

## ИЗЛУЧЕНИЕ ФОТОНА ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ АННИГИЛЯЦИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

В. Н. БАЙЕР, В. А. ХОЗЕ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 17 марта 1965 г.)

Показано, что в случае излучения фотона при электромагнитной аннигиляции пары частиц, в жесткой части спектра фотонов, излучаемых начальными частицами, имеется пик. Это означает, что жесткие фотоны излучаются в основном начальными частицами. Обсуждаются возможные применения этого явления.

### 1. Введение

В предыдущих работах [1, 2] авторы рассмотрели процесс излучения фотона при аннигиляции электрон-позитронной пары в пару других частиц в низшем приближении теории возмущения. В случае взаимодействия точечных частиц получены точные формулы для интегрального сечения процесса.

В данной работе рассмотрены некоторые характерные черты процесса излучения фотона при аннигиляции пары фермионов в другую пару фермионов. Показано, что этот процесс обладает весьма важной особенностью: оказывается, что жесткие фотоны излучаются в основном начальными частицами. Указанная ситуация проще всего прослеживается на примере излучения при электромагнитной аннигиляции пары в с.ц.м. Особый интерес представляет случай излучения при аннигиляции пары тяжелых частиц в электрон-позитронную пару. В самом деле, если в опытах по аннигиляции протон-антипротонной пары в пару лептонов [3], которые проводятся в настоящее время в ЦЕРНе, изучать также процессы  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$  с излучением жесткого фотона, то наряду с излучением стандартных формфакторов во времениподобной области переданного импульса можно получить также информацию о диаграммах комптоновского типа в этой же области, т. е. весьма существенные данные об электромагнитной структуре протона.

В разделе 2 процесс излучения фотона при электромагнитной аннигиляции пары фермионов исследуется в с.ц.м. Показано, что появление пика в сечении излучения начальными частицами может быть интерпретировано следующим образом: при двухквантовой аннигиляции пары начальных частиц один из фотонов конвертируется в электрон-позитронную пару. Вычислено интегральное сечение процесса. В разделе 3 то же явление рассмотрено в л.с. В разделе 4 обсуждается роль сильных взаимодействий для случая аннигиляции протон-антипротонной пары в пару электрон-позитрон.

### 2. Излучение при аннигиляции пары фермионов в с.ц.м.

Рассмотрим излучение фотона при аннигиляции пары точечных фермионов в электрон-позитронную пару. Этот процесс описывается четырьмя диаграммами (рис. 1). Для процессов аннигиляции характерно наличие

в знаменателе выражения для сечения четвертой степени переданного импульса. Для упругого процесса, а также для вклада диаграмм *в* и *г* переданный импульс  $\Delta$  постоянен и очень велик ( $\Delta^2 = 4E^2$  в с.д.м.). Однако в случае излучения фотона начальными частицами положение качественно меняется — по мере роста энергии фотона величина переданного импульса  $\Delta$  падает и в пределе излучения жестких фотонов может стать весьма малой. Так, например, в с.д.м. начальных частиц<sup>1)</sup>

$$\omega_m = (E^2 - \mu^2) / E; \quad (2.1)$$

при этом квадрат переданного импульса равен

$$\Delta^2 = \Delta_{min}^2 = 4\mu^2, \quad (2.2)$$

где  $\mu$  — масса электрона. Ясно, что по мере роста энергии фотона относительная величина вклада диаграмм *а*, *б* будет возрастать. Очевидно,

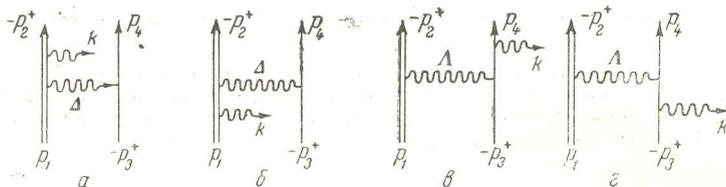


Рис. 1. Диаграммы двухчастичной аннигиляции пары, сопровождаемой излучением фотона

что эффект будет значительным, если энергия начальных частиц гораздо больше массы электрона. Особенно интересен случай, когда начальные частицы являются тяжелыми, например протонами.

Указанную ситуацию особенно удобно проследить с помощью интегральных сечений процесса, вычисленных в работе [1], так как приведенные там выражения являются точными и могут быть непосредственно использованы. Следует только учесть, что теперь  $m$  — масса начальной частицы, а  $\mu$  — масса конечного электрона.

Заметим прежде всего, что при  $\Delta^2 = 4\mu^2$  как сечение излучения начальной частицей  $d\sigma_i$ , так и сечение излучения конечной частицей  $d\sigma_f$  обращаются в нуль вследствие наличия кинематического фактора  $(\Delta^2 - 4\mu^2)^{1/2}$ . Однако вблизи точки  $\Delta^2 = 4\mu^2$  поведение этих сечений качественно различно: сечение  $d\sigma_f$  плавно падает до нуля, а сечение  $d\sigma_i$  имеет острый максимум при  $\Delta^2 = 5,6 \mu^2$  (рис. 2). Отношение сечения излучения начальной частицей к сечению излучения конечной в точке максимума равно

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f} = \frac{4}{5} \frac{E^2}{\mu^2} \left[ (L - 1) \left( 1 + \frac{m^2}{E^2} \right) - \frac{m^4}{2E^4} L \right] \left( 1 + \frac{m^2}{2E^2} \right)^{-1}. \quad (2.3)$$

Особенно простой вид это соотношение имеет в предельных случаях:

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f} (E \gg m) = \frac{8}{5} \frac{E^2}{\mu^2} \ln \frac{2E}{m}; \quad \frac{d\sigma_i}{d\sigma_f} (E \sim m) = \frac{8}{15} \frac{m^2}{\mu^2}. \quad (2.4)$$

Из этих соотношений (см. также рис. 2) видно, что самые жесткие фотоны с огромным преимуществом излучаются начальными частицами, если их энергия (или масса) гораздо больше массы электрона.

<sup>1)</sup> Здесь и ниже используются обозначения работы [1]. Повсюду в работе предполагается, что  $E \gg \mu$ .

Пик в сечении  $d\sigma_i$  является асимметричным и очень узким. С одной стороны,  $d\sigma_i$  падает до нуля, когда  $\Delta^2$  изменяется в интервале  $1,6 \mu^2$ , с другой стороны, полуширина пика равна  $9,5 \mu^2$ . Этот пик имеется, естественно, и в дифференциальном сечении излучения фотона начальными частицами, причем в случае, когда начальные частицы являются ультрарелятивистскими ( $E \gg m$ ), в сечении имеется еще дополнительный пик по направлению движения начальных частиц. Высота его в максимуме содержит дополнительный множитель  $(E/m)^2$ . Если начальные частицы нерелятивистские ( $E \sim m$ ), то этого дополнительного пика нет. Отметим также, что сечение  $d\sigma_i$  имеет минимум при  $\Delta^2 \sim E^2$  ( $\omega_0 = 0,6E$  при  $E \gg m$ ;  $\omega_0 = 0,8E$  при  $E \sim m$ ); вблизи этой области сечения  $d\sigma_i$  и  $d\sigma_f$  становятся одинаковыми.

В дальнейшем для определенности будем считать начальные частицы протонами.

Что же касается мягких фотонов, то они излучаются в основном легкими частицами, причем отношение сечений при  $\omega \ll E$  равно

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \gg m) = \frac{\ln(2E/m)}{\ln(2E/\mu)},$$

$$\frac{d\sigma_i}{d\sigma_f}(E \sim m) = \frac{2}{3} \frac{\beta^2}{\ln(2E/\mu)} \quad (2.5)$$

( $\beta = \sqrt{E^2 - m^2}/E$  — скорость начальных частиц, см. [1]).

Интересно отметить, что в случае, когда начальные частицы являются нерелятивистскими, они излучают мягкие фотоны дипольным образом (сечение пропорционально квадрату скорости) и в то же время с большой вероятностью (см. (2.4)) излучают жесткие фотоны.

Проведенный анализ показывает, что пик в сечении излучения начальными частицами является весьма высоким и узким. Поэтому интересно вычислить интегральный вклад пика. Представим сечение в виде

$$d\sigma_i = (2\alpha^3 / 3E^2\beta) (d\omega / \omega) f(\Delta^2) Y, \quad (2.6)$$

где функция  $f(\Delta^2)$ , равная

$$f(\Delta^2) = [(\Delta^2 + 2\mu^2) / \Delta^4] \sqrt{(\Delta^2 - 4\mu^2) / \Delta^2}, \quad (2.7)$$

быстро изменяется в районе пика, а функция  $Y$

$$Y = (L - 1) (\Delta^2 + 2\omega^2) + m^2 \{L[(2\omega/E) - (m^2/E^2)] - 2\} \quad (2.8)$$

в районе пика практически не меняется. Вычисляя с учетом этого интеграл по пику, получаем

$$\int_{\text{по пику}} d\sigma_i = \frac{2\alpha^3}{3E^2} (L - 1) \quad (E \gg m). \quad (2.9)$$

Появление пика при малых значениях  $\Delta^2$  имеет простой физический смысл. В этом случае фотон и электрон-позитронная пара разлетаются в противоположные стороны, так что данный процесс близок к двухквантовой аннигиляции протон-антипротонной пары в том случае, когда один из фотонов конвертируется в электрон-позитронную пару. В районе пика угол между импульсами электрона и позитрона приблизительно равен  $\mu/E$ , а  $E_3 \sim E_4$ . Отметим, что прямо из вывода формулы (2.21) работы [1] видно, что процесс конверсии излученного фотона в электрон-позитронную пару, по конечным состояниям которой проведено

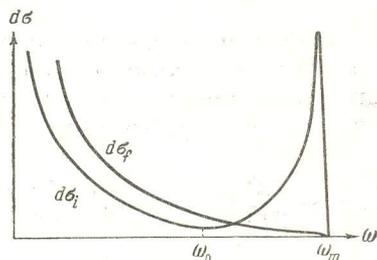


Рис. 2. Зависимость сечений излучения начальной и конечной частицами от частоты фотона (в произвольных единицах)

интегрирование при данной передаче импульса паре  $\Delta$ , описывается функцией (2.7). Это утверждение не зависит от процесса, в котором излучается фотон.

Сравнение сечения (2.9) с сечением двухквантовой аннигиляции дает

$$\int_{\text{по пику}} d\sigma_i / \sigma_{2\gamma} = \frac{4\alpha}{3\pi}. \quad (2.10)$$

Этот результат по своей природе подобен полученному Далитцем [4] соотношению между вероятностями распада  $\pi^0$ -мезона на два фотона и на фотон и электрон-позитронную пару. Сечение излучения легкими частицами в конце спектра, как это следует из формулы (2.4), пренебрежимо мало.

Вычислим теперь интегралы по жесткой части спектра для излучения тяжелыми и легкими частицами. В качестве нижнего предела интегрирования естественно взять частоту, при которой сечение  $d\sigma_i$  имеет минимум (см. рис. 2). Тогда при  $E \gg m$

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_i = \frac{2\alpha^3}{3E^2} (L-1) \left\{ \ln \left[ 4 \frac{E^2}{\mu^2} \left( \frac{E}{\omega_0} - 1 \right) \right] - \frac{1}{2} \ln \left[ 4 \frac{E^2}{\mu^2} \left( 1 - \frac{\omega_0}{E} \right) \right] - \frac{4}{3} + \frac{\omega_0}{2E} \right\}. \quad (2.11)$$

Сравнивая формулы (2.11) и (2.10), легко видеть, что интегральное сечение по широкой области (область интегрирования  $\omega_m - \omega_0 \sim E$ ) превосходит интеграл по пику (область интегрирования  $\omega_m - \omega_H \sim \mu (\mu/E)$ ) только на логарифмический фактор.

Интересно сравнить интегральные сечения излучения тяжелыми и легкими частицами по жесткой части спектра (например, от  $\omega_0$  до  $\omega_m$ ). Для этого проведем вычисление интегрального вклада излучения легкими частицами:

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_f = \frac{\alpha^3}{6E^2} \left\{ 4 \ln \left( \frac{E}{\omega_0} \right) \left[ \ln \frac{4E^2}{\mu^2} - 1 \right] - \left( 3 - 4 \frac{\omega_0}{E} + \frac{\omega_0^2}{E^2} \right) \ln \left[ \frac{4E^2}{\mu^2} \left( 1 - \frac{\omega_0}{E} \right) \right] + 4F \left( \frac{\omega_0}{E - \omega_0} \right) - 2 \ln^2 \left( 1 - \frac{\omega_0}{E} \right) - \frac{2}{3} \pi^2 + \frac{11}{2} - \frac{7\omega_0}{E} + \frac{3\omega_0^2}{2E^2} \right\} \quad (E \gg m); \quad (2.12)$$

здесь

$$F(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+x)}{x} dx. \quad (2.13)$$

Можно показать, что при вычислении этого интеграла по широкой части спектра можно в подынтегральном выражении всюду разлагать  $[(\Delta^2 - 4\mu^2) / \Delta^2]^{1/2}$  по степеням  $\mu^2 / \Delta^2$ , при этом отброшенные члены имеют порядок  $\mu^2 / E^2$ . Такое положение связано с тем, что вклад области  $\Delta^2 \sim 4\mu^2$  (область пика при излучении тяжелыми частицами) в сечение излучения легкими частицами ничтожно мал (см. рис. 2).

Сравнивая формулы (2.12) и (2.11) в предположении  $E \gg m$ , легко находим

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_i \int_{\omega_0}^{\omega_m} d\sigma_f \approx 2L, \quad (2.14)$$

откуда следует, что вклад излучения начальными частицами превосходит вклад излучения конечными частицами во всей жесткой части спектра.

Проведенный анализ показывает, что жесткие фотоны излучаются в основном протонами, и, следовательно, этот процесс может быть использован для получения информации об электромагнитной структуре протона.

Это особенно четко видно в области пика, где фотоны с огромным преимуществом излучаются протонами, тем более что интегральный вклад области пика достаточно велик. В связи с этим интересно рассмотреть изучаемый процесс в л.с.

### 3. Сечение излучения при аннигиляции в л.с.

Так же как в работе [1], представим полное сечение процесса в виде

$$d\sigma = d\sigma_i + d\sigma_f. \quad (3.1)$$

Сечения излучения протонами и электронами соответственно равны

$$\frac{\partial^2 \sigma_i}{\partial (\cos \vartheta) d\omega} = \frac{\alpha^3 \omega}{3|F|} f(\Delta^2) Z, \quad (3.2)$$

где

$$Z = (2m^2 + \Delta^2) \left[ \frac{m^2}{\kappa^2} + \frac{m^2}{\kappa'^2} + \frac{\Delta^2 - 2m^2}{\kappa\kappa'} + 2 \left( \frac{1}{\kappa'} - \frac{1}{\kappa} \right) \right] + 2 \left( \frac{\kappa}{\kappa'} + \frac{\kappa'}{\kappa} \right) \quad (3.3)$$

и

$$\frac{\partial^2 \sigma_f}{\partial (\cos \vartheta) d\omega} = \frac{\alpha^3}{2\pi} \frac{1}{|F|} \frac{\omega}{\Lambda^4} \left[ (2m^2 + \Delta^2) a_1 + 2\kappa\kappa' \frac{\Lambda^2}{(k\Lambda)^2} (a_1 + a_2 \Lambda^2) \right]; \quad (3.4)$$

здесь

$$a_1 = \frac{4\pi}{(k\Lambda)^2} \sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}} \left\{ \Delta^2 (\Lambda^2 + \mu^2) + (k\Lambda)^2 - \left[ \frac{\Lambda^4}{2} + \mu^2 \Lambda^2 - 2\mu^4 - (k\Lambda) (\Lambda^2 + 2\mu^2) + (k\Lambda)^2 \right] L_1 \right\}, \quad (3.5)$$

$$a_2 = [4\pi / (k\Lambda)^2] \sqrt{(\Delta^2 - 4\mu^2) / \Delta^2} [\Delta^2 - 2\mu^2 L_1], \quad (3.6)$$

$$\kappa = m\omega, \quad \kappa' = -\omega(E - p \cos \vartheta), \quad \Lambda^2 = 2m(E + m),$$

$$\Delta^2 = 2[(E + m)(m - \omega) + \omega p \cos \vartheta], \quad (3.7)$$

$\vartheta$  — угол между импульсами фотона и падающей частицы.

Область изменения переменных приведена на рис. 3. Она ограничена прямыми  $\cos \vartheta = \pm 1$  и кривой

$$\omega(\cos \vartheta) = \frac{(E + m)m - 2\mu^2}{E + m - p \cos \vartheta}, \quad (3.8)$$

причем на кривой  $\Delta^2 = 4\mu^2$ . Величина  $\omega(\cos \vartheta)$  определяет максимальную энергию фотона, который может быть излучен под углом  $\vartheta$  к направлению импульса падающей частицы. Фотоны с максимальной энергией излучаются при  $\cos \vartheta = 1$ , так что

$$\omega_{max} = \frac{(E + m)m - 2\mu^2}{E + m - p}. \quad (3.9)$$

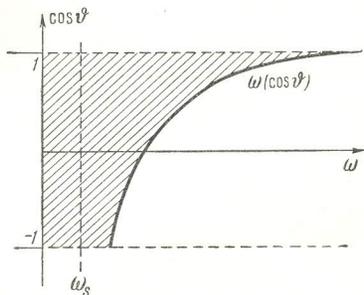


Рис. 3. Область интегрирования по переменным  $\omega$ ,  $\cos \vartheta$  в л.с.

Фотоны с максимальной энергией летят в направлении движения падающей частицы, а электрон и позитрон пары движутся в противоположном направлении с равными импульсами.

Приведенные сечения (3.2), (3.4) обладают теми же качественными особенностями, что и сечения в с.д.м., с тем, однако, отличием, что максимальная частота фотона  $\omega(\cos \vartheta)$  зависит от угла. Поэтому следует вести рассмотрение для излучения под данным углом. Как и прежде, сечение

Излучения начальными частицами имеет пик вблизи  $\omega(\cos \vartheta)$  ( $\Lambda^2 \sim 4\mu^2$ ), а сечение излучения конечными частицами вблизи  $\omega = \omega(\cos \vartheta)$  пренебрежимо мало. Легко видеть, что при  $E \gg m$  величина  $Z$  в формуле (3.2) вблизи  $\omega = \omega(\cos \vartheta)$  слабо зависит от  $\cos \vartheta$ , поэтому пик, как и прежде, описывается формулой (2.7). Таким образом, интерес представляет сечение излучения начальными частицами под данным углом. Мы вычислим это сечение для интервала частот  $\omega_s < \omega < \omega(\cos \vartheta)$ :

$$\frac{d\sigma_i}{d(\cos \vartheta)} = \frac{\alpha^3}{3mp} \left\{ \left[ \frac{2m^2}{a(a+2m^2)} A + \frac{a}{b^2} C \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ \ln \left( \frac{a-b\omega_s}{\mu^2} \right) - \frac{5}{3} \right] + \frac{A}{a} \ln \left( \frac{a}{b\omega_s} \right) - \frac{C}{b^2} (a-b\omega_s) \right\}, \quad (3.10)$$

где

$$a = 2(E+m)m, \quad b = 2[E+m-p\cos\vartheta], \quad (3.11)$$

$$A = -\frac{2m(E+2m)p^2\sin^2\vartheta}{(E-p\cos\vartheta)^2}, \quad C = 4 - \frac{b^2}{2m(E-p\cos\vartheta)}. \quad (3.12)$$

В силу указанных выше особенностей, наиболее жесткие (под данным углом) фотоны излучаются в основном начальными частицами; также сохраняется установленное в с.п.м. соотношение между величиной интеграла по пику и интегралом по широкой области спектра и соотношение между интегралами по частотам от сечений излучения начальными и конечными частицами под данным углом.

Непосредственно из рис. 3 видно, что самые жесткие фотоны излучаются вперед (см. также формулы (3.8), (3.9)) и в случае  $E \gg m$  имеем  $\omega \sim E$ . Заметим, что эти фотоны обладают большей энергией, чем фотоны, на которые распадаются  $\pi^0$ -мезоны, возникающие при пионных аннигиляциях пары.

#### 4. Сечение излучения с учетом структуры протона

Как уже отмечалось, рассматриваемый процесс может быть использован для исследования электромагнитной структуры протона. Поэтому желательнее получить формулы для сечения процесса с учетом сильных взаимодействий. Сечение излучения конечными частицами  $d\sigma_f$  может быть вычислено в общем виде и выражено через электромагнитные формфакторы протона:

$$\frac{\partial^2 \sigma_f}{\partial(\cos \vartheta) \partial \omega} = \frac{\alpha^3}{2\pi} \frac{\omega}{|F|} \frac{1}{\Lambda^4} \left\{ D_1 (2a_1 - \Lambda^2 a_2) + \right. \\ \left. + D_2 \left[ a_1 \left( 2m^2 - \frac{\Lambda^2}{2} \right) + \frac{\Lambda^2}{2} (a_1 + \Lambda^2 a_2) \left( \frac{\kappa + \kappa'}{\kappa - \kappa'} \right)^2 \right] \right\}, \quad (4.1)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  даются формулами (3.5), (3.6) и

$$D_1 = \frac{\Lambda^2}{2} |F_1 + gF_2|^2, \quad D_2 = |F_1|^2 - \frac{\Lambda^2 g^2}{4m^2} |F_2|^2; \quad (4.2)$$

здесь  $F_1$  и  $F_2$  — электромагнитные формфакторы протона во времениподобной области переданных импульсов. Формула (4.1) применима для любых начальных частиц, независимо от их спина, причем  $D_1$  и  $D_2$  являются функциями соответствующих формфакторов, как это показано в работе [2].

Перейдем к сечению излучения фотона начальными частицами. В случае излучения мягких фотонов начальными частицами можно, как и в [2], воспользоваться разложением сечения по степеням  $\omega/E$  и вычислить пер-

вые два члена разложения сечения с помощью метода Лоу, так что полное сечение излучения мягких фотонов может быть выражено через электромагнитные формфакторы протона и их производные по переданному импульсу.

Существенно сложнее дело обстоит с учетом сильных взаимодействий в случае излучения протонами жестких фотонов, в частности, в области пика. Действительно, в этой области процесс близок к двухквантовой аннигиляции протон-антипротонной пары, сечение которой, как известно, определяется шестью комплексными инвариантными функциями. Исследование сечения образования фотона и пары в районе пика позволяет изучить поведение этих инвариантных функций вблизи массовой поверхности. Эта информация представляется весьма важной. Более подробно данный вопрос предполагается исследовать в дальнейшем.

Авторы весьма благодарны В. М. Галицкому за дискуссии.

#### Литература

- [1] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 946, 1965.
- [2] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.
- [3] A. Zichichi. Proc. XII Intern. Conf. on High. Energy Physics, Dubna, 1964.
- [4] R. H. Dalitz. Proc. Phys. Soc., A64, 667, 1951.

---

### PHOTON EMISSION IN THE ELECTROMAGNETIC ANNIHILATION OF HEAVY PARTICLES

V. N. BAYER, V. A. HOSE

It is shown that a peak exists in the hard part of the photon spectrum, emitted by the initial particles if a photon is created in the electromagnetic annihilation of a pair of particles. This means that hard photons are mostly emitted by the initial particles. Possible applications of this effect are discussed.

---