

Каждая ее строка соответствует тому же варианту, что и определенная кривая одного из рисунков, причем номера рисунка и кривой указаны двумя цифрами в начале строки. Как видно, можно добиться достаточно малых  $\delta$ . При этом малые  $\delta$  сочетаются с малыми  $s$ .

$\tau$ , мксек.	1	10	40
5.1	0.4	0.3	0.2
5.4	0.2	0.1	0.05
6.7	0.2	0.08	0
7.5	0.3	0.08	0
8.4	0	0	0

Совокупность экспериментальных и теоретических исследований, проведенных нами, позволяет с уверенностью заключить, что, принимая соответствующие меры, можно использовать на практике фарадеевские свч устройства в импульсном режиме модуляции с длительностью импульсов вплоть до 1 мксек.

В выполнении настоящей работы принимал участие студент И. Зарицкий.

#### Литература

- [1] А. Л. Микаэлян. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М., 1963. — [2] M. L. Kales. J. Appl. Phys., 24, 604, 1953. — [3] Van Triet, Appl. Sci. Res., Sec. B, 3, 305, 1953. — [4] B. Waldron. F. Brit. IRE, 18, 597, 674, 733, 1958. — [5] Н. Г. Гуревич. Ферриты на свч. М., 1960. — [6] Я. А. Монахов. Радиотехника и электроника, 2, 951, 1957. — [7] A. L. Morris. F. Brit. IRE, February, 1959. — [8] И. А. Дерюгин, В. Л. Стрижевский, П. С. Куц. Вісник Київського держ. університету, сер. фізики, хімії, математики та астрономії, 1963. — [9] L. Landau, E. Lifshitz. Sov. Phys., 8, 153, 1935. — [10] F. Bloch. Phys. Rev., 70, 460, 1946. — [11] P. C. Fletcher, R. C. Le Craw, E. G. Spencer. Phys. Rev., 117, 955, 1960. — [12] В. А. Фабриков. Сб. „Ферриты“, Минск, 1960.

Киевский  
государственный университет  
им. Т. Г. Шевченко

Поступило в редакцию  
12 июня 1964 г.

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПЛОТНОСТИ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ДУГЕ

С. Г. Алиханов и С. П. Иваня

Ряд трудностей, возникших на пути создания высокотемпературной плазмы, удерживаемой магнитным полем в вакууме, привел к поискам принципиально новых решений проблемы. В частности, была предложена идея создания системы, в которой газокINETическое давление плазмы передавалось через плотный газ на стенки, а термоизоляция осуществлялась за счет сильного магнитного поля<sup>[1]</sup>. Одним из способов осуществления предложенной идеи является стационарный самостягивающийся разряд, пинч в газовой оболочке. Нагрев плазмы происходит за счет джоулева тепла, а потери обуславливаются теплопроводностью и излучением. Однако в этом случае давление плазмы уравнивается не только газокINETическим давлением окружающего газа, но и магнитным давлением тока.

Расчеты такой системы были проведены Фальтхамаром<sup>[2]</sup>, однако учет только ионной теплопроводности ограничил применимость результатов лишь для случая  $\omega\tau_i \geq 1$ . Нами были проделаны расчеты для дейтериевой плазмы с учетом электронной и ионной теплопроводности, что дало возможность получить результаты, справедливые для широкого диапазона температур.

§ 1. Стационарное состояние исследовалось в простейшей модели: цилиндрический столб, однородный по  $z$  и симметричный по  $\varphi$ . Электрическое поле напряженностью  $E$  направлено вдоль оси  $z$  и все величины, характеризующие плазму, зависят только от радиуса  $r$ .

Для решения задачи была использована следующая система уравнений (принята система CGSE).

1. Уравнение Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad (1)$$

2. Закон Ома для компоненты, параллельной электрическому полю в виде

$$\mathbf{j} = \sigma_{\perp} \mathbf{E} \quad (2)$$

3. Уравнение движения

$$\nabla p = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (3)$$

4. Уравнение теплового баланса

$$-\kappa \nabla T = Q \quad (4)$$

Рассматривается плотная плазма; следовательно, можно принять, что  $T_e = T_i = T$ . В цилиндрической системе координат эти уравнения запишутся в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r H_{\varphi}) = \frac{4\pi}{c} j_z \quad (5)$$

$$j_z = \sigma_{\perp} E_z \quad (6)$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{1}{c} j_z H_0, \quad (7)$$

$$-kr \frac{dT}{dr} = \int_0^2 \sigma_{\perp} E^2 r dr. \quad (8)$$

Рассмотрим допущения, которые были приняты при составлении этой системы уравнений. А priori предполагается, что плазма стабильна. Такое предположение может показаться совершенно необоснованным в свете известных теорий и экспериментов. Но надо иметь в виду, что в этом случае плазменный столб окружен слоем плотного газа, который должен оказывать стабилизирующее действие на систему [3]. Как известно, проводящий кожух, по которому течет обратный ток, также стабилизирует разряд [4]. Кроме того, возможно введение стабилизирующих факторов, например вращение газа [5].

В уравнении (2) не учитываются члены, обусловленные  $\text{grad } T$ , они по величине порядка или менее членов, содержащих  $E$ . Поскольку введение уравнения (2) носит в некотором смысле условный характер [можно было бы задаваться только токами, исключив  $E$  из уравнения (4)], то это можно грубо представить, как изменение в величине  $E$  за счет термоэдс. В уравнении (4) не учитываются потери тепла на излучение. Для не очень больших плотностей плазмы такое пренебрежение вполне оправдано.

§ 2. Для полностью ионизованной плазмы ( $Z=1$ ) электропроводность поперек магнитного поля выражается следующим образом [6]

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n \tau_e}{m_e} \frac{1}{1 - \frac{6.42 \omega_e^2 \tau_e^2 + 1.84}{\omega_e^4 \tau_e^4 + 14.8 \omega_e^2 \tau_e^2 + 3.77}}, \quad (9)$$

где

$$\tau_e = \frac{3m_e^{1/2} k^{3/2} T^{3/2}}{2^{3/2} \pi^{1/2} \ln \Lambda e^4 n}, \quad \omega_e = \frac{eH}{m_e c}. \quad (10)$$

Медленно меняющийся кулоновский логарифм  $\ln \Lambda$  мы примем равным 10.

При  $\omega_e \tau_e \gg 1$ , что справедливо в нашем случае почти для всего сечения столба, выражение в скобках оказывается равным 1. Более того, выражение в скобках — медленно меняющаяся функция при изменении  $\omega_e \tau_e$ , в пределах от 1 до 0.5. Поэтому примем для электропроводности известное выражение

$$\sigma_{\perp} = \frac{3k^{3/2}}{2^{3/2} \pi^{1/2} e^2 m_e^{1/2}} \frac{T^{3/2}}{\ln \Lambda}. \quad (11)$$

Теплопроводность полностью ионизованной плазмы складывается из теплопроводности ионов и электронов:  $\chi = \chi_i + \chi_e$ . Коэффициенты теплопроводности были вычислены Брагинским [6] и для компонент перпендикулярных магнитному полю имеют следующий вид

$$\chi_i = \frac{n_i T \tau_i k^2}{m_i} \frac{2\omega_i^2 \tau_i^2 + 2.645}{\omega_i^4 \tau_i^4 + 2.70 \omega_i^2 \tau_i^2 + 0.677}, \quad (12)$$

$$\tau_i = \frac{3}{2} \frac{m_e^{1/2} k^{3/2} T^{3/2}}{\pi^{1/2} \ln \Lambda e^4 n_i}, \quad \omega_i = \frac{eH}{m_i c}, \quad (13)$$

$$\chi_e = \frac{n_e T \tau_e k^2}{m_e} \frac{4.66 \omega_e^2 \tau_e^2 + 11.9}{\omega_e^4 \tau_e^4 + 14.8 \omega_e^2 \tau_e^2 + 3.77}. \quad (14)$$

Для решения системы (5)–(8) удобно ввести безразмерные переменные

$$z = \frac{p}{p_0}, \quad t = \frac{T}{T_0}, \quad h = \frac{H}{H_0}, \quad \rho = \frac{r}{r_0}, \quad (15)$$

где  $T_0$  и  $p_0$  — температура и давление на оси цилиндра.  $r_0$  и  $H_0$  определяем как радиус и максимальное магнитное поле гипотетического стационарного пинча, начиная с которых  $T$  перестает зависеть от  $\rho$ . Из уравнений (5), (6), (7) получаем, что

$$H_0 = 2\pi^{1/2} p_0^{1/2}, \quad r_0 = \frac{c p_0^{1/2}}{\pi^{1/2} \sigma_0 E}. \quad (16)$$

Приведение к безразмерным величинам дает следующую систему

$$\frac{dz}{d\rho} = -2t^{3/2} h, \quad (17)$$

$$\frac{dh}{d\rho} = 2t^{3/2} - \frac{h}{\rho}, \quad (18)$$

$$\frac{dt}{d\rho} = -\frac{10^{20}}{\beta} \frac{h}{t^{5/2}} \frac{1 + 0.89y + 1.38 \cdot 10^{-20} y^2 + 6.6 \cdot 10^{-6} y^3 + 3.0 \cdot 10^{-10} y^4}{9.2 + 1.03y + 3.90 \cdot 10^{-3} y^2 + 3.42 \cdot 10^{-7} y^3}. \quad (19)$$

$$y = 10^{-18} \beta \frac{t^5 h^2}{z^2}, \quad \beta = \frac{T_0^5}{p_0} \left[ \frac{\text{град.}^5 \cdot \text{см}^2}{\text{дин}} \right] \quad (20)$$

с граничными условиями

$$t = z = \frac{h}{\rho} = 1 \quad \text{и} \quad h = 0 \quad \text{при} \quad \rho = 0.$$

Семейство решений системы (17)–(19) определяется параметром  $\beta$ . Численное решение проводилось методом Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага на электронно-вычислительной машине.

Таблица 1

$\beta = \frac{T_0^5}{p_0}$	$\rho_k$	$z_k$	$h_k$	$t_k$
10 <sup>17</sup>	0.083	0.996	0.0545	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>18</sup>	0.262	0.96	0.172	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>19</sup>	0.71	0.72	0.45	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>20</sup>	1.10	0.393	0.625	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>21</sup>	1.21	0.060	0.83	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>22</sup>	1.15	0.0218	0.88	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>23</sup>	1.21	0.015	0.84	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>24</sup>	1.31	0.0115	0.78	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>25</sup>	1.48	0.0092	0.70	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>26</sup>	1.83	0.0075	0.58	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>27</sup>	2.80	0.0059	0.393	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>28</sup>	8.0	0.0040	0.152	10 <sup>-3</sup>
10 <sup>30</sup>	59.0	0.000086	0.040	10 <sup>-4</sup>
10 <sup>32</sup>	73.7	0.000032	0.032	10 <sup>-4</sup>
10 <sup>34</sup>	161.5	0.0000153	0.0157	3 · 10 <sup>-5</sup>

§ 3. Результаты вычислений даны в виде графиков (рис. 1)–(8) и таблиц для широкого диапазона значений  $\beta$ . В табл. 1 собраны конечные значения относительных величин радиуса, давления и магнитного поля, при которых относительная температура стремится к нулю. Действительное значение  $t$ , при котором счет останавливался, дано в последнем столбце таблицы. Так как для полностью ионизованного газа при  $T$  малых  $\chi \rightarrow 0$ , то  $\frac{dt}{d\rho} \rightarrow \infty$ . Поэтому предельное значение  $t_k$  скорее определяется ненужностью дальнейшего счета, так как при  $t \rightarrow 0$

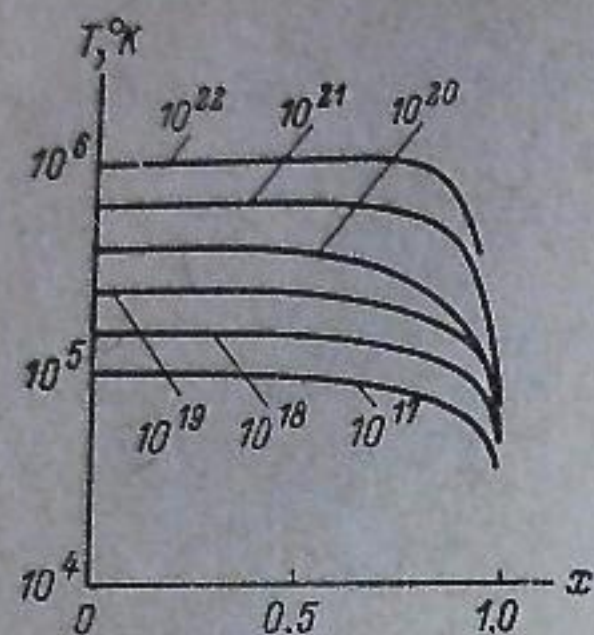


Рис. 1.

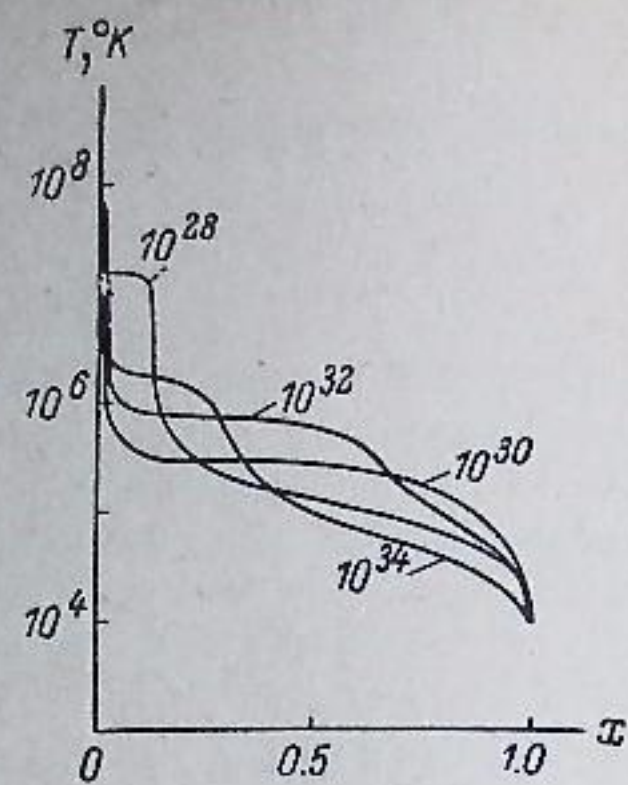


Рис. 5.

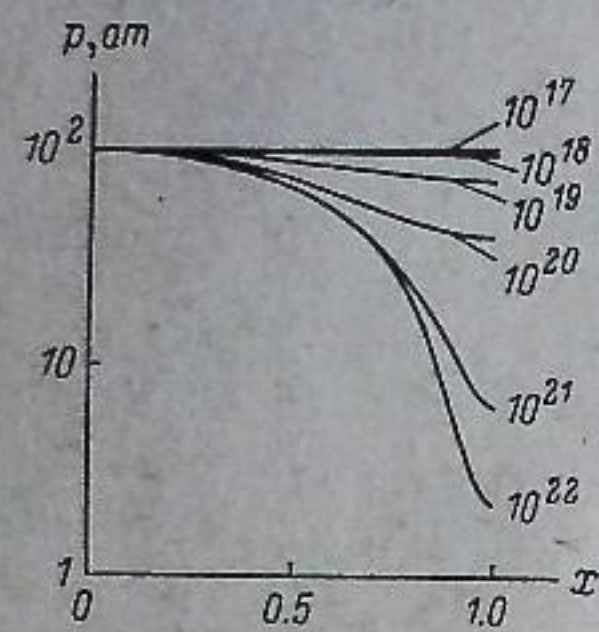


Рис. 2.

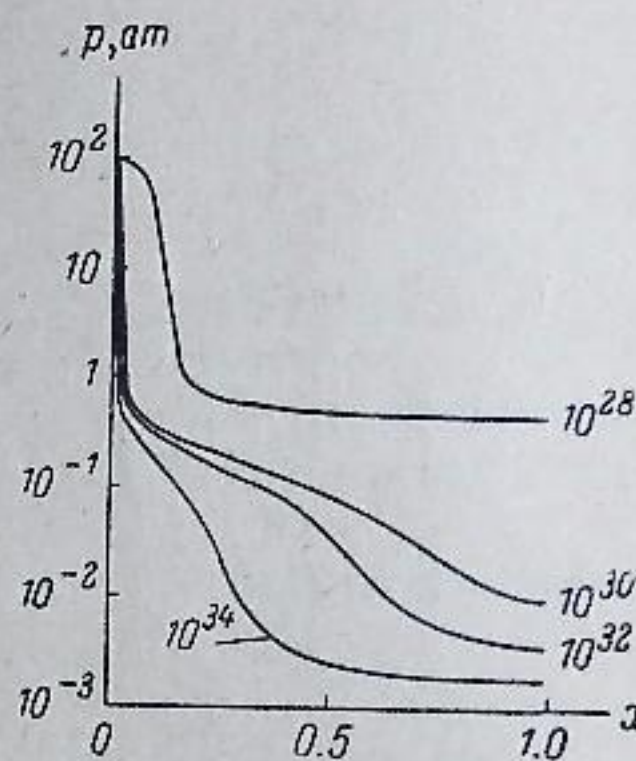


Рис. 6.

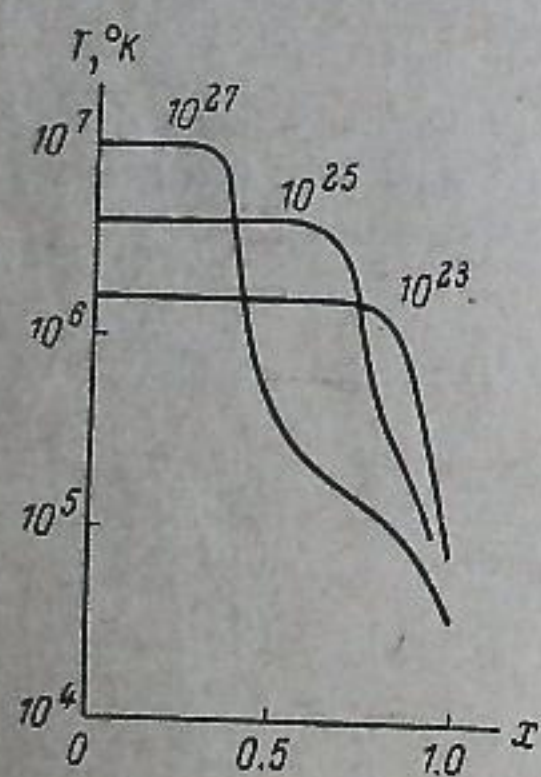


Рис. 3.

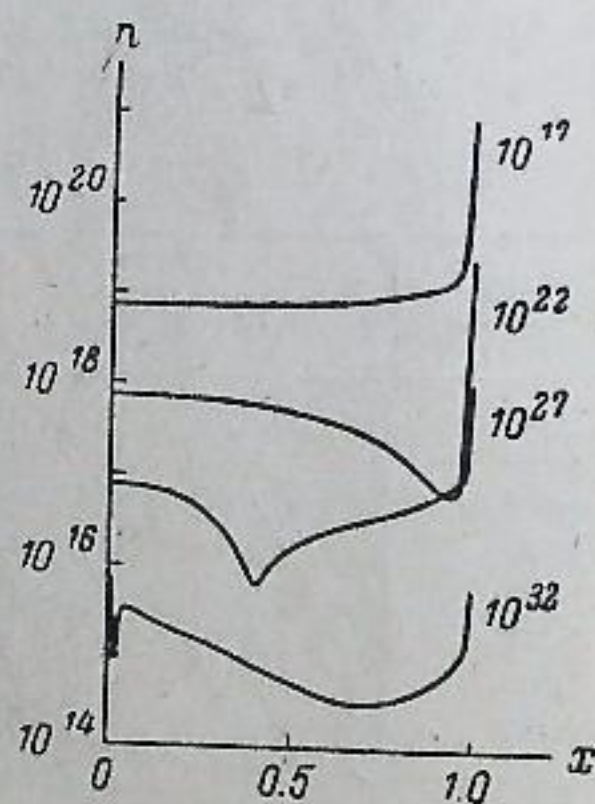


Рис. 7.

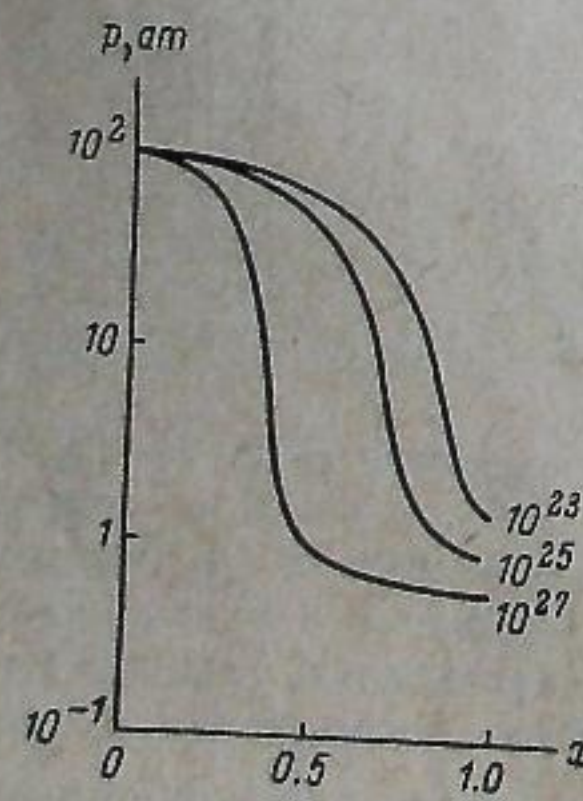


Рис. 4.

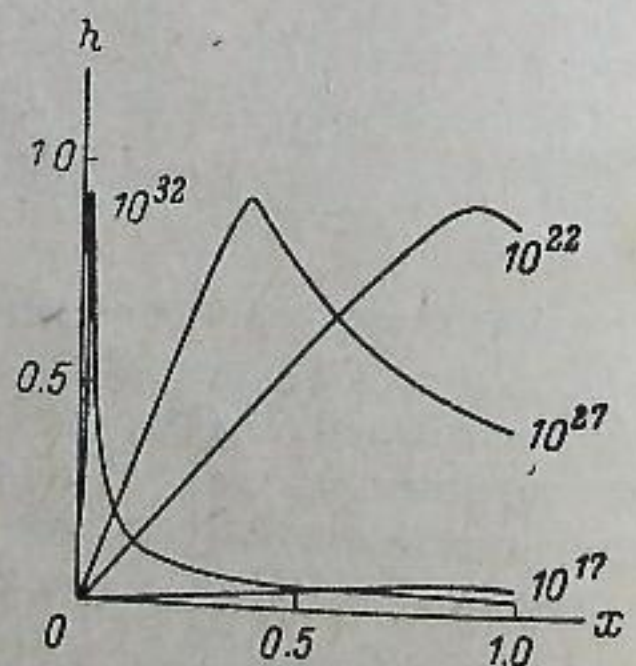


Рис. 8.

в реальной дейтериевой плазме  $x \rightarrow x_0 \approx 10^6$  и  $\frac{dt}{d\rho} = 2 \cdot 10^7 \frac{p_0}{T_0^{5/2}} h$ . Однако в этом случае решение не определяется однозначно параметром  $\beta$ .

В этой связи и для большей наглядности кривые приведены к давлению на оси  $p_0 = 10^8$  (100 атм.). Пересчет температуры на другие значения  $p_0$  легко осуществляется из определения параметра  $\beta$ . Кроме того, по оси абсцисс отложена величина  $x = \frac{\rho}{\rho_k}$ ; таким образом,  $x = 1$  соответствует реальной границе.

На рис. 7 дается зависимость плотности плазмы от радиуса для четырех характерных значений  $T_0$  ( $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$  и  $10^8$  °К) и для  $p_0 = 10^8$ .

Для практического использования результатов приведем следующие формулы для полного тока и напряженности электрического поля

$$\frac{I}{c} = \pi^{1/2} p_0^{1/2} R h_k \quad (21)$$

$$E = 2.4 \cdot 10^3 \cdot \frac{p_0^{1/2} \rho_k}{T_0^{3/2} R} \quad (22)$$

$R$  — радиус камеры.

Таким образом, мощность, выделяемая на 1 см длины столба,

$$W = 1.3 \cdot 10^{14} \rho_k h_k \frac{p_0}{T_0^{3/2}} \frac{\text{эрг}}{\text{сек.} \cdot \text{см}} \quad (23)$$

Из формулы (23) и табл. 2 видно, что термоизоляция при высоких температурах существенно увеличивается. Однако практическое использование такого факта сильно осложняется тем, что оно обусловлено малой плотностью газа, окружающего токовый канал.

В этой связи необходимо отметить, что результаты работы [2] находятся в противоречии с нашими. Если по данным работы [2] оказывается, что шнур окружен толстой оболочкой холодной плазмы с плотностью, на порядок большей чем в центре пинча, то по нашим вычислениям плотность резко возрастает лишь в тонком слое у самой стенки камеры. Анализ кривой рис. 6 статьи [2] показал, что решение не удовлетворяет системе (19) — (21) и является ошибочным.

Таким образом, можно сделать заключение, что при условии справедливости классических коэффициентов переноса решение стационарных уравнений не дает особых оснований надеяться получить стабильную плазму очень высокой температуры без применения специальных мер стабилизации, хотя надежда на изоляцию горячей плазмы от потока примесей со стенок существует.

В заключение авторы благодарят Г. И. Будкера за интерес к работе и поддержку, М. К. Фаге за полезные консультации и Л. П. Ковачевич за проведение вычисления на электронной машине.

#### Литература

- [1] Н. Alfvén, E. Smars. Nature, 188, 801, 1960. — [2] C. G. Falthammar. Phys. Fluids, 4, 1145, 1961. — [3] G. S. Murty. Arkiv Fysik, 19, 511, 1961; S. P. Talwar, I. N. Tandon. J. Nucl. Energy, C5, 243, 1963. — [4] М. А. Леонтьев. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, 1, стр. 110. Изд. АН СССР 1958 г.; В. Д. Шафранов. Там же, 2, стр. 130. — [5] Н. Е. Wilhelm. Nuclear Fusion, 2, 6, 1962. — [6] С. И. Брагинский. Сб. „Вопросы теории плазмы“, 1, стр. 183, 1963.

Поступило в Редакцию 29 апреля 1964 г.  
В окончательной редакции 14 сентября 1964 г.