ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 2, вып. 1, 1965

ФУНКЦИИ ГРИНА И ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДОВ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ

С. Т. БЕЛЯЕВ, В. Г. ЗЕЛЕВИНСКИЙ

(Поступила в редакцию 22 февраля 1965 г.)

Получены выражения для различных функций Грина нечетных ядер, справедливые для возбуждений как одночастичной, так и коллективной природы. Получены также вероятности переходов и средние значения физических величин для произвольных низколежащих состояний нечетных ядер.

Ядро с нечетным числом нуклонов представляет собой ферми-систему, основное состояние которой вырождено (по проекции полного спина). Как известно, в этом случае применение метода функций Грина сопряжено с определенными трудностями. В макроскопических системах влиянием одной нечетной частицы, естественно, можно пренебречь. В ядрах же именно нечетный нуклон определяет низколежащие возбуждения, не связанные с разрывом куперовских пар в четном остове. Энергии этих возбуждений даются полюсами одночастичной функции Грина соседнего четного ядра, но для определения матрицы плотности и вероятностей переходов необходимо иметь функции Грина самого́ нечетного ядра.

Одночастичные функции Грина для нечетных ядер рассматривались в нескольких работах [1, 2], но результаты этих работ применимы лишь в том случае, когда уровни нечетного ядра являются строго одночастичными, т. е. фактически для нескольких околомагических ядер. В настоящей работе получены выражения для различных функций Грина нечетных ядер, которые позволяют вычислять ядерные характеристики для состояний как одночастичной, так и коллективной природы. Метод состоит в переходе от усреднения по основному состоянию нечетного ядра к усреднению по состоянию соседнего четного ядра. Это позволяет снять неопределенность, связанную с вырождением основного состояния.

Рассмотрим общее выражение для двухвременной функции Грина нечетного ядра

$$\mathcal{G}_{\lambda_0}(1;2) = -i(\Phi_{\lambda_0}, TA(1)B(2)\Phi_{\lambda_0}) \equiv -i\langle TA(1)B(2)\rangle_{\lambda_0}, \qquad (1)$$

где A и B — некоторые операторы (для одночастичной функции — фермиевские операторы нуклонов, для двухчастичной — произведения двух таких операторов и т. д.). Усреднение в (1) проводится по некоторому состоянию нечетного ядра Φ_{λ_0}, которое описывается, в частности, полным спином ядра J_{λ_0} и его проекцией M_{λ_0}. Состояние Φ_{λ_0} вырождено по M_{λ_0} и поэтому в принципе следует рассматривать также недиагональные по M_{λ_0} функции Грина. Для простоты мы рассматриваем лишь диагональные средние, имея в виду, что зависимость от проекций полного момента может быть однозначно восстановлена в силу теоремы Вигнера — Эккарта.

Состояние Φ_{λ_0} не обязательно является основным. Мы предполагаем только, что оно может быть получено из основного состояния четного ядра Φ_0 действием некоторого однонуклонного оператора рождения. Введем обобщенные «спинорные» операторы нуклонов [3]

$$\Psi(\nu) = \begin{pmatrix} a_\nu \\ ia_{\tilde\nu}^+ \end{pmatrix}, \qquad \Psi^+(\nu) = (a_\nu^+, -ia_{\tilde\nu}), \tag{2}$$

где одночастичные состояния ν, $\tilde\nu$ переходят друг в друга при отражении времени (аргумент спинорного оператора относится сразу к паре состояний). Тогда наше предположение о состоянии Φ_{λ_0} можно записать в виде следующего условия:

$$u_{\lambda_0}^+(\nu_0) \equiv (\Phi_{\lambda_0}, \Psi^+(\nu_0)\Phi_0) \neq 0 \tag{3}$$

хотя бы для одного одночастичного состояния ν_0. (Величина $u_\lambda^+(\nu)$ является двухкомпонентной строкой.)

Подчеркнем, что предположение (3) отнюдь не означает, что состояние Φ_{λ_0} является одночастичным. Квантовые числа λ_0 и ν_0 включают момент и его проекцию, следовательно, в (3) $j_{\nu_0} = J_{\lambda_0}$. Но если момент не полностью характеризует состояние нуклона, то (3) может выполняться для нескольких однонуклонных состояний ν. И, наоборот, данный однонуклонный оператор $\Psi^+(\nu_0)$ может порождать различные состояния нечетного ядра Φ_λ. Например, в случае связи нечетного нуклона с коллективными возбуждениями четного остова (фононами) существует целый набор возбужденных состояний, отличающихся только средним числом фононов. Для всех этих состояний условие (3) будет выполняться одновременно [4].

Если состояние Φ_{λ_0} является строго одночастичным, то квантовые числа λ_0 и ν_0 совпадают, и неравенство (3) выполняется только для одного состояния Φ_{λ_0}. Тогда величина $u_\lambda^+(\nu)$ выражается через коэффициенты (u, v)-преобразования: $u_\lambda^+(\nu) = \delta_{\lambda\nu}(u_\nu, iv_\nu)$. Именно этот случай рассматривался в работах [1, 2].

Поставим теперь задачу выразить функцию Грина (1) через функции Грина четного ядра. Введем с этой целью в четном ядре вспомогательную функцию

$$\mathscr{L}_{\nu_0}(12;34) = -i\langle TA(1)B(2)\Psi(\nu_0, t_3)\Psi^+(\nu_0, t_4)\rangle. \tag{4}$$

Зафиксируем порядок времен $t_3 > t_1$, $t_2 > t_4$ и представим (4) в виде

$$\mathscr{L}_{\nu_0}(12;34) = -i\sum_{\lambda\lambda'}(\Phi_0, \Psi(\nu_0)\Phi_\lambda)\exp(-iE_\lambda t_3)(\Phi_\lambda, TA(1)B(2)\Phi_{\lambda'}) \times$$
$$\times \exp(iE_{\lambda'}t_4)(\Phi_{\lambda'}\Psi^+(\nu_0)\Phi_0). \tag{5}$$

Здесь суммирование идет по точным состояниям нечетного ядра Φ_λ, энергии которых E_λ отсчитываются от энергии основного состояния четного ядра.

Произведем в (5) предельный переход $t_3 \to \infty$, $t_4 \to -\infty$, одновременно считая, что энергии всех промежуточных состояний (кроме Φ_{λ_0}) содержат отрицательную мнимую часть ($E_\lambda \to E_\lambda - i\delta$). В результате такого перехода в сумме (5) останется лишь одно промежуточное состояние Φ_{λ_0}:

$$\mathscr{L}_{\nu_0}(12;34) \to \mathscr{L}_{\nu_0\lambda_0}(12) = u_{\lambda_0}(\nu_0)u_{\lambda_0}^+(\nu_0)\exp[-iE_{\lambda_0}(t_3 - t_4)]\mathscr{G}_{\lambda_0}(1;2). \tag{6}$$

Вернемся теперь к выражению (4) и рассмотрим совокупность графиков, дающих вклад в эту величину. Выделим из всей совокупности графиков один, в котором $\Psi(\nu_0)$ и $\Psi^+(\nu_0)$ не связаны с остальной частью. Соответствующий член в $\mathscr{L}$ имеет вид

$$\mathscr{L}^0_{\nu_0}(12;34) = -i\langle T\Psi(\nu_0, t_3)\Psi^+(\nu_0, t_4)\rangle\langle TA(1)B(2)\rangle =$$
$$= iG(\nu_0, \nu_0; t_3 - t_4)\mathscr{G}(1;2). \tag{7}$$

Здесь $G(\nu, \nu';\ t)$ — однофермионная функция Грина четного ядра, а $\mathscr{G}(1;2)$ — функция Грина, аналогичная (1), но в отличие от последней относящаяся к четному ядру. В остальных графиках, определяющих $\mathscr{L}_{\nu_0}$, удобно явно выделить свободные фермионные концы, связанные с $\Psi(\nu_0)$ и $\Psi^+(\nu_0)$, записав выражение для $\mathscr{L}_{\nu_0}$ в виде

$$\mathscr{L}_{\nu_0}(12;34) = \mathscr{L}^0_{\nu_0}(12;34) - G(33')\Lambda(12;3'4')G(4'4) \tag{8}$$

(квантовые числа в состояниях 3, 4 совпадают с ν_0).

Совершим в (8) ту же предельную операцию, что и в выражении (5). Аргументы t_3, t_4 входят в (8) только через однофермионные функции Грина. Заметим, что при нашем предельном переходе

$$G(\nu_0, \nu;\ t) = -i\sum_{\lambda}(\Phi_0,\ \Psi(\nu_0)\Phi_\lambda)\exp(-iE_\lambda t)\,(\Phi_\lambda,\ \Psi^+(\nu)\Phi_0)\to$$
$$\to -iu_{\lambda_0}(\nu_0)\,u_{\lambda_0}{}^+(\nu)\exp(-iE_{\lambda_0}t)$$

и, следовательно, согласно (7) и (8)

$$\mathscr{L}_{\nu_0\lambda_0}(12) = u_{\lambda_0}(\nu_0)\,u^+{}_{\lambda_0}(\nu_0)\ \exp\left[-iE_{\lambda_0}(t_3 - t_4)\right]\times$$
$$\times\left\{\mathscr{G}(1;2) + \exp\left[-iE_{\lambda_0}(t_3' - t_4')\right]u^+{}_{\lambda_0}(\nu_3')\Lambda(12;3'4')\,u_{\lambda_0}(\nu_4')\right\}. \tag{9}$$

Здесь подразумевается суммирование по промежуточным аргументам $3'$, $4'$. Выполняя интегрирование по t_3', t_4', мы приходим к компоненте Фурье $\Lambda(12;\ \nu_3'E_{\lambda_0}, \nu_4'E_{\lambda_0})$.

Из сравнения выражений (6) и (9) следует

$$\mathscr{G}_{\lambda_0}(1;2) = \mathscr{G}(1;2) + \sum_{\nu\nu'} u_{\lambda_0}{}^+(\nu)\Lambda(12;\ \nu E_{\lambda_0}, \nu' E_{\lambda_0})\,u_{\lambda_0}(\nu'). \tag{10}$$

Если перейти в (10) к компоненте Фурье по $t_1 - t_2$, то

$$\mathscr{G}_{\lambda_0}(12;\ \varepsilon) = \mathscr{G}(12;\ \varepsilon) + \sum_{\nu\nu'} u_{\lambda_0}{}^+(\nu)\Lambda(12,\ \varepsilon;\ \nu E_{\lambda_0},\ \nu' E_{\lambda_0})\,u_{\lambda_0}(\nu'). \tag{10'}$$

Здесь ε имеет смысл энергии, а 1,2 — остальные квантовые числа входящего и выходящего концов пропагатора $\mathscr{G}$.

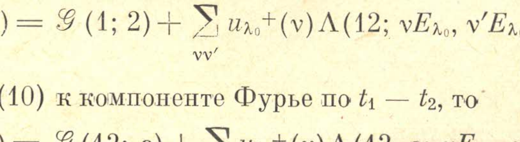
Формулы (10), (10′) выражают функцию Грина нечетного ядра через величины, вычисляемые в четном ядре, т. е. в принципе решают поставленную задачу. Ниже мы рассмотрим ряд практически важных частных случаев.

Однофермионная функция Грина

Имеем

$$\mathscr{G}_{\lambda_0} \to G_{\lambda_0}{}^{\alpha\beta}(1;2) = -i\langle T\Psi_\alpha(1)\Psi^+{}_\beta(2)\rangle_{\lambda_0}. \tag{11}$$

В этом случае величину Λ можно графически представить в виде



(12)

Здесь первый член является обменным и не зависит от взаимодействия; во втором члене свободные фермионные линии связаны эффективным взаимодействием (приводимым четырехполюсником $I(12;34)$). Двойным линиям в (12) отвечают множители u_{λ_0}, $u^+{}_{\lambda_0}$.

Выражение (10′) принимает вид

$$G_{\lambda_0}(\nu\nu';\ \varepsilon) = G(\nu\nu';\ \varepsilon) + 2\pi i\delta(\varepsilon - E_{\lambda_0})\,u_{\lambda_0}(\nu)\,u_{\lambda_0}{}^+(\nu') +$$
$$+\sum_{\nu_0\nu_0'\nu_1\nu_1'} G(\nu\nu_1;\ \varepsilon)\,u_{\lambda_0}{}^+(\nu_0)\,I(\nu_1\varepsilon,\ \nu_1'\varepsilon;\ \nu_0 E_{\lambda_0},\ \nu_0' E_{\lambda_0})\,u_{\lambda_0}(\nu')\,G(\nu_1'\nu';\ \varepsilon). \tag{13}$$

Первый член в правой части (13) — функция Грина четного ядра. Нетрудно убедиться, что ее разложение Лемана имеет вид

$$G(\nu\nu'; \varepsilon) = \sum_{\lambda}\left\{\frac{u_\lambda(\nu)\, u_\lambda^+(\nu')}{\varepsilon - E_\lambda + i\delta} + \frac{\sigma^x u_\lambda(\nu')\, u_\lambda^+(\nu')\, \sigma^x}{\varepsilon + E_{\tilde\lambda} - i\delta}\right\}. \tag{13'}$$

При получении (13′) использованы свойства временной инверсии

$$T|\nu\rangle = \langle\tilde\nu|, \qquad T|\tilde\nu\rangle = -\langle\nu|,$$

откуда следует, например, $(\Phi_\lambda a_\nu \Phi_0) = (\Phi_0, a_{\tilde\nu}^{+} \Phi_{\tilde\lambda})$.

Второй член в (13) описывает обменное воздействие нечетного нуклона. Как видно из (13′), оно сводится к изменению знака мнимой части в полюсе $\varepsilon = E_{\lambda_0}$. Этот полюс соответствует нечетной частице в состоянии $\lambda = \lambda_0$ (матричная компонента G^{11}) или нечетной дырке в состоянии $\lambda = \tilde\lambda_0$ (компонента G^{22}). Для случая, когда состояние Φ_{λ_0} является чисто одночастичным, этот результат был получен ранее [1, 2]. В случае взаимодействия нечетного нуклона с коллективными возбуждениями одонуклонное состояние «размешивается» по многим состояниям (с различным средним числом фононов). Знак мнимой части меняется лишь в одном из этих состояний.

Изменение матрицы плотности при переходе от четного ядра к нечетному определяется в основном последним членом в (13). Матрица плотности связана с интегралом от одночастичной функции Грина. Для матричной функции (11) имеем

$$\int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} G_{\lambda_0}(\nu\nu'; \varepsilon) = \begin{pmatrix} \langle a_{\nu'}^+ a_\nu\rangle_{\lambda_0} & -i\,\langle a_{\tilde\nu'} a_\nu\rangle_{\lambda_0} \\ i\,\langle a_{\nu'}^+ a_{\tilde\nu}^+\rangle_{\lambda_0} & \langle a_{\tilde\nu'} a_{\tilde\nu}^+\rangle_{\lambda_0} \end{pmatrix} \tag{14}$$

(интеграл замыкается в верхней полуплоскости).

Средние значения одночастичных операторов

Произвольный одночастичный оператор Q в принятом «спинорном» представлении (2) записывается (в зависимости от его временной четности) как

$$Q = \sum_{\nu\nu'} \langle\nu|Q|\nu'\rangle \{\Psi^+(\nu)\, \sigma^{(\pm)} \Psi(\nu') \pm \delta_{\nu\nu'}\}, \tag{15}$$

где в случае T-четной величины Q оператор $\sigma^{(+)}$ совпадает с матрицей Паули σ^z, а в случае T-нечетной $\sigma^{(-)} \to 1$ (подробнее см. в [3]).

Среднее значение оператора (15) в состоянии Φ_{λ_0} нечетного ядра выражается через соответствующую функцию Грина:

$$\langle Q\rangle_{\lambda_0} = \sum_{\nu\nu'} \langle\nu'|Q|\nu\rangle \left\{\mathrm{Sp}\left[\sigma^{(\pm)} \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} G_{\lambda_0}(\nu\nu'; \varepsilon)\right] \pm \delta_{\nu\nu'}\right\}. \tag{15'}$$

Используя для функции Грина четного ядра выражение, аналогичное (14), можно явно вычислить вклад $\langle Q\rangle^{(0)}_{\lambda_0}$ в (15′) от первых двух членов в (13), не содержащих взаимодействия:

$$\langle Q\rangle^{(0)}_{\lambda_0} = \langle Q\rangle + \sum_{\nu\nu'} \langle\nu|Q|\nu'\rangle \left(u_{\lambda_0}^+(\nu)\, \sigma^{(\pm)} u_{\lambda_0}(\nu')\right), \tag{16}$$

где среднее значение Q в четном ядре определяется из

$$\langle Q\rangle = \sum_{\nu} \langle\nu|Q|\nu\rangle\, [\langle a_\nu^+ a_\nu\rangle \pm \langle a_{\tilde\nu} a_{\tilde\nu}^+\rangle \pm 1]. \tag{17}$$

Если в четном ядре заполнение сопряженных состояний $(\nu, \tilde\nu)$ одинаково, что, во всяком случае, справедливо для основных состояний, то для

T-нечетных величин среднее значение Q равно нулю. Второй член в (16) в случае отсутствия другого взаимодействия, кроме спаривания, дает вклад в среднее значение Q нечетного нуклона в состоянии Φ_{λ_0}. В этом случае состояния нечетного ядра являются строго одночастичными, так что

$$u^+_{\lambda_0}(\nu)\,\sigma^{(\pm)}\,u_{\lambda_0}(\nu) = \delta_{\lambda_0\nu}\begin{cases} u_\nu^2 - v_\nu^2 \\ u_\nu^2 + v_\nu^2 = 1 \end{cases}.$$

В общем случае среднее значение произвольного одночастичного оператора определяется выражением

$$\langle Q\rangle_{\lambda_0} = \langle Q\rangle^{(0)}_{\lambda_0} + \sum_{\substack{1234\\ \nu_0\nu_0'}} \langle 1|Q|3\rangle\,\mathrm{Sp}\Big[\int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} G(21;\ \varepsilon)\,\sigma^{(\pm)} \times$$

$$\times\, G(34;\ \varepsilon)\, I(4\varepsilon,\ 2\varepsilon;\ \nu_0 E_{\lambda_0},\ \nu_0' E_{\lambda_0})\, u_{\lambda_0}(\nu_0')\, u_{\lambda_0}{}^{+}(\nu_0)\Big]. \qquad (18)$$

Естественно, что для сохраняющейся величины последний член в (18) должен обращаться в нуль.

Функция Грина коллективного возбуждения (фонона)

Предположим, что в четном ядре для описания коллективных возбуждений могут быть введены бозевские операторы рождения и уничтожения $\mathfrak{A}^+$, $\mathfrak{A}$.

В наиболее интересном случае сферических ядер фононы могут характеризоваться моментом k и его проекцией μ. Определяя оператор

$$\mathfrak{A}_{k\mu}{}^{(+)} = \mathfrak{A}_{k\mu} + (-1)^{k-\mu}\mathfrak{A}_{k-\mu}{}^{+},$$

введем фононный пропагатор для четного ядра:

$$D_k(t, t') = -i\langle T\mathfrak{A}_{k\mu}{}^{(+)}(t)\,\mathfrak{A}_{k\mu}{}^{(+)+}(t')\rangle. \qquad (19)$$

Величина Λ в (10), (10′) в этом случае содержит только член со взаимодействием фонона с нечетным нуклоном, так что выражение для фононной функции Грина нечетного ядра принимает вид

$$D^{\lambda_0\lambda_0'}_{k,\,\mu\mu'}(\omega) = \delta_{\lambda_0\lambda_0'}\,\delta_{\mu\mu'}\,D_k(\omega) + \sum_J (2J+1)\begin{pmatrix} J & J_{\lambda_0} & k \\ M & M_{\lambda_0} & \mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J & J_{\lambda_0} & k \\ M & M_{\lambda_0}' & \mu' \end{pmatrix} D_k(\omega)\times$$

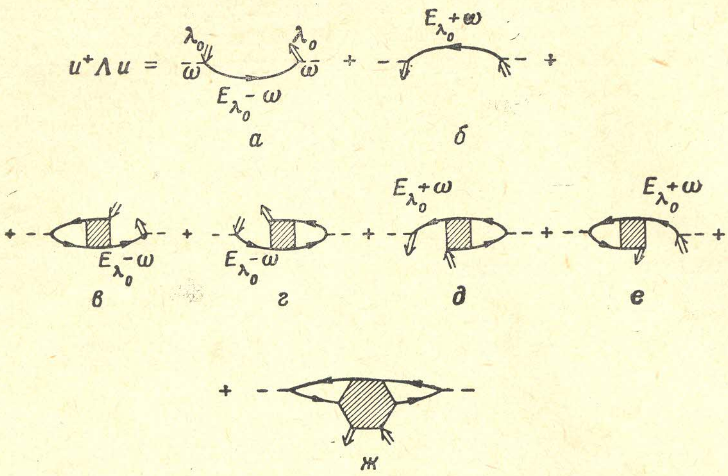
$$+ \sum_{\nu_0\nu_0'} u_{\lambda_0}{}^{+}(\nu_0)\, I_J(\omega;\ \nu_0 E_{\lambda_0};\ \nu_0' E_{\lambda_0})\, u_{\lambda_0}(\nu')\, D_k(\omega). \qquad (20)$$

Здесь для простоты предположено, что существует только один тип фононов. Четырехполюсник I_J, определяющий взаимодействие фонона и нечетного нуклона в состоянии с их полным моментом J, не зависит от проекций моментов. Зависимость от проекций всех моментов явно выделена для общего случая, когда начальное и конечное состояния нечетного ядра $\Phi_{\lambda_0'}$ и Φ_{λ_0} могут иметь различные проекции момента.

Двухчастичная функция Грина

Ограничимся рассмотрением практически интересного случая двухвременной функции, когда A и B в выражении (1) являются одночастичными операторами типа (15) (без постоянного члена), причем $B = A^+$.

Соответствующую величину Λ (10) графически можно изобразить в виде



(21)

Здесь каждой вершине с пунктирной линией соответствует матрица $\langle\nu|Q|\nu'\rangle\sigma^{(\pm)}$. Графики *а* и *б* описывают влияние нечетного нуклона вследствие принципа Паули, остальные — его динамическое воздействие. Полная передаваемая энергия обозначена через ω. Графическое представление (21) удобно при вычислении вероятностей переходов.

Вероятности переходов в нечетных ядрах

Пусть на систему наложено возмущение

$$H_I = \hat{Q} = \sum_{\nu\nu'} \langle\nu|Q|\nu'\rangle \Psi^+(\nu)\,\sigma^{(\pm)}\Psi(\nu'). \tag{22}$$

Вероятность перехода под действием возмущения (22) с частотой ω из состояния Φ_λ в состояние Φ_{λ_0} дается выражением

$$W_{\lambda\to\lambda_0} = \frac{2\pi}{2J_\lambda + 1} \sum_{M_\lambda M_{\lambda_0}} |(\Phi_{\lambda_0}, Q\Phi_\lambda)|^2\,\delta(E_\lambda - E_{\lambda_0} - \omega). \tag{23}$$

Если определить двухчастичную функцию

$$\mathcal{G}_{\lambda_0}(t_1 - t_2) = -i\langle TQ(t_1)\,Q(t_2)\rangle_{\lambda_0}, \tag{24}$$

то из разложения Лемана для ее фурье-образа

$$\mathcal{G}_{\lambda_0}(\omega) = \sum_\lambda |(\Phi_{\lambda_0}, Q\Phi_\lambda)|^2 \left\{ \frac{1}{\omega - (E_\lambda - E_{\lambda_0}) + i\delta} - \frac{1}{\omega + (E_\lambda - E_{\lambda_0}) - i\delta} \right\} \tag{25}$$

следует для мнимой части (при $\omega > 0$) равенство

$$\operatorname{Im}\mathcal{G}_{\lambda_0}(\omega) = -\pi \sum_\lambda |(\Phi_{\lambda_0}, Q\Phi_\lambda)|^2\,\delta(E_\lambda - E_{\lambda_0} - \omega). \tag{26}$$

Из (23) и (26) имеем известное соотношение

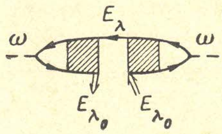
$$W_{\lambda\to\lambda_0} = -\frac{2}{2J_\lambda + 1} \sum_{M_\lambda M_{\lambda_0}} \operatorname{Im}\mathcal{G}_{\lambda_0}(\omega). \tag{27}$$

Рассмотрим теперь случай, когда начальное состояние Φ_λ определяется полюсом точной одночастичной функции Грина[1]. К состояниям этого

---

[1] Это означает, что состояние Φ_λ имеет ту же природу, что и Φ_{λ_0}, т. е. существует ν, для которого $u_\lambda^+(\nu) \neq 0$.

типа относятся практически все низколежащие возбужденные состояния нечетного ядра (ниже порога разрыва куперовской пары $2E$). Выделим явно графики в $u^+\Lambda u$, имеющие интересующие нас полюсные члены (одна нуклонная линия с энергией $\varepsilon = E_\lambda = E_{\lambda_0} + \omega$). К ним относятся графики *б*, *д*, *е* в (21). Что касается графика *ж*, то из него также можно выделить полюсной член



(21′)

Тогда все четыре графика *б*, *д*, *е*, *ж* можно записать в виде (21′), если в заштрихованный квадрат включить и член без взаимодействия.

Обозначим

$$i\langle T\Psi(1)\Psi^+(2)Q(3)\rangle = G(1;\ 1')\mathcal{T}_Q(1', 3;\ 2')G(2';\ 2) \tag{28}$$

(здесь $\mathcal{T}_Q(1';\ 3;\ 2')$ — точная вершина взаимодействия с внешним полем). Тогда совокупность указанных выше полюсных графиков в $u^+\Lambda u$ определяется выражением

$$u_{\lambda_0}{}^+(\nu_0)\mathcal{T}_Q(\nu_0 E_{\lambda_0};\ \omega;\ \nu E_{\lambda_0} + \omega)G(\nu\nu';\ E_{\lambda_0} + \omega)\times$$
$$\times\ \overline{\mathcal{T}}_Q(\nu' E_{\lambda_0} + \omega;\ \ \omega;\ \nu_0' E_{\lambda_0})u_{\lambda_0}(\nu_0'). \tag{29}$$

Мнимая часть, пропорциональная $\delta(E_\lambda - E_{\lambda_0} - \omega)$, содержится в (29) только в одночастичной функции Грина $G(\nu\nu';\ E_{\lambda_0} + w)$ и согласно (13′) равна

$$\operatorname{Im} G(\nu\nu';\ E_{\lambda_0} + \omega) = -\pi\delta(\omega + E_{\lambda_0} - E_\lambda)u_\lambda(\nu)u_\lambda{}^+(\nu'). \tag{30}$$

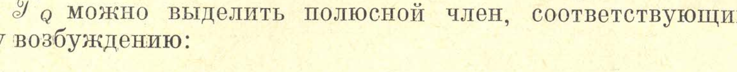
Используя (27), (29) и (30), окончательно получаем для приведенной вероятности перехода

$$W_{\lambda\to\lambda_0} = \frac{1}{2J_\lambda + 1}\sum_{M_\lambda M_{\lambda_0}}\left|\sum_{\nu_0\nu} u_{\lambda_0}{}^+(\nu_0)\mathcal{T}_Q(\nu_0 E_{\lambda_0};\ E_\lambda - E_{\lambda_0};\ \nu E_\lambda)u_\lambda(\nu)\right|^2. \tag{31}$$

Выражение (31) определяет вероятность как электромагнитных, так и β-переходов в нечетных ядрах. В последнем случае λ, λ_0 включают также изотопический индекс [2)].

Вероятность коллективного перехода

Рассмотрим важный частный случай, когда в ядре существует коллективное возбуждение с той же симметрией, что и воздействующее внешнее поле (например, $E2$-переходы при наличии квадрупольных фононов). Тогда в $\mathcal{T}_Q$ можно выделить полюсной член, соответствующий коллективному возбуждению:



(32)

Здесь волнистой линией обозначен пропагатор фонона (19), треугольником — точная вершинная часть фонон-нуклонного взаимодействия (Γ), а заштрихованным кружком $\tilde{\mathcal{T}}$ обозначены остальные части $\mathcal{T}$ (не содержащие фононного полюсного члена).

[2)] Формула (31) по виду похожа на выражение для вероятности перехода в четном ядре из основного состояния в двухквазичастичное ($\omega = E_{\lambda_0} + E_\lambda$). Заметим, однако, что в этом случае из $\mathcal{T}_Q$ выбрасывается промежуточное полюсное состояние.

Явное аналитическое выражение для коллективного члена имеет вид

$$\sum_{1234} \langle 1|Q|2\rangle \operatorname{Sp}\left[\int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} G(31;\ \varepsilon-\omega)\,\sigma^{(\pm)} G(24;\ \varepsilon)\,\Gamma(4\varepsilon,\ 3\varepsilon-\omega)\right]\times$$

$$\times D(\omega) \sum_{\nu_0\nu} u_{\lambda_0}^{+}(\nu_0)\,\Gamma(\nu_0 E_{\lambda_0},\ \nu E_\lambda)\, u_\lambda(\nu). \qquad (33)$$

Заметим, что сумма по 1234 (множитель перед $D(\omega)$) имеет смысл эффективного заряда фонона $e_Q(\omega)$. Если коллективный член дает основной вклад в вероятность, то в этом случае из (31) получаем

$$W_{\lambda\to\lambda_0} = \frac{e_Q^2}{2J_\lambda+1} \sum_{M_\lambda M_{\lambda_0}} \left| \sum_{\nu_0\nu} u_{\lambda_0}^{+}(\nu_0)\,\Gamma(\nu_0 E_{\lambda_0},\ \nu E_\lambda)\, u_\lambda(\nu)\, D(E_\lambda - E_{\lambda_0}) \right|^2. \qquad (34)$$

Таким образом, в этом случае вероятность определяется величиной пропагатора фонона и фонон-нуклонной вершинной части при физических значениях аргументов. Заметим, что, когда разность $E_\lambda - E_{\lambda_0}$ оказывается близкой к собственной частоте фонона или даже совпадает с ней, особенности в (34) все же не возникает, так как при этом вершинная часть Γ стремится к нулю. Практическое вычисление вероятностей в этом случае требует строго согласованного определения Γ, D и энергий переходов. Подобный случай более подробно рассматривается в работе авторов [5].

Литература

[1] Ю. Т. Гринь, С. И. Дроздов, Д. Ф. Зарецкий. ЖЭТФ, 38, 222, 1960.
[2] А. Б. Мигдал. ЖЭТФ, 40, 684, 1961.
[3] С. Т. Беляев. ЯФ, 1, 3, 1965.
[4] С. Т. Беляев, В. Г. Зелевинский. ЯФ, 1, 13, 1965.
[5] С. Т. Беляев, В. Г. Зелевинский. ЯФ, 2, 4, 1965.

GREEN FUNCTIONS AND TRANSITION PROBABILITIES IN ODD NUCLEI

S. T. BELYAEV, V. G. ZELEVINSKY

Expressions are obtained for various Green functions of odd nuclei, both for single-particle and collective excitations. Transition probabilities and mean values of physical quantities are derived for arbitrary low-lying states in odd nuclei.