

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПЕРЕХОДЫ С КОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ

П. ФОГЕЛЬ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

(Поступила в редакцию 9 ноября 1964 г.)

На основе метода приближенного вторичного квантования в рамках сверхтекучей модели атомного ядра получены приведенные вероятности B электромагнитных переходов типа $E3$, $E2$ и $E1$. Рассчитаны значения $B(E2)$ для переходов между γ -колебательным и основным состояниями и $B(E3)$, $B(E1)$ — для октупольных состояний. Обсуждается применение модели для $E2$ - и $E0$ -переходов из β -колебательных состояний. Сравнение с экспериментом показывает, что данная модель хорошо объясняет опытные данные по переходам между однофононным состоянием и фононным вакуумом.

1. Введение

Недавно (см. [1, 2]) были вычислены энергии квадрупольных и октупольных состояний четно-четных деформированных ядер. Было показано, что сверхтекучая модель ядра с учетом мультиполь-мультипольного взаимодействия методом приближенного вторичного квантования правильно объясняет поведение энергий этих состояний. Была изучена структура квадрупольных и октупольных состояний и показано, что эти состояния имеют в некоторых ядрах коллективную природу, а в других — природу, близкую к двухквaziчастичной. Дальнейшие исследования [3, 4] показали, что в некоторых случаях важную роль играет эффект блокировки, и была разработана техника его учета. В [1-4] были зафиксированы все параметры модели и, таким образом, создан базис для дальнейших применений.

В настоящей работе на основании метода приближенного вторичного квантования в рамках сверхтекучей модели ядра рассчитываются приведенные вероятности электромагнитных переходов между квадрупольными и октупольными состояниями, с одной стороны, и основными состояниями четно-четных деформированных ядер, с другой стороны. Вероятности $E2$ -переходов для γ -колебаний были рассчитаны ранее Маршалекком и Расмуссоном [5] и для β -колебаний — Бесом [6]. В настоящей работе расчет $E2$ -переходов из γ -колебательных состояний и $E3$ - и $E1$ -переходов из октупольных состояний проведен с набором параметров, определенных в [1, 2], и проведено сравнение с новейшими экспериментальными данными. Случай $E2$ - и $E0$ -переходов из β -колебательных состояний несколько сложнее.

2. Вероятности переходов

Для приведенной вероятности электрического перехода мультипольности λ между фононным вакуумом и однофононным состоянием получаем

$$B(E\lambda, I_i \rightarrow I_f) = \langle I_f \lambda, K - K | I_i 0 \rangle^2 M^2, \quad (1)$$

где M — матричный элемент перехода, равный

$$M = e_p \sum_{vv'} \frac{f_{vv'} p_{vv'} U_{vv'}^2}{\varepsilon_v + \varepsilon_{v'} - \omega^2 (\varepsilon_v + \varepsilon_{v'})^{-1}} \frac{(1 - 2\kappa_n X_n)}{[(1 - 2\kappa_n X_n)^2 Y_p + 4\kappa_n p^2 X_p^2 Y_n]^{1/2}} +$$

$$+ e_n \sum_{ss'} \frac{f_{ss'} p_{ss'} U_{ss'}^2}{\varepsilon_s + \varepsilon_{s'} - \omega^2 (\varepsilon_s + \varepsilon_{s'})^{-1}} \frac{(1 - 2\kappa_p X_p)}{[(1 - 2\kappa_p X_p)^2 Y_n + 4\kappa_n p^2 X_n^2 Y_p]^{1/2}}. \quad (2)$$

Здесь $f_{ss'}$ — квадрупольный или октупольный одночастичный матричный элемент; $p_{ss'}$ — одночастичный матричный элемент перехода; $U_{ss'} = u_s u_{s'} + u_{s'} u_s$; ε_s — энергия квазичастицы в состоянии s , индекс s, s' относится к нейтронной, vv — к протонной системам. В дальнейшем будем считать, что $\kappa_n = \kappa_p = \kappa_{np} \equiv \kappa$. При этом имеем

$$M = \left[e_p \sum_{vv'} \frac{f_{vv'} p_{vv'} U_{vv'}^2}{\varepsilon_v + \varepsilon_{v'} - \omega^2 (\varepsilon_v + \varepsilon_{v'})^{-1}} + \right.$$

$$\left. + e_n \sum_{ss'} \frac{f_{ss'} p_{ss'} U_{ss'}^2}{\varepsilon_s + \varepsilon_{s'} - \omega^2 (\varepsilon_s + \varepsilon_{s'})^{-1}} \right] (Y_p + Y_n)^{-1/2}, \quad (3)$$

где

$$X_n = \sum_{ss'} \frac{f_{ss'}^2 U_{ss'}^2}{\varepsilon_s + \varepsilon_{s'} - \omega^2 (\varepsilon_s + \varepsilon_{s'})^{-1}}, \quad Y_n = \frac{1}{2} \frac{\partial X_n}{\partial \omega}.$$

Для β -колебаний из-за необходимости исключить духовое состояние все выражения усложняются, и формула (3) принимает вид

$$M = e_p \sum_{vv'} p_{vv'} U_{vv'} g_{vv'} + e_n \sum_{ss'} p_{ss'} U_{ss'} g_{ss'}, \quad (4)$$

где $g_{vv'}$, $g_{ss'}$ определены в [1].

Из формулы (3) видно, что для $\omega \rightarrow 0$ (сильно коллективизированные состояния) переход усиливается, а для $\omega \rightarrow \varepsilon_s + \varepsilon_{s'}$ (двухквазичастичное состояние) получаем одночастичную величину $M \rightarrow U_{ss'} f_{ss'}$. Для переходов $E2$ из квадрупольных и $E3$ из октупольных состояний $f_{ss'} \equiv p_{ss'}$, и в (3) суммируются только положительные величины. В этом случае усиление будет максимальным, и точность определения вероятности перехода должна отвечать точности, с которой рассчитаны энергии. Для переходов $E1, E0$ точность результатов ухудшается, так как важную роль начинают играть асимптотически запрещенные матричные элементы. Величины $g_{ss'}$, $g_{vv'}$ из формулы (4) пропорциональны $f_{ss'}$, $f_{vv'}$ для $\omega \ll 2C$; таким образом, в этом случае для $E2$ -переходов из состояний $K\pi = 0^+$ также имеем когерентный вклад всех двухквазичастичных состояний. В некоторых ядрах решением секулярного уравнения получаем $\omega \sim 2C$; в этих ядрах парные силы играют главную роль, квадруполь-квадрупольные — второстепенную. В (4) в таком случае не суммируются больше только положительные величины, и результат становится очень чувствительным к малым изменениям параметров. Для исследования этих состояний надо или учитывать в (4) намного больше членов (нами учтено 64 члена для каждой системы), или уточнять теорию.

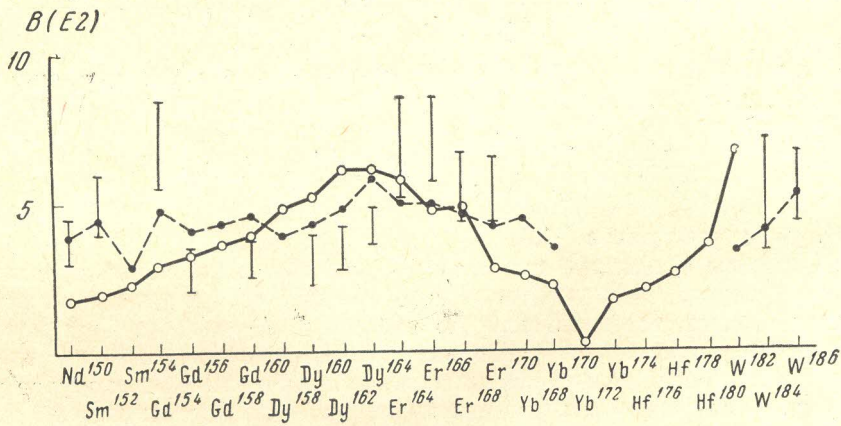
При выводе формул (2) — (4) мы пренебрегли взаимодействием колебаний и вращений. Параметры связи, приведенные в [7], показывают, что ошибки в определении абсолютной вероятности перехода, связанные с этим эффектом, порядка 20—30%; это, по-видимому, сравнимо с точностью самого метода.

Суммы в выражениях (2) — (4) как обычно обрезаны на достаточно большом энергетическом расстоянии от уровня Ферми; эффективные заряды, определяемые из сравнения с экспериментом, должны компенсировать зависимость от такого обрезания. В работах [1-4] показано, что энергии коллективных состояний можно объяснить при наиболее простом предположении $\kappa_n = \kappa_p = \kappa_{np} \equiv \kappa$, и мы в дальнейшем будем пользоваться этим приближением. В таком случае из формулы (3) получаем $e_p = e + e_{\text{эфф}}$, $e_n = e_{\text{эфф}}$, $e_{\text{эфф}} = 2\kappa X'e$ (X' — сумма по далеким от уровня Ферми протонным состояниям; Y практически не зависит от обрезания). Таким образом, для определения $B(E\lambda)$ остался единственный «свободный» параметр $e_{\text{эфф}}$. Надо сказать, что данное приближение может оказаться плохим в случае $E1$ -переходов, но в этом случае данная модель вообще очень груба. Заметим еще, что значения $B(E\lambda)$ во всей работе приводятся в одночастичных единицах:

$$B(E\lambda)_{sp} = \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \left(\frac{3}{3 + \lambda} R_0^\lambda \right)^2 e^2 cm^{2\lambda}.$$

3. Результаты и обсуждение

γ -колебания. Большинство имеющихся экспериментальных данных [8, 9] относится к $B(E2, 0_g \rightarrow 2\gamma)$ в редкоземельной области. Результаты расчета и сравнение с опытом для $e_{\text{эфф}} = 1e$ показаны на рисунке. Пунктирная кривая на рисунке получается при подстановке в формулу (3) экспериментальных значений энергии, сплошная кривая — при при-



Величины $B(E2, 0_g \rightarrow 2\gamma)$ в одночастичных единицах: сплошная кривая — расчет для $\kappa^{(2)} = 9,5 A^{-1/3} \hbar \omega_0^0$, пунктирная — расчет для $\kappa^{(2)} = \kappa^{(2)}_{\text{эксп}}$; экспериментальные значения указаны с пределами ошибок

менении в формуле (3) теоретических значений ω , полученных при $\kappa^{(2)} = 9,5 A^{-1/3} \hbar \omega_0^0$. Характерная зависимость энергии ω_γ и $B(E2)_\gamma$ показана на примере ядра Gd^{156} в табл. 1. Сравнение обеих кривых с экспериментом показывает, что данная модель позволяет в этом случае с удовлетворительной точностью получить не только энергии, но и вероятности электромагнитных переходов.

В трансурановой области имеются только два экспериментальных значения $B(E2)_\gamma$ [10]: для Th^{232} и U^{238} . В табл. 2 приведены теоретические значения $B(E2)_\gamma$ для $e_{\text{эфф}} = 1e$ и $e_{\text{эфф}} = 0,7e$. Так как в (3) мы учитывали несколько больше уровней в трансурановой области, чем в редкоземельной, следует ожидать, что эффективный заряд будет для трансурановых элементов несколько меньше. Действительно, $e_{\text{эфф}} = 0,7e$ лучше согласуется с экспериментом, хотя для удовлетворительного сравнения опытных данных оно очень мал.

В ядре Yb^{172} случайно первый и второй полюсы секулярного уравнения отвечают состояниям с запрещенным $E2$ -переходом на основное состояние. Первое решение секулярного уравнения с $K\pi = 2^+$ в Yb^{172} является, по-видимому, чисто двухквантовым состоянием $nn(512\uparrow - 521\downarrow)$ с $B(E2) \cong 2 \cdot 10^{-2}$ (см. рисунок). Из следующих двух состояний $K\pi = 2^+$ с энергиями $\sim 1,7$ и $1,9$ Мэв одно является состоянием $pp(402\uparrow - 411\downarrow)$ с $B(E2) \cong 10^{-2}$, другое — коллективным состоянием с $B(E2) \cong 2,5$; их взаимное положение зависит от деталей схемы уровней среднего поля.

Таблица 1

Зависимость энергии и $B(E2)$ от константы квадрупольного взаимодействия $\kappa^{(2)} = \rho A^{-4/3} \hbar \omega_0^0$ для β - и γ -колебаний

Значение ρ	$K\pi = 2^+$ для Gd^{156}		$K\pi = 0^+$ для Gd^{156}			$K\pi = 0^+$ для Yb^{168}		
	ω_γ , Мэв	$B(E2)_\gamma$	ω_β , Мэв	$B(E2)_\beta$	X	ω_β , Мэв	$B(E2)_\beta$	X
9	1,6	2,8	1,2	2,3	0,22	1,69	0,08	0,0002
9,5	1,45	3,3	1,04	2,8	0,21	1,67	0,06	0,0002
10	1,30	3,8	0,93	3,6	0,20	1,65	0,03	0,0002
11	0,83	5,8	—	—	—	1,62	0,0025	0,46
15	—	—	—	—	—	1,37	0,7	0,07
17	—	—	—	—	—	1,14	1,4	0,18

Таблица 2

Величины $B(E2)_\gamma \equiv B(E2, 0_g \rightarrow 2\gamma)$, $B(E3) \equiv B(E3, 0_g \rightarrow 3^-, 0)$ в одночастичных единицах

Ядро	$B(E2)_\gamma$ (эксперимент)		$B(E2)_\gamma$ ($\kappa^{(2)} = 11A^{-4/3}\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 1e$)	$B(E2)_\gamma$ ($\kappa^{(2)} = 11A^{-4/3}\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 0,7e$)	$B(E3)$ (эксперимент)	$B(E3)$ ($\kappa^{(3)} = 0,00053\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 1e$)	Ядро	$B(E2)_\gamma$ (эксперимент)		$B(E2)_\gamma$ ($\kappa^{(2)} = 11A^{-4/3}\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 1e$)	$B(E2)_\gamma$ ($\kappa^{(2)} = 11A^{-4/3}\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 0,7e$)	$B(E3)$ (эксперимент)	$B(E3)$ ($\kappa^{(3)} = 0,00053\hbar\omega_0^0$, $e_{\text{эфф}} = 1e$)
	$B(E2)_\gamma$	$B(E2)_\gamma$						$B(E2)_\gamma$	$B(E2)_\gamma$				
Th^{228}		10,0		6,5		29,5	Pu^{242}	4,0		2,5		9,5	
Th^{230}		7,8		4,8		15,4	Pu^{244}	5,0		2,0		8,5	
Th^{232}	3	6,0		4,0	12	14,5	Sm^{242}	0,4		0,4		10,0	
Th^{234}		5,0		3,2		14,0		(3,5)		(2,2)			
U^{230}		6,5		4,1		16,0	Sm^{244}	3,5		2,2		8,0	
U^{232}		5,0		3,4		15,0	Sm^{246}	5,0		3,0		8,5	
U^{234}		4,0		2,5		11,5	Sm^{248}	6,5		4,4		8,5	
U^{236}		3,0		2,0		11,5	Cf^{248}	5,0		3,2		5,0	
U^{238}	2	0,4		0,4	21	13,0	Cf^{250}	7,5		4,8		5,5	
		(4,0)		(2,5)			Cf^{252}	7,0		6,4		6,0	
U^{240}		4,5		2,9		12,5	Fm^{250}	5,5		3,6		1,3	
Pu^{236}		3,0		1,9		8,0	Fm^{252}	10,0		5,3		1,5	
Pu^{238}		2,0		1,4		8,0	Fm^{254}	14,0		8,3		2,2	
Pu^{240}		0,4		0,4		9,5							
		(3,5)		(2,2)									

В ядрах U^{238} , Pu^{240} , Sm^{242} получаются два близких состояния с $K\pi = 2^+$ и с $B(E2)_\gamma$, указанными в табл. 2. Одно из этих состояний близко к двухквантовому состоянию $nn(622\uparrow - 631\downarrow)$, второе является коллективным. При этом небольшое изменение $\kappa^{(2)}$ или энергии полюса меняет порядок этих уровней. Экспериментальные данные [10] указывают, что наблюдаемое состояние $K\pi = 2^+$ в ядре U^{238} является коллективным.

β -колебания. В последнее время появились новые экспериментальные данные по $E2$ -переходам для состояний $K\pi = 0^+$. Измеренные значения $B(E2)$ (порядка нескольких одночастичных единиц) относятся

Величины $B(E2)_\beta \equiv B(E2, 0_g \rightarrow 2_\beta)$, $B(E3) \equiv B(E3, 0_g \rightarrow 3^-, 0)$
в одночастичных единицах; величины X , ρ даны для $E0$ -переходов

Ядро	$B(E2)_\beta$ (эксперимент)	$B(E2)_\beta$ ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	X ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	ρ ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	$B(E3)$ ($\kappa(3) = 0,00102 \hbar \omega_0$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	Ядро	$B(E2)_\beta$ (эксперимент)	$B(E2)_\beta$ ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	X ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	ρ ($\kappa = \kappa_{\text{эксц.}}$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)	$B(E3)$ ($\kappa(3) = 0,00102 \hbar \omega_0$ $e_{\text{эфф}} = 1e$)
Nd ¹⁵⁰	5,0	5,4	0,14	0,36	4,0	Er ¹⁶⁸					4,0
Sm ¹⁵²	3,4	4,5	0,18	0,37	3,2	Er ¹⁷⁰					4,3
Sm ¹⁵⁴		3,0	0,20	0,31	5,8	Yb ¹⁶⁸	1,0	0,13	0,16		4,0
Gd ¹⁵⁴	4,4	5,5	0,18	0,39	3,4	Yb ¹⁷⁰					3,8
Gd ¹⁵⁶	3,3	2,8	0,20	0,30	5,5	Yb ¹⁷²					3,9
Gd ¹⁵⁸		1,3	0,09	0,13	6,5	Yb ¹⁷⁴					3,7
Gd ¹⁶⁰					6,0	Hf ¹⁷⁶					3,5
Dy ¹⁵⁸		2,5	0,17	0,25	4,5	Hf ¹⁷⁸					4,0
Dy ¹⁶⁰					5,0	Hf ¹⁸⁰					4,0
Dy ¹⁶²					4,5	W ¹⁸⁰					3,8
Dy ¹⁶⁴					5,0	W ¹⁸²					3,0
Er ¹⁶⁴		0,5	0,05	0,06	4,0	W ¹⁸⁴					3,0
Er ¹⁶⁶		0,3	0,28	0,08	4,0	W ¹⁸⁶					2,2

к состояниям с энергией, заметно меньшей чем щель $2C$. Для ядер, у которых энергия состояния $K\pi = 0^+$ порядка $2C$ (например, Er¹⁶⁶), данных по $E2$ -переходам, к сожалению, нет. Для расчета $B(E2)$ состояний $K\pi = 0^+$ мы не имеем свободного параметра, так как величина $e_{\text{эфф}}$ зафиксирована из $B(E2)_\gamma$. Аналогично, как и у γ -колебаний, мы можем рассчитать $B(E2)$, подставляя в (4) экспериментальные значения энергии ω_β или решая сначала секулярное уравнение при данном $\kappa^{(2)}$ и применяя потом (4). В табл. 3 приведены значения $B(E2)_\beta$ и величин X , ρ , полученных на основе экспериментальных значений ω_β и характеризующих монополярный $E0$ -переход. Эффект некогерентности в (4) для состояний $K\pi = 0^+$ с $\omega \sim 2C$ иллюстрируется в табл. 1. Для ядра Gd¹⁵⁶ при данном $\kappa^{(2)} = 9,5 A^{-1/3} \hbar \omega_0^0$ получаем $\omega_\beta < 2C$ и «нормальную» зависимость ω и $B(E2)$ от $\kappa^{(2)}$. Для Yb¹⁶⁸ парные силы преобладают, $\omega \sim 2C$ и $B(E2)$ меняются нерегулярно.

Октуполярные колебания. Для приведенных вероятностей $B(E3)$ из октуполярных состояний имеются только две экспериментальные точки [10]: $B(E3) = 21$ для U²³⁸ и $B(E3) = 12$ для Th²³². Но для состояния $I\pi = 1^-$ в ядре Th²³² определение числа K не является вполне строгим. Таким образом, сравнение с экспериментом является условным и выбор $e_{\text{эфф}}$ невозможен. Но все-таки имеется один важный качественный факт — усиление $B(E3)$, во всяком случае для Th и U, в 4–5 раз больше усиления $B(E2)_\gamma$ для этих ядер. Как видно из табл. 2, этот факт удалось сравнительно хорошо объяснить без введения новых параметров. Зависимость ω и $B(E3)$ от константы октуполь-октуполярного взаимодействия $\kappa^{(3)}$ сходна с аналогичной зависимостью для γ -колебаний, показанной в табл. 1. Для Th²³² в нашей модели при энергии ~ 1 Мэв получают два состояния с $I\pi = 1^-$: одно состояние с $I\pi K = 1^-, 0$ имеет $B(E3) = 14,5$, второе с $I\pi K = 1^-, 1$ имеет $B(E3) = 1,2$; не исключено, что в этом случае важную роль играет взаимодействие Кориолиса, которое ведет к смешиванию состояний. В противном случае теория не может объяснить большое значение $B(E3)$ для состояний $I\pi K = 1^-, 1$ в Th²³².

Как указано в [2], октуполярные состояния с $K \neq 0$ по своей природе близки к двухквaziчастичным. Нами были проделаны расчеты для этих

состояний, которые, как и следовало ожидать, показали, что значения $B(E3)$ мало отличаются от единицы. Вследствие качественного характера расчетов такого рода их результаты в настоящей работе не приводятся.

Для состояний $I\pi K = 3^-, 0$ редкоземельной области величины $B(E3)$ приведены в табл. 3 ($e_{эфф} = 1$). Видно, что для редкоземельных элементов, по нашим расчетам, усиление $E3$ -переходов, такое как для изотопов Th, U и Pu, не имеет места. Нами вычислены также приведенные вероятности $E1$ -переходов для состояний с $K\pi = 0^-$. Значения $B(E1)$ медленно меняются от ядра к ядру для всех деформированных ядер. Для $e_p = eN/A$, $e_n = -eZ/A$ получаем $B(E1) = 4 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2}$ одночастичных единиц. Эта величина несколько больше значения, указанного Элбеком [10] как граница экспериментальной разрешимости $B(E1)$. Хотя ошибка при расчете $B(E1)$, наверно, значительная, указанный результат свидетельствует о важности проведения соответствующих экспериментов.

Таким образом, результаты настоящей работы показали, что данная модель ядра хорошо объясняет приведенные вероятности электромагнитных переходов $E2$, $E3$. Это подтверждает предположение о том, что величины, которые можно вычислить, не выходя за рамки метода приближенного вторичного квантования, получаются в основном правильно.

В заключение выражаю глубокую благодарность В. Г. Соловьеву за предложение темы и многочисленные обсуждения, а также А. А. Корнейчуку, К. М. Железновой и Г. Юнгклаузен за помощь в проведении численных расчетов.

Литература

- [1] Лю Юань, В. Г. Соловьев, А. А. Корнейчук. ЖЭТФ, 47, 252, 1964.
- [2] В. Г. Соловьев, П. Фогель, А. А. Корнейчук. Изв. АН СССР, серия физ., 28, 10, 1964.
- [3] В. Г. Соловьев. Доклад на конгрессе по ядерной физике, Париж, 1964.
- [4] В. Г. Соловьев, П. Фогель. Доклад на конгрессе по ядерной физике, Париж, 1964.
- [5] E. R. Marshalek, J. O. Rasmussen. Nucl. Phys., 43, 438, 1963.
- [6] D. R. Bes. Nucl. Phys., 49, 544, 1963.
- [7] O. Nathan, S. G. Nilsson. Collective Nuclear Motion and the Unified Model, Aarhus Univ., 1963.
- [8] Y. Yoshizawa, B. Elbek, B. Herskind, M. C. Olesen. Reactions between Complex Nuclei. Univ. of Calif., Berkeley, 1963, стр. 289.
- [9] K. McGowan, P. H. Stelson. Bull. Amer. Phys. Soc., Ser. 11, 3, 228, 1958.
- [10] B. Elbek. Determination of Nucl. Transition Probabilities by Coulomb Excitation, Ejnar Munsgaard Forlag, Copenhagen, 1963.

ELECTROMAGNETIC TRANSITIONS FROM COLLECTIVE STATES

P. VOGEL

The reduced probabilities of $E3$, $E2$ and $E1$ type electromagnetic transitions are obtained, on the basis of the approximate second quantization method, in the superfluid model of the atomic nucleus. The values $B(E2)$ are calculated for transitions between γ -vibrational and ground states and $B(E3)$, $B(E1)$ for octupole states. The application of the model for $E2$ and $E0$ transitions from β -vibrational states is discussed. A comparison with experiments shows that this model gives a good explanation of the experimental data on transitions between one-phonon states and the phonon vacuum.
