + 2a_1^*a_3^*b_{51}^* + a_3^{*2}c_{71}^* + \dots),\\ \alpha^2(4+4\nu-\mu)^2 c_{31} &= 3\gamma(a_1^{*2}c_{11}^* + 2a_1^*a_3^*c_{51}^*\ \dots); \end{aligned}\right\} \qquad (5')$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2(4+4\nu+\mu)^2 b_{51} &= 3\gamma(a_3^{*2}c_{11}^* + 2a_1^*a_3^*b_{31}^* + a_1^{*2}b_{71}^*\ \dots),\\ \alpha^2(4+6\nu-\mu)^2 c_{51} &= 3\gamma(a_3^{*2}b_{11}^* + 2a_1^*a_3^*b_{31}^* + a_1^{*2}c_{71}^* + \dots),\\ \alpha^2(8+6\nu+\mu)^2 b_{71} &= 3\gamma(a_1^{*2}b_{51}^* + 2a_1^*a_3^*b_{91}^* + \dots),\\ \alpha^2(8+8\nu-\mu)^2 c_{71} &= 3\gamma a_1^{*2}c_{51}^* + \dots \end{aligned}\right\} \qquad (5'')$$

. . . .

При $\nu \ll 1$ решения, отличные от тривиального $\mu = \nu$, можно получить по теории возмущений, взяв за нулевое приближение выражение (4) и не учитывая уравнений (5″) и дальнейших:

$$\mu = \nu\left[1 \pm 2\sqrt{2}\left(1 + \frac{3\nu}{2(4+3\nu)} - \frac{\nu^2}{(4+3\nu)^2} + \dots\right)\right]. \qquad (6)$$

Сам по себе ряд (6) хорошо сходится и при $\nu \gg 1$. Однако при $\nu \to \infty$ получаем μ порядка 5ν; -3ν. Подставляя эти значения μ в (5′) и (5″), обнаруживаем, что при $\nu \to \infty$ коэффициенты в левой части уравнения (5″) на порядок меньше коэффициентов перед b_{11}; c_{11}; b_{31}; c_{31} в (5′). Следовательно, при $\nu \gg 1$ необходимо учитывать уравнения (5″), причем за нулевое приближение могут быть взяты b_{51}; c_{51}; b_{71}; c_{71} вместо b_{11}; c_{11}; b_{31}; c_{31}. Однако, проведя расчет в этом приближении, получаем новые значения μ при $\nu \to \infty$: μ порядка 9ν; -7ν. Это приводит к необходимости учитывать следующую за (5″) четверку уравнений и т. д.

Таким образом, при $\nu \to \infty$ все члены ряда (4) имеют одинаковый порядок и ряд (4) расходится, начиная с того значения ν, при котором коэффициенты перед b_{ik} и c_{ik} левой части (5″) становятся равными коэффициентам в уравнении (5′).

Эти соображения приводят к следующей грубой оценке области устойчивости в кубическом

поле:

$$\left.\begin{aligned} &0 \leqslant \nu \leqslant 1,\ \frac{\gamma|a|^2}{\alpha^2} \leqslant 4,\ |a|^2 \approx r_0^2 + z_0^2;\\ &0 > \nu \geqslant -0{,}5,\ \frac{\gamma|a|^2}{\alpha^2} \leqslant 0{,}7. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Поперечная автофазировка. Прежде чем рассматривать поперечно-фазовые колебания, необходимо выяснить адиабатическое затухание свободных нелинейных колебаний при ускорении. Уравнение (1) имеет гамильтониан

$$\mathscr{H}_\varphi = \mathscr{P}_\varphi\mathscr{P}_\varphi^* + i\alpha(\varphi^*\mathscr{P}_\varphi - \varphi\mathscr{P}_\varphi^*) +$$

$$+ \frac{\gamma}{4}(\varphi^4 + \varphi^{*4}) = |\varphi'|^2 - \alpha^2|\varphi|^2 + \frac{\gamma}{4}(\varphi^4 + \varphi^{*4}),$$

причем обобщенный импульс $\mathscr{P}_\varphi = \varphi' + i\alpha\varphi$ канонически сопряжен переменной φ^*. Адиабатический инвариант

$$I = P\oint\mathscr{P}_\varphi\,d\varphi^* = P\int\limits_0^{2\pi/(1+\nu)\alpha}(\varphi' + i\alpha\varphi)\frac{d\varphi^*}{dx}\,dx, \qquad (8)$$

где P — импульс частицы. Это дает

$$I = 2\pi P\alpha\sum_0^\infty|a_{2k+1}|^2\times$$

$$\times(2k+1)[(2k+1)(1+\nu) + (-1)^{k+1}] =$$

$$= 2\pi P\alpha\nu|a_1|^2\left(1 + \frac{\nu}{4+3\nu} + \dots\right) \approx$$

$$\approx P\frac{2\pi\alpha^3\nu^2(4+3\nu)}{\sqrt{3}\gamma}\left(1 + \frac{\nu}{4+3\nu} + \dots\right). \qquad (9)$$

Чтобы частица при ускорении не проходила через резонансы, необходимо сохранить величину ν, вместе с которой остаются неизменными a_i и μ.

Без автофазировки это возможно при $\frac{\gamma}{P} \sim \frac{\partial^3 H}{\partial r^3}\cdot\frac{1}{H^2} = \mathrm{const}$. Такой режим технически неудобен и невыгоден, так как квадратичный закон $\frac{\partial^3 H}{\partial r^3} \sim H^2$ приводит к очень малой величине фокусирующего поля $\partial^3 H/\partial r^3$ в начале ускорения и, следовательно, к очень малому захвату частиц.

Легко добиться сохранения величин ν, μ и $|a|^2$ при помощи гармонического азимутального возмущения поля $\Delta H_z = h_q\cos\frac{qx}{R}$, $\frac{h_q}{H} = \mathrm{const}$, $\frac{\partial^3 H}{\partial r^3}\cdot\frac{1}{H} = \mathrm{const}$. В этом случае существует винтовая периодическая орбита с частотой $\nu_0 = \frac{q}{R\alpha}$, имеющая в основном вид (2) с $\nu = \nu_0$. Малые колебания около этой орбиты делятся на бетатронные колебания с частотами μ по формуле (6) при $\nu = \nu_0$ и поперечно-фазовые колебания с относительно малой частотой $\Omega \ll \nu$, пропорциональной $(h_q/H)^{1/2}$, — синхротронный режим с поперечной автофазировкой.

Будем считать, что h_q не зависит от r и z, хотя это условие необязательно. Уравнение движения с учетом одной лишь резонансной гармоники можно записать в виде

$$\varphi'' + 2i\alpha\varphi' - \alpha^2\varphi + \gamma\varphi^{*3} = \frac{h_q}{2HR}e^{-i\left[\left(\alpha + \frac{q}{R}\right)x + \beta\right]} \qquad (10)$$

с вынужденным периодическим решением

$$\varphi_q = A_1 e^{-i\left[\left(\alpha + \frac{q}{R}\right)x + \beta\right]} + A_3 e^{3i\left[\left(\alpha + \frac{q}{R}\right)x + \beta\right]} + \dots \qquad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Здесь}\quad A_3 = \frac{\gamma A_1^3}{\alpha^2\left(4 + \frac{3q}{R\alpha}\right)^2};\\ &A_1 \approx -\frac{h_q}{2HR}\cdot\frac{1}{\frac{q^2}{R^2} - \frac{3\gamma^2|A_1|^4}{\alpha^2\left(4 + \frac{3q}{R\alpha}\right)^2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Периодическое решение с очень малой амплитудой $A_{11} = -\frac{R}{2q^2}\cdot\frac{h_q}{H}$ не имеет отношения к автофазировке. Интересующим нас решением, разложенным в ряд по h_q/H, является

$$A_{10} = \pm\left[\frac{\alpha q(4+3\nu_0)}{\sqrt{3}R\gamma}\right]^{1/2} + \frac{R}{8q^2}\cdot\frac{h_q}{H}. \qquad (13)$$

Предполагается $\frac{R}{A_{10}}\cdot\frac{h_q}{H}\cdot\frac{1}{q^2} \ll 1$.

Малые отклонения от спиральной орбиты (11), (13) ищем по-прежнему в виде (4) с $\nu = \nu_0 = \frac{q}{R\alpha}$, лежащей в области (7). Это приводит к уравнению для μ:

$$\left[\mu^2 - \frac{9\gamma^2 A_{10}^4}{\alpha^2(4+2\nu_0+\mu)^2}\right]\times$$

$$\times\left[(2\nu_0-\mu)^2 - \frac{9\gamma^2 A_{10}^4}{\alpha^2(4+4\nu_0-\mu)^2}\right] - \frac{36\gamma^4 A_{10}^8}{\alpha^8(4+3\nu_0)^4} = 0. \qquad (14)$$

Кроме корней по формуле (6) найдем еще два корня $\mu = \nu_0 \pm \Omega$, $\Omega \ll 1$ (эти корни заменяют теперь тривиальный кратный корень $\mu = \nu$ в отсутствие автофазировки). Разлагая (14) в ряд по Ω и удерживая члены порядка Ω^2

и h_q/H, получаем (без учета изменения энергии частиц):

$$\Omega^2 = \frac{4+3\nu_0}{16+24\nu_0}\cdot\frac{\nu_0^2}{q^2}\cdot\frac{R}{A_{10}}\cdot\frac{h_q}{H} = \frac{4}{M^2}\cdot\frac{R}{A_{10}}\cdot\frac{h_q}{H}\cdot\frac{4+3\nu_0}{4+6\nu_0}, \qquad (15)$$

где $M = \frac{4L}{l} = \frac{8\pi R}{l}$ — число периодов магнитной структуры. Частота Ω должна удерживаться между целым и полуцелым резонансами. Полагая $\Omega \approx \frac{k+\varepsilon}{R\alpha}$ ($k \ll q$ — целое число, $|\varepsilon| \leqslant 1/2$), получаем допуск на поддержание постоянства отношения h_q/H:

$$\frac{\Delta h_q}{H} \backsim 2\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \backsim \frac{1}{4k} \quad \text{при } \Delta\varepsilon \approx \pm\frac{1}{8}, \qquad (16)$$

этот допуск сравнительно мягкий. Чтобы оценить фазовый объем поперечных колебаний, захватываемый в режим ускорения без потери устойчивости, приведем другой вывод поперечно-фазовых колебаний, заимствованный в принципе из работы [4].

Умножая (10) на $\varphi^{*\prime}$ и складывая с комплексно-сопряженным (КС) уравнением, получаем

$$\frac{d\mathscr{H}_\varphi}{dx} = \left(\frac{d\mathscr{H}_\varphi}{dx}\right)_{\text{ад}} + \frac{h_q}{2HR}\left(\varphi^{*\prime} e^{-i\left[\left(\alpha+\frac{q}{R}\right)x+\beta\right]} + \text{КС}\right). \qquad (17)$$

Здесь член $\left(\frac{d\mathscr{H}_\varphi}{dx}\right)_{\text{ад}}$ учитывает адиабатическое затухание нелинейных колебаний с ростом энергии частиц. При $\nu \ll 1$ $\mathscr{H}_\varphi \approx 2\nu\alpha^2|a_1|^2$ и, согласно (9), $\left(\frac{d\mathscr{H}_\varphi}{dx}\right)_{\text{ад}}\frac{1}{\mathscr{H}_\varphi} = -\frac{dP}{dx}\cdot\frac{1}{P}$. Второй член справа в (17) описывает резонансную раскачку поперечных колебаний, если частота ν близка к резонансной частоте ν_0. Оба члена справа в среднем компенсируют друг друга, т. е. $\langle\mathscr{H}_\varphi\rangle = \mathscr{H}_0 = \text{const}$, что соответствует постоянству $\langle\nu\rangle = \nu_0$. Подставим в (17) $\varphi' = i\alpha(1+\nu)e^{-i\alpha(1+\nu)x}a_1$ и введем фазу $\varphi = (\nu-\nu_0)\alpha x - \frac{\pi}{2} - \beta - \xi_0$, где ξ_0 — фаза a_1, $\phi = \Phi - \Phi_0$ и $\Delta\mathscr{H} = \mathscr{H} - \mathscr{H}_0$, тогда получим (без учета затухания поперечно-фазовых колебаний):

$$\frac{d\Delta\mathscr{H}}{dx} = \frac{h_q}{2HR}A_{10}\alpha(1+\nu_0)(\cos\Phi - \cos\Phi_0) \approx -\frac{h_q A_{10}\alpha(1+\nu_0)\sin\Phi_0}{HR}\phi; \qquad (18')$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \alpha(\nu-\nu_0); \qquad (18'')$$

$$\frac{h_q A_{10}\alpha(1+\nu_0)\cos\Phi_0}{HR} = -\left(\frac{d\mathscr{H}}{dx}\right)_{\text{ад}} \backsim \frac{\mathscr{H}_0}{P}\cdot\frac{dP}{dx}. \qquad (18''')$$

После вторичного дифференцирования (18″) получаем

$$\frac{d^2\phi}{d(\alpha x)^2} + \Omega^2\phi = 0,$$

$$\Omega^2 = \left(\frac{\partial\nu}{\partial\mathscr{H}}\right)_0\frac{h_q}{H}\cdot\frac{A_{10}}{R}(1+\nu_0)\sin\Phi_0. \qquad (19)$$

Здесь множитель $\sin\Phi_0$, отсутствующий в (15), учитывает ускорение частиц. Если значение h_q/H достаточно велико, то $\sin\Phi_0 \approx 1$.

Уравнения (18′) и (18″) имеют интеграл движения

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\alpha x}\right)^2 - \frac{\Omega^2}{\sin\Phi_0}(\sin\Phi - \Phi\cos\Phi) = \text{const}. \qquad (20)$$

При $\cos\Phi_0 \approx 0$ допустимый разброс по фазам $\Delta\Phi_{\text{макс}} \approx 2\pi$, а допустимый разброс по производным

$$\Delta\nu_{\text{макс}} \approx \Omega. \qquad (21)$$

Малые колебания вокруг орбиты (11), (13) приближенно можно представить в виде

$$r + iz = A_{10}e^{-i\alpha\nu_0 x}\left(1 + \frac{b}{A_{10}}e^{-i\alpha\varkappa x} - \frac{b^*}{A_{10}}e^{i\alpha\varkappa x} + \frac{c}{A_{10}}e^{-i\alpha\Omega x} - \frac{c^*}{A_{10}}e^{i\alpha\Omega x} + \ldots\right), \qquad (22)$$

где b, c — произвольные постоянные; $\varkappa = \mu - \mu_1 \approx 2\sqrt{2}\,\nu_0$, причем допустимы $\frac{|b|}{A_{10}} \leqslant \frac{1}{2}$, $\frac{|c|}{A_{10}} \leqslant \frac{1}{2}$. Последняя оценка следует как из сходимости (22), так и из (21). Действительно, разлагая в ряд

$$e^{-i(\alpha\nu_0 x + \Delta\sin\alpha\Omega x)} \approx e^{-i\alpha\nu_0 x}(1 - \Delta\sin\alpha\Omega x + \ldots) \qquad (23)$$

и сравнивая с (22), находим $\Delta = \frac{2|c|}{A_{10}}$; с другой стороны, максимум производной от фазы в (23) равен $\alpha\nu_0 + \alpha\Omega\Delta = \alpha(\nu_0 + \Delta\nu_{\text{макс}})$, т. е. $\Delta\nu_{\text{макс}} \approx \Omega\Delta$, и, согласно (21), $\Delta \approx 1$. Эти соображения приводят к следующей оценке фазового объема ω свободных колебаний вокруг спиральной орбиты:

$$\omega \leqslant A_{10}^2\left(\frac{A_{10}}{R}\right)^2 M^2\nu_0^2 \ \textit{см}^2\cdot\textit{стер}. \qquad (24)$$

Допуски на возмущения поля. Пусть имеется случайное азимутальное возмущение поля с гармоникой $q + q'$ $\left(\nu_0 = \frac{q}{R\alpha}\right)$. При наличии автофазировки необходимо учитывать это возмущение в линеаризованном уравнении для малых колебаний около спиральной орбиты

$$\Delta\varphi'' + 2i\Delta\varphi'\alpha - \alpha^2\Delta\varphi + \{3\gamma A_1^{*2}e^{2i\left[\left(\alpha+\frac{q}{R}\right)x+\beta\right]} + 6\gamma A_1^*A_3^*e^{-2i\left[\left(\alpha+\frac{q}{R}\right)x+\beta\right]} + \ldots\}\Delta\varphi^* = -\frac{\Delta h}{2HR}e^{-i\left[\left(\alpha+\frac{q+q'}{R}\right)x+\delta\right]}. \qquad (25)$$

Это дает вынужденные колебания вида

$$\Delta\varphi = b_1 e^{-i\left[\left(\alpha+\frac{q+q'}{R}\right)x+\delta\right]} + c_1 e^{-i\left[\left(\alpha+\frac{q-q'}{R}\right)x+2\beta-\delta\right]} + b_3 e^{i\left[\left(3\alpha+\frac{3q+q'}{R}\right)x+2\beta+\delta\right]} + c_3 e^{i\left[\left(3\alpha+\frac{3q-q'}{R}\right)x+4\beta-\delta\right]} + \ldots \qquad (26)$$

Если частота возмущения близка к одной из частот μ_i линейных колебаний $\frac{q+q'}{R\alpha} = \mu_i + \varepsilon$, то

$$|b_1| \approx |c_1| \approx \frac{\Delta h}{HR\alpha^2}\cdot\frac{3}{8(\varkappa+\varepsilon)^2}\cdot\frac{(4+3\nu_0)^2}{48+108\nu_0+54\nu_0^2}. \qquad (27)$$

В худшем случае, когда $\varkappa = \Omega \backsim \frac{k+1/2}{R\alpha}$, $\varepsilon \sim \frac{1}{8R\alpha}$, $\nu_0 \approx \frac{1}{2}$, имеет допуск

$$\frac{|b_1|}{A_{10}} \ll 1, \quad \frac{\Delta h}{H}\cdot\frac{R}{A_{10}}\cdot\frac{1}{(k+1)^2} \ll 1. \qquad (28)$$

Коэффициент удлинения орбиты. Вычислим коэффициент удлинения орбиты $\alpha_p = \frac{d\ln L}{d\ln p}$. Изменения в синхротронных колебаниях по отношению к обычному ускорителю сводится к изменению α_p. При синхротронных колебаниях импульса нужно в (25) и (26) сделать замену

$$\frac{\Delta h}{H} \to -\frac{\Delta p}{p}, \quad q + q' = 0.$$

Тогда

$$b_1 = \frac{\Delta p}{p}\cdot\frac{1}{R\alpha^2\nu_0^2}\times\left[\frac{(4+2\nu_0)^2(16+56\nu_0+37\nu_0^2)}{3(4+3\nu_0)^2(16+56\nu_0+37\nu_0^2)+4(4+2\nu_0)^2(4+4\nu_0^2)}\right]. \qquad (29)$$

Здесь выражение в квадратных скобках очень слабо зависит от ν_0, изменяясь при $0 < \nu_0 < 1$ от 0,14 до 0,18, и для $\nu_0 \approx \frac{1}{2}$ может быть принято равным $1/6$.

Общее решение уравнений движения имеет вид

$$\varphi = e^{-i\alpha x}(r+iz) = A_1 e^{-i(1+\nu_0)\alpha x} + A_3 e^{3i(1+\nu_0)\alpha x} + \ldots + b_1 e^{-i\alpha x} + c_1 e^{-i(1+2\nu_0)\alpha x} + b_3 e^{i(3+2\nu_0)\alpha x} + \ldots \qquad (30)$$

Используя (30) и проводя усреднение по x, находим

$$\langle r\rangle \approx b_1. \qquad (31)$$

Отсюда

$$\alpha_p = \frac{\langle r\rangle}{R} \approx \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{\alpha^2R^2\nu_0^2} = \frac{1}{6}q^{-2}. \qquad (32)$$

Поступила в Редакцию 19/III 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Ф. Орлов. ЖЭТФ, 45, 932 (1963).
2. Ю. Ф. Орлов. ЖЭТФ, 43, 1308 (1962).
3. Б. В. Чириков. «Докл. АН СССР», 125, 1015 (1959).
4. Ю. Ф. Орлов. В кн. «Труды Международной конференции по ускорителям (Дубна, 1963)». М., Атомиздат, 1964, стр. 90.

УДК 621.384.11

О вводе пучка ионов в циклотрон

В. А. Гладышев, Л. Н. Кацауров, А. Н. Кузнецов, Л. П. Мартынова, Е. М. Мороз

Сообщается об осуществлении внешней инжекции ионов в секторный циклотрон. Пучок ионов инжектируется в магнитное поле в медианной плоскости и без потерь доводится до ускоряющего промежутка дуантов.

Вопрос о внешней инжекции ионов в циклотрон становится особенно актуальным в связи с задачей ускорения поляризованных ионов, так как источники поляризованных частиц, как