

**БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ
В РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЕ**

Ю. А. Березин, Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин
(Новосибирск)

ТЕОРИЯ ЯВЛЕНИЯ

В последнее время интенсивно изучаются волны конечной амплитуды и ударные волны в сильно разреженной плазме, где парные соударения между частицами не играют определяющей роли (свободный пробег частиц велик по сравнению с характерными размерами задачи) [1—12].

Профиль волн конечной амплитуды в газодинамике формируется, как известно, под влиянием двух конкурирующих процессов — укрупнения профиля вследствие нелинейных эффектов и его «размытия» вследствие диссипативных процессов.

Теория структуры ударной волны в плотной плазме (когда длина свободного пробега частиц мала и является характерным пространственным масштабом) строится по аналогии с соответствующей теорией в динамике обычного газа [13—15].

В разреженной плазме имеет место качественно иная ситуация, обусловленная тем, что парные взаимодействия перестают играть существенную роль, и определяющими являются эффекты, связанные с коллективным взаимодействием частиц плазмы и электромагнитного поля. Благодаря этому возможно формирование гидромагнитных возмущений с пространственными масштабами, существенно меньшими длины свободного пробега частиц (относительно парных взаимодействий).

Стационарные ударные волны с шириной фронта, значительно меньшей длины свободного пробега частиц, могут формироваться в плазме, благодаря конкурирующему воздействию нелинейности, приводящей к укрупнению фронта волны, и факторов, останавливающих укрупнение. Это, во-первых, дисперсия фазовой скорости волн малой амплитуды и, во-вторых, бесстолкновительная диссипация энергии во фронте волны из-за развития в нем мелкомасштабных неустойчивостей.

Дисперсионные эффекты

В настоящее время нет единой теории, охватывающей все явления во фронте плазменной ударной волны. Эта проблема была поставлена и получила наиболее последовательное развитие в исследованиях Р. З. Сагдеева [1, 16, 17].

Дисперсионные эффекты связаны с отклонением закона дисперсии малых колебаний $\omega = \omega(k)$ от линейного, имеющего место в газодинамике, где связь между частотой волны и волновым вектором дается линейным соотношением $\omega = c_s k$ (c_s — скорость звука). Распространение волн конечной амплитуды в плазме при учете дисперсионных эффектов можно представить следующим образом. Когда по мере укрупнения профиля волны размер области, в которой происходит заметное изменение параметров течения становится по порядку величины равным длине дисперсии (т. е. длине, на которой существенно проявляется отклонение закона дисперсии от линейного), появляются дисперсионные эффекты, приводящие к некоторому размазыванию профиля, а при определенных условиях — к компенсации нелинейного укрупнения, т. е. становится возможным распространение волн конечной амплитуды, не изменяющих своей формы. В качестве примера рассмотрим волны, распространяющиеся «поперек» сильного магнитного поля в холодной плазме (под «поперечностью» понимается распространение волны под углом $\theta \ll \theta_{кр} = \sqrt{m_e/m_i}$ между плоскостью фронта и невозмущенным магнитным полем H_0). Закон дисперсии для малых колебаний такого типа имеет вид

$$\frac{\omega}{k} = V_A \frac{\omega_{0e}}{\sqrt{k^2 c^2 + \omega_{0e}^2}}, \quad (1)$$

где $V_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi n_0 m_i}}$ — альфвеновская скорость;

$\omega_{0e} = \sqrt{4\pi n_0 e^2 m_e}$ — электронная плазменная частота.

При достаточно малых k и ω ($\omega \ll \omega_r = \frac{eH_0}{\sqrt{m_i m_e c}}$) закон дисперсии можно считать линейным. С увеличением частоты фазовая скорость $\frac{\omega}{k}$ начинает убывать и обращается в нуль при $\omega = \omega_r$. Из формулы (1) следует, что дисперсионные эффекты существенны при $k \sim \omega_{0e}/c$, т. е. величину c/ω_{0e} можно назвать длиной дисперсии. При таком законе дисперсии могут существовать стационарные уединенные и периодические волны «сжатия», в которых магнитное поле и плотность больше невозмущенных значений [1, 18–21]. Характерный пространственный масштаб таких волн сжатия определяется длиной дисперсии и по порядку величины равен c/ω_{0e} . Скорость уединенных волн рассматриваемого типа зависит от амплитуды магнитного поля в волне и равна:

$$U = \frac{H_0 + H_{\max}}{\sqrt{16\pi n_0 m_i}}. \quad (2)$$

Как отмечено, например, в [18], для уединенных волн решения существуют только при $H_{\max} \lesssim 3H_0 \left(U \lesssim 2 \frac{H_0}{\sqrt{4\pi n_0 m_i}} \right)$. При больших амплитудах магнитного поля (и скоростях) течение становится многопоточным, которое не описывается использованной для получения уединенных волн гидродинамической системой уравнений, и происходит «прорывание» волны. Это обстоятельство свидетельствует о том, что в случае волн достаточно большой амплитуды дисперсионные эффекты не могут компенсировать увеличение крутизны переднего фронта, возникающего под действием нелинейных эффектов.

При распространении в холодной разреженной плазме волн под углом к магнитному полю ($\theta_{кр} \ll \theta \ll 1$) закон дисперсии имеет другой вид

$$\frac{\omega}{k} = V_A \left(1 + \frac{V_A^2}{2\Omega_H^2} k^2 \theta^2 \right), \quad (3)$$

где $\Omega_H = \frac{eH_0}{m_i c}$ — ионная циклотронная частота.

Из формулы (3) следует, что фазовая скорость малых колебаний возрастает с уменьшением длины волны. В этом случае могут существовать волны разрежения, в которых магнитное поле принимает меньшее значение, чем невозмущенное, а линейный масштаб определяется длиной дисперсии, по порядку величины, равной $\frac{c}{\omega_0 i} \theta \gg \frac{c}{\omega_0 e}$ [22, 23].

Ударные волны с осцилляторной структурой

Уединенные и периодические волны описывают обратимые движения, поскольку в уравнения не вводится механизм затухания колебаний, поэтому уединенные и периодические волны связывают два одинаковых состояния плазмы (до волны и после волны). При наличии малой диссипации возможно формирование ударных волн с осцилляторной структурой [17], соединяющих два различных состояния плазмы (вследствие диссипации процесс необратим). Если фазовая скорость малых колебаний убывает с уменьшением длины волны (распространение поперек поля), то ударная волна имеет резкий передний фронт с выброшенным назад осцилляторным «шлейфом». Если же фазовая скорость малых колебаний растет с уменьшением длины волны (распространение под углом к полю), то ударная волна имеет осцилляторный передний фронт («шлейф» убегает вперед). Полная длина затухания осцилляций Δ , которую можно считать шириной фронта ударной волны, определяется преобладающим механизмом диссипации и по порядку величины равна

$$\Delta = \frac{U}{\nu_{эфф}} \cdot \frac{m_i}{m_e} \left(\theta^2 + \frac{m_e}{m_i} \right), \quad (4)$$

где U — скорость ударной волны, $\nu_{эфф}$ — эффективная частота соударений электронов с ионами, причем даже столкновительная диссипация может обеспечить длину затухания, меньшую длины свободного пробега λ . Например, при распространении волны поперек магнитного поля

$$\Delta \sim \frac{U}{\nu_{эфф}} \sim \sqrt{\frac{H^2}{8\pi nT} \cdot \frac{m_e}{m_i}} \lambda < \lambda, \quad \left(\lambda \sim \frac{\bar{v}_e}{\nu_{эфф}} \right),$$

если

$$\frac{m_e}{m_i} \frac{H^2}{8\pi nT} \ll 1.$$

«Бесстолкновительная» диссипация.

Ударная волна с аperiodическим профилем

Рассмотренный выше осцилляторный профиль ударной волны возможен при условии, если эффективная частота столкновений не слишком велика ($\nu_{эфф}/\omega_r \leq 1$). Возрастание диссипации ($\frac{\nu_{эфф}}{\omega_r} \gg 1$) приво-

дит к исчезновению осцилляций и установлению аperiodического профиля ударной волны.

В типичных условиях замагниченной разреженной плазмы ($n_0 \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_0 \sim 1 \text{ эВ}$, $H_0 \sim 1 \text{ кэ}$) для парных столкновений $v_{\text{эфф}} < \omega_i$.

Большая диссипация в этих условиях может быть обусловлена «турбулизацией» плазмы во фронте волны вследствие развития в плазме мелкомасштабных колебаний [18, 21] с длиной волны, меньшей дисперсионной длины c/ω_{0e} (либо $\frac{c}{\omega_{0i}} \theta$). Рассеяние электронов на флуктуациях электромагнитных полей, связанных с этими колебаниями, эквивалентно возрастанию сопротивления плазмы, т. е. увеличению эффективной частоты столкновений заряженных частиц $v_{\text{эфф}}$. Развитие мелкомасштабных колебаний в плазме связано с неустойчивостью электронного тока во фронте волны, текущего поперек направления распространения.

В работах [5, 18, 25] рассмотрены возможные типы таких неустойчивостей. Если направленная скорость v электронов относительно ионов превышает их тепловую скорость $v_T = \sqrt{T_e/m_e}$, то развивается пучковая неустойчивость. Такие скорости, как следует из [17], достигаются во фронте при числах Маха

$$M = \frac{v}{V_A} > M^* \approx 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{8\pi nT}{H^2} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Джоулево тепло, выделяющееся при протекании тока, по-видимому, будет идти на нагревание электронов. Поэтому через некоторое время после начала неустойчивости эффективная температура электронов превысит эффективную температуру ионов. В неизотермической плазме [24] при $T_e \gg T_i$ и $v > \sqrt{T_e/m_i}$ возможно возбуждение ионно-звуковых колебаний, приводящее к эффективной «бесстолкновительной» диссипации энергии волны [25]. Сильное «трение» электронов о ионы способствует установлению стационарного аperiodического профиля ударной волны с шириной фронта, примерно на порядок превышающей дисперсионную длину c/ω_{0e} . Поскольку повышенное «турбулентное» сопротивление плазмы препятствует сильному укрупнению профиля магнитного поля, то при больших скоростях волны возможно «опрокидывание» лишь профиля скоростей в ударной волне. Это явление, аналогичное изомагнитному скачку в обычной магнитной гидродинамике, проявляется при $M > M_{\text{кр}} \sim 3$. Стационарная ширина фронта в этом случае определяется величиной радиуса кривизны траектории ионов в «опрокинувшейся» волне:

$$\Delta \sim \frac{M V_A}{\Omega_H} = \frac{M c}{\omega_{0i}}, \quad (6)$$

где $\omega_{0i} = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m_i}$ — ионная плазменная частота.

Таким образом, из теории [5, 17, 25] следует, что в разреженной плазме возможно существование плоских стационарных ударных волн, профиль которых существенно связан с величиной эффективной диссипации и амплитудой волны, а именно:

- 1) осцилляторный профиль — с характерным масштабом осцилляций c/ω_{0e} ;
- 2) аperiodический профиль — с шириной фронта $\sim 10 c/\omega_{0e}$;
- 3) профиль «опрокинувшейся» волны — с шириной $M c/\omega_{0i}$.

Необходимо подчеркнуть, что указанные пространственные масштабы волны существенно меньше длины свободного пробега частиц относительно парных взаимодействий.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН

Условия возбуждения волн

Первые эксперименты в лабораторных условиях и межпланетной плазме [2—4] подтвердили предсказания теории [1, 4, 17] относительно возможности существования ударных волн с шириной фронта, значительно меньшей длин свободных пробегов.

Постановка лабораторных экспериментов сопряжена с большими трудностями, связанными с необходимостью создания достаточно «чистых» начальных условий, исключающих влияние парных взаимодействий. Ранние работы [36, 37], в которых была предпринята попытка непосредственного измерения ширины фронта, не дали возможности связать результаты наблюдений с бесстолкновительной динамикой, так как они проводились без предварительной ионизации плазмы или в условиях, когда длина свободного пробега по отношению к перезарядке была меньше или равна толщине наблюдаемых волн.

В реальных условиях трудно создать стационарную волну, рассматриваемую в теории, поэтому при постановке эксперимента и интерпретации результатов необходимо принимать во внимание процессы установления волны, а также влияние геометрии разряда, краевых и начальных условий. Наиболее естественным способом возбуждения волн является быстрое сжатие плазмы при движении ее границы под действием внешнего импульсного магнитного поля («магнитного поршня»).

Задача нахождения условий, необходимых для возбуждения установившихся ударных волн, и построения экспериментальной схемы сводится, главным образом:

1) к выбору параметров невозмущенного состояния плазмы (плотность n_0 , температура T_0 , квазистационарное поле H_0), соответствующих области существования бесстолкновительных волн;

2) к определению требований к «поршню», создающему начальное возмущение в плазме (амплитуда, скорость нарастания), с учетом ограниченности плазменного объема и нестационарности процесса;

3) к определению необходимых граничных условий в соответствии с влиянием геометрии и угла перекоса фронта возмущения на характер процесса.

При параметрах невозмущенной плазмы $T_0 \sim 1 \div 10$ эв, $n_0 \sim 10^{12} \div 10^{13}$ см⁻³ длины кулоновских пробегов ($\lambda \sim 5 \div 200$ см) на полтора-два порядка превышают характерный размер ударной волны $c/\omega_{0e} \sim 0,15 \div 0,5$ см. Столкновения, приводящие к ионизации и перезарядке, могут проявиться при концентрации нейтральных атомов $10^{14} \div 10^{15}$ см⁻³ и слабой ионизации (соответствующие длины пробегов могут достигать значения ~ 1 см).

Следовательно, предварительно ионизованная плазма должна иметь температуру не меньше нескольких электрон-вольт, а при концентрациях $\geq 10^{14}$ см⁻³ — быть достаточно высокоионизованной.

Условие замагничности электронов $\rho_e/\lambda \ll 1$ выполняется во всем диапазоне указанных параметров (ρ_e — ларморовский радиус электрона).

Выбранная предварительная плазма является «холодной» ($n_0 T_0 \ll H_0^2 / 8\pi$) при $n_0 \lesssim 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_0 \lesssim 10 \text{ эв}$, $H_0 \gtrsim 0,5 \text{ кэ}$ и остается квазинейтральной в магнитозвуковой волне ($n_0 m_e c^2 \gg H_0^2 / 8\pi$) при $n_0 \gtrsim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $H_0 \lesssim 2 \text{ кэ}$.

Если оценивать длину свободного пробега частиц по состоянию за фронтом ударной волны, то, как следует из [6], условия бесстолкновительности для сильных ударных волн сохраняются при начальных условиях: $n_0 \sim 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_0 \sim 1 \text{ эв}$.

Требования к «магнитному поршню» вытекают из необходимости обеспечить достаточно малую длительность процессов установления по сравнению со временем распространения волны в системе. В работах [4, 5, 26, 27] диапазон параметров, при котором можно ожидать достаточно эффективный нагрев ионов ($T_i \sim 10 \text{ кэв}$):

$$U \sim v_{Ti} \sim \sqrt{T_i/m_i} \sim 10^8 \text{ см/сек}, \quad M > 2 \div 3.$$

При размерах установки (R) порядка десятка сантиметров время распространения такой волны $\sim \frac{R}{U}$ составит около 10^{-7} сек . Отсюда очевидно, что длительность процессов установления Δt должна быть меньше 10^{-7} сек .

Начальные возмущения создаются с помощью быстро нарастающего магнитного поля $H_{\sim}(t)$. В этом случае должно выполняться условие

$$\Delta t \sim \frac{H_1}{dH_{\sim}/dt} < \frac{R}{U} = \frac{R}{M V_A}, \quad (7)$$

где H_1 — характерное значение поля H_{\sim} , при котором устанавливаются основные процессы в волне.

Как подтвердили эксперименты, значение H_1 можно считать одного порядка с невозмущенным полем H_0 . Тогда при синусоидальном законе изменения возмущающего поля ($H_{\sim} = H_0^0 \sin \omega t$) связь между параметрами волны (M), невозмущенной плазмы (n_0 , H_0) и «магнитного поршня» (ω , H_0^0) приводится к виду

$$\omega \frac{H_0^0}{H_0} > \frac{M H_0}{R \sqrt{4\pi n_0 m_i}}. \quad (8)$$

В работах [4, 5, 26, 27] использовались емкостные накопители, с помощью которых можно было создавать в объеме указанных выше размеров магнитные поля амплитудой $\sim 5 \text{ кэ}$ с частотой $\sim 1 \text{ мгц}$. В этом случае соотношение (8) при возбуждении сильной волны ($M \sim 2 \div 3$, $u \sim 10^8 \text{ см/сек}$) выполняется для начальных параметров $H_0 \sim 0,5 \div 1 \text{ кэ}$, $n_0 \sim (1 \div 5) \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. При возбуждении волн меньшей скорости (для $n_0 \sim 10^{13} \div 10^{14}$) выполнение условия (8) облегчается.

Для указанного диапазона параметров время нарастания поля до характерного значения H_1 составляло $2 \cdot 10^{-8} \div 10^{-7} \text{ сек}$. В работе [8] в качестве «магнитного поршня» использовался трапециевидальный импульс магнитного поля со временем нарастания $5,5 \cdot 10^{-8} \text{ сек}$.

Как было отмечено выше, характер возбуждаемых волн существенно зависит от угла перекоса θ плоскости фронта волны по отношению к направлению невозмущенного (квазистационарного) поля H_0 .

Значения критического угла перекоса $\theta_{кр} = \sqrt{m_e/m_i}$ для газов, использовавшихся в экспериментах [4, 5, 26, 27], приведены в таблице. Поддержание и контроль условия $\theta \ll \theta_{кр}$ во всем плазменном объеме весьма затруднены. Это обстоятельство требует, чтобы при постановке эксперимента были оценены основные факторы, задающие начальный характер возмущения (влияющие на перекося фронта θ), и чувствительность распространяющихся волн к локальным искажениям поля H_0 и параметров плазмы.

Газ	$\sqrt{m_e/m_i}$	$\theta_{кр}^{\circ}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-2}$	1,3
Гелий	$1,2 \cdot 10^{-2}$	0,66
Аргон	$3,7 \cdot 10^{-3}$	0,21

Решающее влияние на начальную стадию установления волн (профиль и перекося) должен оказывать пограничный слой плазмы, поскольку характер возмущения задается распределением параметров плазмы в этом слое и его динамикой.

Сжатие периферийной области плазмы производится созданным переменным полем H_{\sim} импульсом давления, который передается на плазму через поверхностный токовый слой. Поэтому эффективный «поршень», возникающий с включением поля H_{\sim} , принимает форму токового слоя. В дальнейшем, по мере движения, конфигурация «поршня» может деформироваться в соответствии с изменением конфигурации поля H_{\sim} и воздействием пространственной неоднородности параметров плазмы (n_0 , T_0) и поля H_0 .

Для возбуждения поперечных волн эффективная поверхность плазмы должна быть ориентирована параллельно полю H_0 , а давление $\frac{H_{\sim}^2}{8\pi}$ вдоль этой поверхности должно быть однородным. Последнее условие определяется геометрией токонесущих проводников. Например, для цилиндрического соленоида неоднородность зависит от отношения R/l (R — радиус, l — длина). С этой точки зрения желательно использование максимально длинных (в плоскости фронта) систем. Однако присутствие проводящего столба плазмы значительно улучшает однородность. Если зазор h , разделяющий поверхности токонесущего проводника и плазмы, достаточно мал по сравнению с их длиной, давление «магнитного поршня» на границе плазмы будет однородным (за исключением концов $\sim h$), хотя отношение $\frac{R}{l}$ при этом может быть и не очень малым. Конечно, по мере сжатия плазмы ($h \rightarrow R$) конфигурация силовых линий поля H_{\sim} начнет искривляться, причем чем короче система, тем быстрее это произойдет. Но, по-видимому, наиболее существенна начальная геометрия «поршня», так как первое возмущение, отщепляющееся от «поршня» в начале его движения, обычно имеет максимальную скорость в процессе и характеризует профиль переднего фронта ударной волны. Поэтому оптимальными размерами системы (R , l) можно считать такие, которые соответствуют размерам однородной поверхности плазмы. В этом случае создается однородный «поршень» с эффективной длиной $\sim l$. Это справедливо при условии, что толщина пограничного токового слоя δ_s достаточно мала по сравнению с R . При возрастании δ_s однородность магнитного давления $\frac{H_{\sim}^2}{8\pi}$ ухудшается, так как возрастает зазор между токонесущим проводником и эффективной поверхностью плазмы. Если δ_s становится сравнимым с поперечным размером

плазмы ($\sim R$), токовый слой не может служить эффективным «поршнем» — поле H_z не обеспечивает упругого сжатия плазмы.

Ширина пограничного слоя в бесстолкновительной плазме $\sim c/\omega_{0e}$. В реальном эксперименте периферийные слои плазмы могут быть существенно холоднее и менее ионизованы за счет контакта со стенками камеры. Тогда максимальная ширина слоя может определяться столкновениями.

$$\delta_s \sim \sqrt{\frac{c^2 t}{4\pi\sigma_{\text{эфф}}}},$$

где $\sigma_{\text{эфф}}$ — средняя проводимость слоя, обусловленная преобладающим механизмом столкновений; t — момент, к которому формируется начальное волновое возмущение.

Условие $\frac{\delta_s}{R} \ll 1$ приводит к требованиям: $\frac{c}{\omega_{0e} R} \ll 1$, $\frac{1}{R} \times \sqrt{\frac{c^2 t}{4\pi\sigma_{\text{эфф}}}} \ll 1$. Первое требование будет выполняться для начальных концентраций плазмы $n_0 > 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ($c/\omega_{0e} < 0,5 \text{ см}$). Соблюдение второго требования возможно в периферийной плазме с проводимостью $> 10^{13} \text{ CGSE}$ при длительности процесса установления $< 10^{-7} \text{ сек}$. При $n_0 = 10^{12} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$ это соответствует температурам $T_0 > 1 \text{ эв}$.

При слабой начальной ионизации и затянутой стадии формирования волны диффузия поля H_z может оказаться заметной. Однако скорость диффузии, как это наблюдалось в эксперименте, должна быстро падать вследствие возрастания степени ионизации и температуры плазмы под действием диффундирующего поля.

Волна, оторвавшаяся от «поршня», малочувствительна к его последующим деформациям. Поэтому неоднородность внешнего магнитного давления, нарастающая при отжатии токового слоя из-за действия краевых эффектов, видимо, не должна заметно сказываться. Последующее развитие процесса теперь главным образом связано с однородностью невозмущенных областей плазмы и квазистационарного поля.

По-видимому, перекося фронта может быть вызван искажениями, размеры которых сравнимы с размерами плоскости фронта. Эти соображения были использованы при конструировании магнитной системы и выборе размеров области возбуждения волн. Эксперименты, проведенные с различными газами ($\sqrt{m_e/m_i} \sim 4 \cdot 10^{-3} \div 2 \cdot 10^{-2}$), показали, что малая периодическая неоднородность квазистационарного поля ($\frac{\Delta H}{H_0} \leq 2 \cdot 10^{-2}$) не сказывается заметно на процессе при условии, что магнитная система соосна с плазменным объемом. В то же время характер начального состояния плазмы сильно влиял на наблюдаемую структуру волны.

Результаты работы [5] также показывают, что периодическая неоднородность квазистационарного поля $\frac{\Delta H}{H_0} \leq 2 \cdot 10^{-2}$ не препятствует генерации ударных волн поперек магнитного поля.

Во всех экспериментах [4—9] волны возбуждались в цилиндрическом плазменном объеме, причем поперечный размер (диаметр) объема существенно влияет на характер явлений: при уменьшении диаметра процесс становится существенно нестационарным, что затрудняет возможность сопоставления экспериментальных результатов с теоретическими решениями [5, 8]. В цилиндрической геометрии в принципе не мо-

гут быть реализованы строго стационарные процессы из-за изменения амплитуды волны при радиальном движении. Вместе с тем при условии достаточной малости ширины цилиндрического фронта относительно его мгновенного радиуса ($\Delta/r \ll 1$) вся структура фронта находится примерно в однородных условиях, и на малом участке пути не могут заметно проявиться эффекты, связанные с возрастанием амплитуды.

В экспериментах [4—9] радиус системы лежал в пределах от 3 до 25 см. При этом величина $\frac{\delta_{\min}}{R}$ изменялась от 2 до 10^3 (где δ_{\min} — минимальный пространственный масштаб в ударной волне c/ω_{0e}).

Схемы экспериментов

Типичные схемы установок, используемых для возбуждения сильных ударных волн, приведены на рис. 1—3. Принципиально они отличаются ориентацией возмущающего поля $H \sim(t)$ («магнитного поршня») относительно квазистационарного поля и способом создания предионизации.

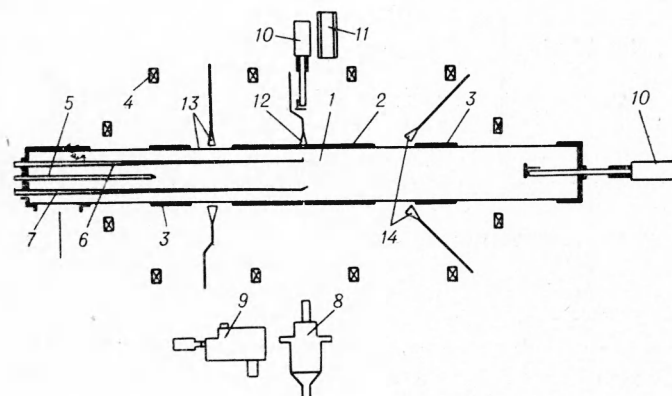


Рис. 1. Схема экспериментальной установки УН-4 [4, 5].

1 — вакуумный объем; 2 — ударный виток; 3 — витки предионизации; 4 — витки квазистационарного поля; 5 — затравочный поджиг; 6 — магнитный микрозонд; 7 — электростатический зонд; 8 — электронно-оптический преобразователь (ЭОП); 9 — монохроматор (ЗМР); 10 — сцинтилляционные датчики электронов и рентгеновского излучения; 11 — датчик нейтронного излучения; 12 — СВЧ-приемники шумового излучения; 13 — СВЧ-интерферометр; 14 — доплеровская схема СВЧ.

В работах [4, 5, 7, 8] была выбрана безэлектродная схема разряда, так как при этом уменьшаются примеси и исключаются побочные эффекты, возникающие на контактных поверхностях (рис. 1, 2). В [4, 5] в качестве вакуумного объема использовалась стеклянная труба радиусом $8 \text{ см} \left(\frac{R \omega_{0e}}{c} \sim 20 \div 150 \right)$ и длиной $1 \div 2 \text{ м}$.

Возмущающее поле $H \sim(t)$ создавалось с помощью цилиндрического «ударного» витка, охватывающего плазменный объем.

Длина ударного витка в различных экспериментах составляла $30 \div 100 \text{ см}$, а диаметр цилиндрического витка равнялся внешнему диаметру вакуумного объема.

Граничные условия при возбуждении цилиндрической волны к моменту включения поля представлены на рис. 2. Система представляет

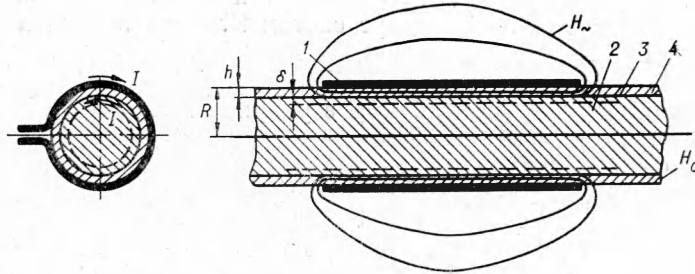


Рис. 2. Цилиндрический ударный виток.

1 — ударный виток; 2 — плазма; 3 — токовый слой; 4 — вакуумный объем.

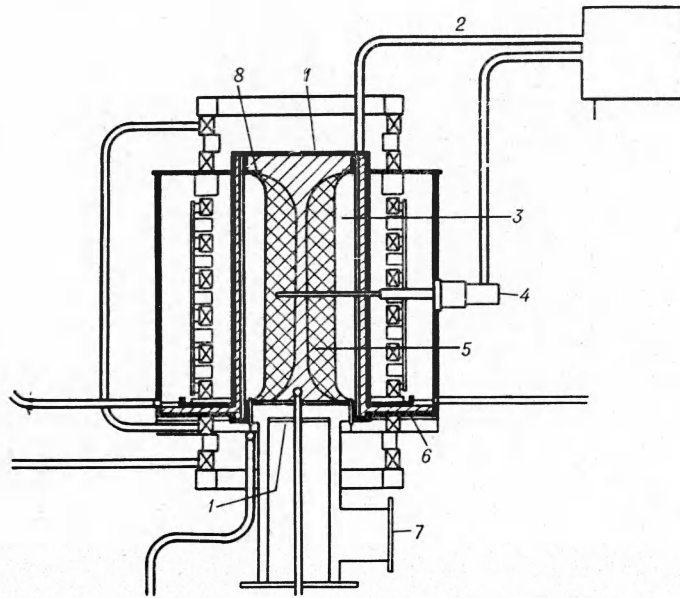


Рис. 3. Схема установки «Тарангул».

1 — окна; 2 — сигнальные кабели; 3 — токовый слой; 4 — магнитный зонд; 5 — фронт ударной волны; 6 — изоляция; 7 — вакуумная система; 8 — вакуумный объем (длина 100 см, диаметр 50 см).

собой подобие свернутой по кругу полосковой линии, образующейся между цилиндрическим витком и столбом плазмы. Однородность поля H_{\sim} и краевые эффекты в полосковой линии определяются отношением h/l . На ударный виток разряжался малоиндуктивный емкостный накопитель ($C=1,3$ мкф; $L=2 \cdot 10^{-8}$ гн) с зарядным напряжением $U \sim \sim 50$ кв. Часть экспериментов была проведена с двумя последовательно соединенными накопителями, заряжавшимися напряжением противоположной полярности. Период колебаний тока в контуре ударного витка составлял в различных экспериментах $1,2 \div 2,4$ мксек, амплитуда — $100 \div 200$ ка. Напряженность поля H_{\sim} в вакуумном объеме достигала $3 \div 6$ кэ.

Включение ударного контура производилось с помощью малоиндуктивного пятиканального разрядника, время срабатывания которого составляло $\leq 10^{-8}$ сек. Квазистационарное поле создавалось с помощью магнитной системы типа «катушек Гельмгольца» — соосных круговых витков с малым сечением токопровода и располагавшихся последовательно на расстоянии, равном их радиусу (рис. 1). Для создания ловушечной конфигурации использовались аналогичные витки меньшего диаметра, установленные на краях системы. Длина ловушки в различных экспериментах составляла 80 и 180 см. Магнитная система имела общую геометрическую ось с вакуумным объемом. Период колебаний квазистационарного поля в различных экспериментах составлял $1 \div 16$ мсек. Ударный виток располагался в области однородного поля в центре ловушки.

Предварительная плазма создавалась с помощью цилиндрических индукционных витков с шириной порядка радиуса, располагавшихся симметрично по обе стороны ударного витка внутри магнитной ловушки. С их помощью в объеме зажигался разряд типа θ -пинч. Питание витков осуществлялось аналогично ударному витку. Параметры предварительной плазмы удовлетворяли требованиям, сформулированным выше.

Поджиг разрядников, включавших схемы квазистационарного поля, предварительной ионизации и ударного поля, осуществлялся с помощью кабельных генераторов наносекундных импульсов (амплитуда импульсов ~ 50 кв, длительность ~ 40 нсек).

Запуск установки осуществлялся с помощью системы, обеспечивающей необходимую последовательность включения элементов установки и диагностической аппаратуры с точностью до десятых долей микросекунды.

В системах, описанных в [7, 8], предварительная ионизация плазмы осуществлялась с помощью продольного разряда, создаваемого между электродами на торцах трубы. Для возбуждения ударных волн в [8] использовалось одинаковое направление квазистационарного H_0 и возмущающего H_{\sim} полей, в [7] — их встречная ориентация, а в [4, 5] эксперименты проводились как при одинаковом, так и встречном направлении H_0 и H_{\sim} . Как и следовало ожидать, это не влияло на основные черты наблюдаемых явлений, что было дополнительно подтверждено в [6], где возмущающее магнитное поле H_{\sim} было ориентировано перпендикулярно квазистационарному полю. Такая конфигурация создавалась с помощью продольного импульсного тока, протекавшего по поверхности плазменного столба между торцами трубы (рис. 3).

Для выяснения возможного влияния кумулятивных эффектов и резонансов в системе в [5] были поставлены эксперименты, в которых геометрия «магнитного поршня» приближалась к плоской.

Основные методы диагностики

Основной физической величиной, представляющей интерес при экспериментальном исследовании ударных волн, является магнитное поле, поскольку его пространственное и временное распределение наиболее полно характеризует процесс. Другими важными параметрами, необходимыми для описания волновых возмущений, являются плотность и температура плазмы, а также электрическое поле во фронте волны.

Оптическое и электромагнитное излучения, сопровождающие разряд, могут дать дополнительные сведения о динамике плазмы и физической природе микропроцессов.

Рассмотрим общие требования к диагностике, определяемые спецификой процесса.

Пространственное разрешение должно соответствовать минимальному характерному масштабу фронта $\delta \sim c/\omega_0 e$. Для указанных выше условий [4—6] $\delta_{\min} \sim 1$ мм. Требование к временному разрешению и скорости регистрации определяется параметром

$$\left(\frac{\delta}{U}\right)_{\min} \sim \frac{c}{\omega_0 e M V_A} \sim 5 \cdot 10^{-9} \text{ сек.}$$

Кроме того, сами диагностические датчики не должны вызывать существенного возмущения процесса.

Магнитный зонд, использованный в [4, 5], представляет собой одиночную петлю, диаметром $1\frac{1}{2}$ —3 мм, ориентированную поперек магнитного поля. Для повышения пространственного разрешения при той же чувствительности использовалась также петля овальной формы. Сигнал выводился через согласованный коаксиальный фидер, выполненный внутри медной трубки диаметром 1 мм. Размеры внутреннего сечения соответствовали волновому сопротивлению тракта и входному сопротивлению осциллографа.

Для исключения непосредственного электрического контакта с плазмой датчики были остеклованы, при этом отверстие петли оставалось открытым. Это обеспечивало свободное протекание плазмы с замороженным полем через сечение витка и, следовательно, непосредственное измерение поля в объеме плазмы. Размещение магнитного зонда целиком внутри диэлектрика [6, 9], возможно, могло приводить к искажениям, поскольку при этом измеряется поле вне объема плазмы. Минимальная индуктивность петли зонда (≤ 5 см) практически устраняла электростатические наводки в рабочем диапазоне частот.

Для восстановления профиля магнитного поля по напряжению, снимаемому с петли, в [4—6] использовались интегрирующие RC-цепочки, исключающие ошибки интегрирования на высоких частотах.

Для уменьшения возмущающего действия зонды вводились вдоль магнитных силовых линий через торцовый фланец плазменного объема. Крепление допускало продольные перемещения датчика. Специальные эксперименты с одновременным использованием нескольких зондов не обнаружили заметных возмущений, вызываемых их присутствием.

Измерение электрического поля во фронте волны и его высокочастотных флуктуаций осуществлялось с помощью двойного электрического [6] и электростатического [5] зондов. В последнем случае зонд был выполнен в виде миниатюрной штыревой антенны (длиной ≈ 2 мм), переходящей в согласованный коаксиальный токоотвод. В качестве диэлектрика в коаксиале использован плавленый кварц, имеющий на

высоких частотах сравнительно малые потери. Датчик был полностью остеклован для устранения непосредственного контакта с плазмой. Частотный анализ регистрируемых сигналов производился с помощью различных полосовых фильтров и детекторов высокочастотных сигналов, рассчитанных на работу в полосе $10^6 \div 10^{10}$ гц. При монтаже фильтров и детекторов использовались полосковые линии. Для оптических измерений в [4, 7, 8] использовались спектральная аппаратура, фотоэлектронные умножители, сверхскоростные фоторегистраторы (СФР) и электронно-оптические преобразователи (ЭОП).

Измерения концентрации заряженных частиц в невозмущенной плазме проводились различными методами. В [5, 7, 28] для этой же цели использовались двойные электрические зонды, интерферометры инфракрасного диапазона. Кроме того, концентрация ионов и нейтралов в [6] оценивалась по скорости распространения слабой магнитозвуковой волны. В [5, 8] для измерения плотности плазмы при $n_0 \approx 10^{11} \div 10^{14}$ см⁻³ использовались спектральные методы [29] и СВЧ-интерферометры [30]. Измерения концентрации плазмы во фронте ударной волны проводились с помощью оптического интерферометра [7] и скоростного СВЧ-интерферометра со спиральной разверткой. В последнем случае временное разрешение достигало 10^{-8} сек, а точность отсчета $\sim 0,1\%$. Это давало возможность регистрировать фронты с длительностью $\sim 5 \cdot 10^{-8}$ сек ($< 10^{-7}$ сек) со скоростью нарастания концентрации до 10^{14} см⁻³ · мксек⁻¹. Измерение скорости движения границы плазмы проводилось с помощью схем, использующих эффект Доплера [31]. Для регистрации шумового излучения турбулентной плазмы применялись чувствительные широкополосные приемники СВЧ-диапазона [5, 30].

Динамика цилиндрических волн

Исследование процессов, связанных с формированием начального возмущения в плазме, помимо самостоятельного значения, необходимо для понимания последующего развития структуры волны. В динамике волны непосредственно проявляются ее важнейшие характеристики: абсолютная скорость (U), число Маха (M) и их зависимость от параметров волны и невозмущенной плазмы. Поэтому изучение указанных вопросов дает возможность количественной проверки закономерностей, следующих из теории. Развитие процесса определяется соотношением между начальными скоростями «поршня» v_n и возмущения $u_0 \sim V_A$. При $v_n \ll V_A$ малое возмущение, возникшее при движении «поршня», убегая от него с альфвеновской скоростью, быстро уравнивает распределение магнитного поля по сечению плазменного объема. Такая ситуация реализуется при медленных изменениях амплитуды «магнитного поршня», когда баланс давлений на границе плазмы (включая инерционный эффект) успевает установиться быстрее, чем существенное нарастание поля (так называемый медленный θ -пинч [32]).

В случае $v_n \geq V_A$ существенную роль в динамике процесса играют волновые явления в замагниченной плазме, охваченной токовой оболочкой.

Основная доля энергии поступательного движения может быть связана при этом с ударной волной. Заметим, что главное отличие рассматриваемых процессов от разряда типа « θ -пинч» (адиабатический нагрев) заключается в механизме нагрева плазмы (неустойчивость тока в волне при больших градиентах магнитного поля или опрокидывание

волны при больших амплитудах). Достаточно сильные диссипативные эффекты могут влиять и на динамику процесса, поскольку они меняют структуру фронта, уменьшают длину затухания осцилляций ($\Delta \sim \frac{U}{v_{эфф}}$)

и амплитуду волны H_{max} и увеличивают газокINETическое давление плазмы nT . В экспериментах [5] отношение v_n/V_A изменялось в широких пределах, что давало возможность наблюдать как возбуждение ударной волны, так и фазу адиабатического сжатия. Анализ, проведенный в [30], показывает, что начальная скорость нарастания магнитного давления на границе плазмы, помимо функции $H_{\sim}(t)$, определяется квазистационарным полем H_0 и другими параметрами эксперимента. Это связано с тем, что в кольцевом зазоре, отделяющем плазменный столб от витка, захватывается начальный магнитный поток $\sim H_0 \cdot 2\pi R h$.

При одинаково направленных полях ($H_0 \uparrow \uparrow H_{\sim}$) действующее поле на внешней границе плазмы $H_{\Sigma} = H_0 + H_{\sim} > H_0$, и градиент магнитного поля с момента включения $H_{\sim}(t)$ направлен в сторону плазмы. При встречных полях ($H_0 \downarrow \uparrow H_{\sim}$) $H_{\Sigma} = H_0 - H_{\sim}(t)$, поэтому в течение некоторого времени $t \leq \tau$, определяемого условием $H_{\sim}(\tau) - H_0 = H_0$, градиент магнитного поля направлен к стенке камеры. Следовательно, в этом случае для возбуждения волны сжатия существует пороговое поле $H_{\sim}^* = 2H_0$, а старт волны задерживается до момента $t \leq \tau$ (рис. 4).

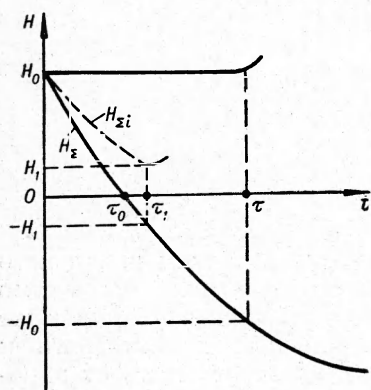


Рис. 4. Диаграмма магнитных полей на границе плазмы.

$2\pi R h H_0$, падает как $\frac{2Rh}{R^2 - r^2}$ (r — радиус плазменного столба). В результате скорость нарастания действующего давления уменьшается, а его абсолютное значение стремится к $\frac{H_{\sim}^2}{8\pi}$.

При встречной ориентации полей H_0 и H_{\sim} присутствие обратного поля, напротив, уменьшает величину и скорость нарастания действующего давления $p \sim \frac{(H_0 - H_{\sim})^2}{8\pi}$ в начале процесса (при $t \leq \tau$). Сжатие плазмы в этом случае приводит к тому, что скорость изменения давления увеличивается (из-за ослабления встречного поля $\sim H_0 \frac{2Rh}{R^2 - r^2}$), а $p \rightarrow \frac{H_{\sim}^2}{8\pi}$. Интересно отметить, что задержка старта границы τ зависит только от соотношения полей H_0, H_{\sim}^0 и не зависит от величины по-

Влияние начального потока $2\pi R h H_0$ сказывается также в скорости изменения магнитного давления на границе плазмы в начале ее движения.

Пока смещение границы мало, значение квазистационарного поля, захваченного в зазоре между плазмой и витком, остается $\sim H_0$. При этом действующее магнитное давление $p \sim \frac{(H_{\sim} + H_0)^2}{8\pi}$

($H_0 \uparrow \uparrow H_{\sim}$) превышает давление переменного поля $\frac{H_{\sim}^2}{8\pi}$ как по величине, так и по скорости нарастания. Однако по мере сжатия плазменного столба, дополнительное поле на внешней границе плазмы, обусловленное захваченным потоком

тока, захваченного в зазоре. Поэтому чем меньше ширина зазора h , тем быстрее ослабляется встречное поле $H_0 \frac{2Rh}{R^2 - r^2}$ и больше скорость нарастания результирующего внешнего поля. Указанные особенности могут оказать существенное влияние на динамику «поршня» и формирование волн.

Если диффузия поля через границу плазмы, вызванная конечной проводимостью периферийного слоя плазмы $\left(\sigma_{\text{эфф}} = \frac{ne^2}{m_e \nu_{\text{эфф}}} \neq \infty\right)$ за времена формирования начального возмущения пренебрежима, рассмотренная картина усложнится. Для $H_0 \uparrow \downarrow H_{\sim}$ диффузия приводит к ослаблению поля в периферийной области плазмы, тем самым уменьшая внутреннее магнитное давление и ускоряя момент смещения $\tau = \tau_1$ границы плазмы (рис. 4). При одинаково ориентированных полях диффузия замедляет начальное смещение эффективной границы из-за ослабления градиента поля.

Рассмотрение динамики процесса удобно проследить в режиме, когда направление поля H_{\sim} не совпадает с направлением квазистационарного поля H_0 , так как в этом случае в течение всего процесса отчетливо выделена граница между «поршнем» (область локализации поля H_{\sim}) и волной (область H_0).

В работе [5] развитие волнового возмущения при встречной ориентации полей изучалось одновременно вблизи стенки в среднем сечении и вблизи оси (рис. 5). В отсутствие плазмы на всех зондах наблюдался тождественный сигнал затухающих колебаний в контуре ударного витка. Заполнение объема плазмой резко изменяло характер сигналов на различных зондах. Обработка осциллограммы приводит к следующей картине развития процесса.

Вблизи стенки ($R - r = 1$ см) проходит начальная стадия формирования волны. В режиме, соответствующем рис. 5, $\tau = 9 \cdot 10^{-8}$ сек (τ — время задержки старта) сравнимо со временем диффузии поля в относительно холодной пристеночной области плазмы. Поэтому с включением ударного витка на осциллограмме рис. 5, 3 наблюдается медленное ослабление начального поля за счет диффузии. Вскоре после момента $t = \tau$ зонд фиксирует прохождение токового слоя («поршня»), временной профиль которого значительно укрупнен сравнительно со скоростью нарастания тока в витке. Оценка ширины токового слоя по его длительности и скорости движения дает величину ≈ 1 см. Как следует ожидать, в этих условиях волна сжатия на расстоя-

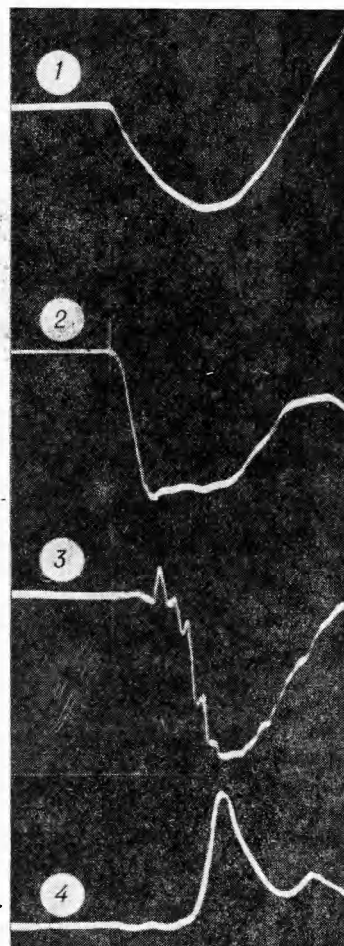


Рис. 5. Осциллограммы магнитных зондов. 1 — ток в ударном витке; 2 — зонд 1 вблизи стенки; 3 — зонд 2 в среднем сечении ($R/2$); 4 — зонд 3 вблизи оси системы.

нии ~ 1 см еще не наблюдается. При дальнейшем движении «поршня» эффекты сжатия становятся преобладающими, и на расстоянии $\sim R/2$ (рис. 5,3) фиксируется отщепленная волна с полярностью, соответствующей знаку квазистационарного поля.

Вслед за волной зонд 2 фиксирует «магнитный поршень», имеющий полярность импульсного поля. Аналогичная картина формирования магнитного возмущения наблюдается в [7].

Оценка скорости волны по времени распространения от момента старта τ дает (см. [5]) величину

$$U \sim \frac{R/2}{t - \tau} \sim 4 \cdot 10^7 \text{ см/сек.}$$

Скорость движения «поршня», определенная аналогичным путем или по времени сдвиги на осциллограммах, составляет

$$v_{\text{п}} \sim 1,5 \cdot 10^7 \text{ см/сек.}$$

Альфвеновская скорость $V_{\text{ав}}$ невозмущенной плазме (гелий, $H_0 = 0,5$ кэ, $n_0 = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$) примерно равна 10^7 см/сек . Приведенные цифры удовлетворительно согласуются с условиями формирования и отщепления волн сжатия.

Осциллограмма магнитного поля вблизи оси (рис. 5,4) показывает запаздывание сигнала, согласующееся с измеренной скоростью волны и расстоянием между зондами. Одновременно наблюдается заметное изменение профиля магнитного возмущения: общий фронт расширен, а амплитуда достигает значения порядка H_0 .

Наблюдающееся при быстром сжатии плазмы возмущение представляет собой бегущую волну. Это отчетливо видно по временному сдвигу сформировавшейся волны на различных расстояниях от оси. Вследствие разных скоростей поршня и волны быстро нарастает слой плазмы, вовлекаемый в поступательное движение.

Влияние волновых эффектов на процесс хорошо прослеживается при изменении квазистационарного поля. При $H_0 = 0$ плазма сгребается непосредственно «поршнем», так как газодинамическая волна впереди «поршня» развиваться не может из-за большой длины свободного пробега.

При достаточно больших начальных концентрациях «поршень» не доходит до приосевого зонда. В момент максимума тока на ударном витке внешнее давление $\frac{H^2}{8\pi}$ компенсировано газокINETическим и инерционным давлением плазмы. Это означает, что равновесный радиус r_{min} плазменного столба в момент максимального сжатия превышает значение r , соответствующее положению зонда. Известное значение равновесного радиуса и условие баланса давлений могут быть использованы для оценок параметров плазмы.

Цилиндрическая волна, отщепленная от «поршня», через время $\sim \frac{R}{U}$ кумулирует на оси, вызывая волну отражения, распространяющуюся навстречу «поршню». В легких газах и при больших значениях квазистационарного поля этот процесс протекает значительно быстрее, чем время нарастания \dot{H} до максимальной величины. В этом случае продолжается движение «поршня» по направлению к оси. В плазменном столбе, ограниченном «поршнем», взаимодействуют отраженные и бегущие к оси волны.

Колебания, наблюдаемые в плазменном столбе, могут иметь различный вид в зависимости от предшествующего характера волны. Если структура фронта сохранила осцилляционный характер, то последующие колебания в столбе обычно достаточно выражены, причем временной масштаб этих колебаний порядка «длительности» осцилляций во фронте. Если структура успевала нивелироваться, колебания после кумуляции не регистрировались.

Помимо мелкомасштабных осцилляций наблюдались колебания плазменного столба с периодом $\sim \frac{D^*}{V_A^*}$, где V_A^* — альфвеновская скорость в сжатом столбе, D^* — его диаметр. Одновременно с зондовыми измерениями магнитных возмущений в [5] исследовались изменения концентрации и движение эффективной границы плазмы.

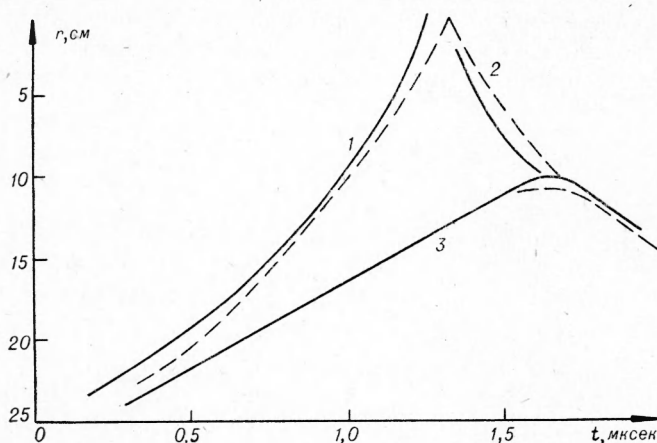


Рис. 6. Диаграмма движения ударной волны и «поршня» (водород, $p=2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.).

1 — положение фронта ударной волны, идущей к оси ($U \sim 2,5 \cdot 10^7$ см/сек); 2 — отраженная волна ($U \sim 3,5 \cdot 10^7$ см/сек); 3 — положение токового слоя ($V_{II} \sim 1,1 \cdot 10^7$ см/сек). Штриховая линия — теоретический расчет.

Полученные результаты показывают быстрое возрастание концентрации плазмы ($dn/dt \sim 10^{14}$ см $^{-3}$ · мксек $^{-1}$ [30]), когда магнитный зонд регистрирует формирование эффективного «поршня» и волны. Количественные оценки согласуются с представлением о сгребании плазмы в цилиндрический слой впереди «магнитного поршня». Зондирование эффективной границы плазмы показало, что скорость движения совпадает со скоростью токового слоя по магнитным измерениям (максимальная скорость близка к альфвеновской).

В работе [6] с помощью последовательного перемещения зонда прослежено радиальное движение волны вплоть до кумуляции и волны на оси системы и последующее отражение, а также движение «поршня» (рис. 6). Сравнение этих результатов с численным расчетом, выполненным в [33], дает удовлетворительное согласие в общем характере динамики процесса.

Структура ударной волны и физические явления во фронте. Сравнение с численным экспериментом

При экспериментальном исследовании структуры возбуждаемых волн наибольший интерес представляет установление степени соответствия профилей наблюдаемых магнитных возмущений теоретическим

решениям. Если такое соответствие установлено, возникает возможность количественной оценки механизмов, определяющих конкретный вид волны.

В установившемся движении эта задача не должна представить труда, так как теория [17, 25] предсказывает существование нескольких профилей, характер которых определяется преобладающим механизмом (дисперсия, диссипация).

При наличии осцилляторной структуры вид «шлейфа» указывает на тип волны («косая», «поперечная»), а длина затухания осцилляций

$$\Delta \sim \frac{U}{\nu_{\text{эфф}}} = \frac{M V_A}{\nu_{\text{эфф}}} = \frac{c}{\omega_0 e} \cdot \frac{M \omega_r}{\nu_{\text{эфф}}} \quad (9)$$

дает возможность оценить среднюю эффективную частоту столкновений $\nu_{\text{эфф}}$ во фронте волны (не конкретизируя механизма диссипации), ширина передней части фронта (первой осцилляции) связана с преобладающим механизмом — дисперсией ($\delta \sim c/\omega_0 e$) или диссипацией

$$\delta \sim \delta_s \sim \frac{c^2}{4\pi\sigma_{\text{эфф}} U} = \frac{c}{\omega_0 e} \cdot \frac{\nu_{\text{эфф}}}{M \omega_r} \quad (10)$$

(последнее соотношение определяется диффузией поля $\delta_s \sim \sqrt{\frac{c^2 t}{4\pi\sigma_{\text{эфф}}}}$ за время прохождения фронта $t \sim \frac{\delta}{U}$ из-за конечной проводимости $\sigma_{\text{эфф}}$).

Постепенное возрастание затухания, которое пропорционально $\nu_{\text{эфф}}$, во фронте должно вести к такой трансформации профиля, когда осцилляторный «шлейф» исчезает, а аperiodическая передняя часть расширяется, при этом ширина фронта ударной волны по порядку величины равна

$$\Delta \sim \frac{c}{\omega_0 e} \cdot \frac{\nu_{\text{эфф}}}{M \omega_r} \quad (\nu_{\text{эфф}} \gg M \omega_r) \quad (11)$$

Чтобы отделить эффекты, обязанные «опрокидыванию», необходимо измерить амплитуду волны, полагая, что при $M < M_{\text{кр}}$ они отсутствуют ($M_{\text{кр}} \sim 2 \div 3$ в зависимости от вида профиля — «дисперсионного» или «диссипативного»).

При $M > M_{\text{кр}}$ параметры скачка во фронте должны определять процесс «размешивания» встречных ионных потоков после «опрокидывания» волны ($\Delta \sim M c/\omega_0 e$).

Что касается конкретного механизма диссипации, то его определение, помимо параметров волны (Δ , δ , M), требует дополнительного исследования характерных признаков возможной неустойчивости (например, уровня и частотного спектра флюктуационных полей во фронте).

В реальном эксперименте наибольшая трудность в истолковании наблюдаемых сигналов возникает из-за нестационарного характера процесса. В этих условиях знание только мгновенной формы сигнала недостаточно для идентификации типа возмущения.

Исследование структуры регистрируемых в эксперименте [5, 6] волн и сопоставление с результатами численного эксперимента дало возможность установить закономерности, определяющие развитие профиля магнитных возмущений в цилиндрической системе в зависимости от начальных условий.

При определенных условиях нестационарный процесс с момента включения «поршня» и до схождения на оси проходит следующие характерные фазы:

- 1) фазу установления, в течение которой под воздействием эффектов нелинейности, дисперсии и диссипации протекают переходные процессы, формирующие равновесный фронт;
- 2) состояние, близкое к «стационарному»;
- 3) фазу, связанную с перестройкой структуры из-за эффектов кумуляции и «опрокидывания».

Переходные процессы, ведущие к формированию ударной волны, были подробно изучены в [30, 35].

При наложении на плазму внешнего поля $H_{\sim}(t)$ образуется возмущенный граничный слой, который сжимается движущимся «поршнем» и одновременно размазывается за счет «упругости» и проводимости среды. Нарастание напряженности поля H в слое определяется соотношением скоростей указанных процессов. Отщепление происходит при характерной амплитуде H_1 возмущения, когда скорость переноса на гребне $u(H_1)$ превосходит скорость «размазывания» возмущения. Ширина возмущенного слоя Δr и «радиус отщепления» $r_1 \sim R - \Delta r$ определяются, таким образом, скоростью «размытия» слоя ($V_A, V_{\text{диф}}$) и временем нарастания Δt характерной амплитуды H_1 . Величину Δt можно оценить по закону изменения внешнего поля $H_{\sim}(t)$ в предположении непрерывности магнитного поля на внешней границе слоя:

$$\Delta t \sim \frac{H_1}{dH_{\sim}/dt}.$$

Формирование гребня поля под непосредственным воздействием «поршня» возможно, если за время Δt размытие начального возмущения достаточно мало по сравнению с радиусом системы. В эксперименте [5, 30], в согласии с приведенными качественными оценками, раннее отщепление наблюдалось при начальных параметрах ($n_0 \geq 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $H_0 \leq 0,5 \text{ кэ}$, $T_0 \sim 10 \text{ эв}$, $H_{\sim}^0 = 4 \text{ кэ}$), соответствующих относительно малым значениям $V_A, V_{\text{диф}}$ ($\leq 10^7 \text{ см/сек}$) и Δt ($\leq 10^{-7} \text{ сек}$).

Как следует из численного эксперимента, колебания магнитного давления перед «поршнем», вызванные нарастанием гребня и последующим его отщеплением, должны приводить к модуляции скорости движения «поршня» (рис. 7). Кривая $v_{\text{п}} = v_{\text{п}}(t)$ при $v_{\text{эфф}} \ll \omega_r$ имеет несколько точек перегиба, и число таких «циклов» скорости соответствует числу образующихся осцилляций (гребней). Переходные процессы в этом случае заканчиваются установлением равновесной ширины осцилляторного фронта $\Delta \sim \frac{U}{v_{\text{эфф}}}$.

Если размытие начального возмущения за время нарастания характерного поля велико (при $v_{\text{эфф}} \geq \omega_r$) и становится сравнимым с радиусом системы, формирование гребня протекает при сильном влиянии цилиндричности системы. В этом случае преобладающее воздействие на процесс укручения оказывает кумулятивное возрастание ампли-

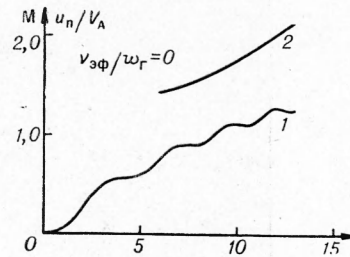


Рис. 7. Зависимость скорости «поршня» и волны от времени при отсутствии диссипации. 1 — скорость «поршня»; 2 — скорость волны.

туды передней, наиболее близкой к оси, части возмущенной области. Поэтому образование и отщепление гребня происходит далеко от граничного слоя и не связано существенно с динамикой «поршня». Численные расчеты показывают в таком режиме отсутствие модуляции скорости «поршня».

Квазистационарная фаза развития структуры цилиндрической волны из-за влияния переходных процессов может быть реализована лишь при сравнительно большом относительном радиусе системы $\frac{R \omega_{0e}}{c}$.

Достаточно хорошо это выполняется при концентрациях плазмы $10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и радиусах $R \approx 10 \div 20 \text{ см}$ [6]. В этом случае переходные процессы заканчиваются при прохождении возмущением примерно половины радиуса. При уменьшении радиуса и концентрации плазмы отличие цилиндрической волны от плоской становится все более существенным. В этом случае сравнение результатов эксперимента с теорией возможно лишь при использовании численных решений [35], соответствующих реальным физическим параметрам системы.

При сильной нестационарности процесса осциллограмма, полученная с неподвижного зонда, фиксирует последовательно малые участки мгновенного профиля волны на разных фазах ее установления. Построение пространственного вида волны в этом случае может быть сделано при одновременном зондировании на достаточно малых расстояниях (по сравнению с характерным масштабом волны). Для типичных условий ($n_0 \sim 10^{12} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$) минимальный характерный масштаб волны c/ω_{0e} — порядка нескольких миллиметров, отсюда очевидны трудности, связанные с построением мгновенного пространственного профиля.

Для сравнения с теорией в [5, 30] использовался обратный метод: осциллограммы сопоставлялись с формой «сигнала», полученного графически из численного решения задачи и соответствующего записи волнового процесса неподвижным зондом.

Временной профиль цилиндрической волны, наблюдающийся в подобных условиях (гелий, $n_0 \leq 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $H_0 = 280 \text{ э}$, $H_{\sim}^0 = 1600 \text{ э}$,

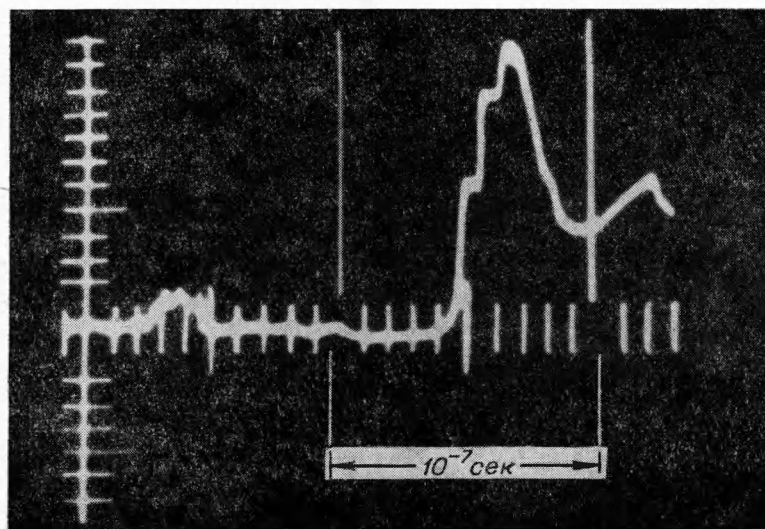


Рис. 8. Осциллограмма магнитного заряда при малой диссипации (низкая плотность). Временная ширина фронта $\sim 10^{-6} \text{ сек}$.

$T/4 = 0,3 \text{ мксек}$, $\frac{R \omega_0 e}{c} \geq 16$), приведен на рис. 8 [5]. Регистрируемый сигнал представляет собой осцилляции, наложенные на быстро нарастающий средний уровень магнитного поля. После отражения волны от оси системы возникают более медленные колебания, связанные с пульсациями плазменного столба. Скорость волны, найденная по ее запаздыванию, порядка 10^8 см/сек ($M \geq 2$).

Ширина фронта, измеренная на уровне половины максимального скачка поля ($\Delta t \cdot U \sim 1 \text{ см}$), существенно меньше длины свободного пробега относительно парных столкновений частиц в невозмущенной плазме в рассмотренном режиме.

Если принять интерпретацию регистрируемого фронта как осцилляторного, то измеренная «ширина» осцилляций $\delta t \sim \frac{\delta}{U} \sim 10^{-8} \text{ сек}$, что соответствует $\frac{\delta}{U} \sim \frac{c}{\omega_0 e M V_A}$ и $\delta \sim c/\omega_0 e$. Наблюдаемая структура волны указывает на то, что в рассмотренных условиях не развивается эффективный механизм диссипации и в формировании волны основную роль играют эффекты дисперсии. Действительно, кулоновские столкновения при $n_0 \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и температуре порядка нескольких электрон-вольт не могут внести существенного вклада в диссипацию ($\nu_{кул} \sim 10^6 \div \div 10^7 \text{ сек}^{-1}$, а $\omega_r \geq 5 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}$).

Что касается коллективного взаимодействия, то при малых концентрациях плазмы следует ожидать нарушения условия раскачки неустойчивости, хотя амплитуда волны и токовая скорость электронов во фронте могут превышать пороговые значения, т. е. $M > M^*$, $v_e > v_{Te}$ (5). Однако, чтобы колебания успели существенно нарасти на ширине фронта, необходимо, чтобы его «длительность» была примерно на порядок больше обратного инкремента неустойчивости $\frac{c}{\omega_0 e U} > 10 \frac{1}{\gamma}$. При

использованных магнитных полях ($H_0 \sim 0,2 \div 1 \text{ кэ}$) это условие может нарушаться для концентраций $n_0 \sim 10^{11} \div 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Следовательно, в рассмотренном режиме параметры n_0 , H_0 оказываются в критической области значений, когда времени воздействия тока во фронте волны может оказаться недостаточно для эффективной раскачки неустойчивости. Если отсутствует механизм эффективного нагрева электронов, обеспечивающий неизотермичность плазмы ($T_e \gg T_i$), невозможно существование ионно-звуковых колебаний, приводящих к расширению фронта ($\delta \gg \frac{c}{\omega_0 e}$). В таком случае ширина передней части фронта должна ограничиваться только дисперсией и иметь характерный размер порядка $c/\omega_0 e$.

Малость величины $\nu_{эфф}$ приводит к тому, что установившийся осцилляторный «шлейф» волны не успевает образоваться, так как его длина $\Delta \sim \frac{U}{\nu_{эфф}}$ оказывается большей радиуса системы. Сильное влияние цилиндричности, неизбежное в этом случае, и конечное время нарастания возмущающего поля обуславливают отмеченный выше характер регистрируемого сигнала (см. рис. 8). Сравнение с теорией в этом случае возможно лишь при численном решении задачи для цилиндрической

¹ Множитель порядка 10 появляется вследствие того, что шумы должны нарасти до больших значений из равновесных.

геометрии. Временной профиль магнитного поля в приосевой области, полученный из такого решения для условий, близких к реальным ($\frac{R \omega_0 \epsilon}{c} = 20$, $\nu_{\text{эфф}} = 0,5 \omega_r$, $\omega = 0,02 \omega_r$), приведен на рис. 9. Сравнение экспериментальной и «машинной» осциллограмм указывает на достаточно хорошее согласие.

При возбуждении ударных волн в более плотной плазме [5—7] их структура имеет качественно иной характер. В этом случае регистрируется аperiodический профиль с шириной фронта, примерно на порядок

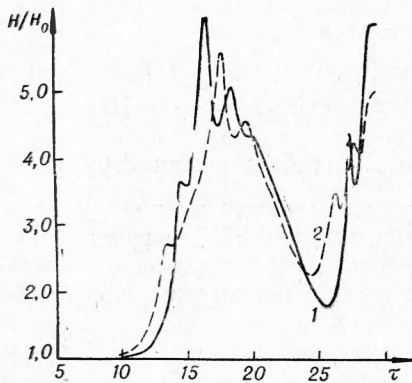


Рис. 9. Расчетный профиль магнитного поля в фиксированных точках в зависимости от времени при наличии диссипации ($\nu_{\text{эфф}} = 0,5 \omega_r$).

1 — зонд на расстоянии $2,5 c/\omega_0 \epsilon$; 2 — зонд на расстоянии $5 c/\omega_0 \epsilon$. Радиус системы составляет $20 c/\omega_0 \epsilon$, время выражено в единицах $\frac{VA}{c/\omega_0 \epsilon}$ ($5\tau = 8 \cdot 10^{-8}$ сек).

превышающей дисперсионную длину $c/\omega_0 \epsilon$. Осциллограмма рис. 10 [6], представляющая временной профиль магнитного поля в волне, достаточно точно соответствует пространственной структуре, так как в условиях эксперимента ($n_0 = 7 \cdot 10^{14}$, $H_0 = 1,15$ кэ, $R = 25$ см, $M = 2,5$) ширина фронта Δ мала по сравнению с мгновенным радиусом r , а скорость волны остается примерно постоянной в области $r = (0,15 \div 0,5) R$. На этой же осциллограмме приведена зависимость электрического потенциала V_R во фронте волны, полученная с помощью двойного зонда. Профиль электрического потенциала обнаруживает скачок, аналогичный скачку магнитного поля, но с несколько более крутым нарастанием. Регистрируемая ширина фронта ($\sim 10 c/\omega_0 \epsilon$) свидетельствует о том, что ударная волна остается бесстолкновительной по отношению к парным взаимодействиям в невозмущенной [5] или в нагретой за фронтом плазме [6]. При максимальных концентрациях ($n_0 \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$) временная ширина фронта сравнивается со временем электрон-ионных столкновений, однако и в этом случае авторы работы [6] считают, что преобладает бесстолкновительный механизм, так как одного-двух столкновений во фронте волны недостаточно для нагрева плазмы до температур ($50 \div 100$) эв, найденных из параметров волны (H , V_R , M). Необходимо заметить, что размер использованных в [6] зондов не мал по сравнению с шириной фронта ($\Delta/d \sim 1,5$), так что определение ширины фронта не совсем корректно, а регистрация минимальных размеров $c/\omega_0 \epsilon$ невозможна. Структура фронта ударной волны в рассмотренном режиме соответствует предсказанной теоретически для условий, когда обеспечивается эффективная турбулизация плазмы. Действительно, для наблюдаемых волн токовая скорость электронов во фронте волны превосходит пороговое значение $v = \sqrt{T_e/m_i}$, необходимое для раскачки ионно-звуковой неустойчивости, а простран-

структура имеет качественно иной характер. В этом случае регистрируется аperiodический профиль с шириной фронта, примерно на порядок превышающей дисперсионную длину $c/\omega_0 \epsilon$. Осциллограмма рис. 10 [6], представляющая временной профиль магнитного поля в волне, достаточно точно соответствует пространственной структуре, так как в условиях эксперимента ($n_0 = 7 \cdot 10^{14}$, $H_0 = 1,15$ кэ, $R = 25$ см, $M = 2,5$) ширина фронта Δ мала по сравнению с мгновенным радиусом r , а скорость волны остается примерно постоянной в области $r = (0,15 \div 0,5) R$. На этой же осциллограмме приведена зависимость электрического потенциала V_R во фронте волны, полученная с помощью двойного зонда. Профиль электрического потенциала обнаруживает скачок, аналогичный скачку магнитного поля, но с несколько более крутым нарастанием.

Регистрируемая ширина фронта ($\sim 10 c/\omega_0 \epsilon$) свидетельствует о том, что ударная волна остается бесстолкновительной по отношению к парным взаимодействиям в невозмущенной [5] или в нагретой за фронтом плазме [6].

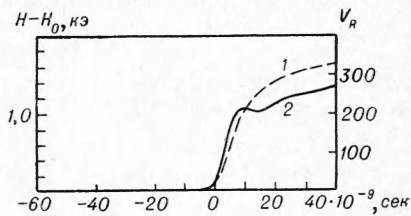


Рис. 10. Профиль магнитного поля (1) и электрического потенциала (2) в волне ($M = 2,5$, $H_0 = 1200$ э).

венный размер скачка соответствует уширению, которое должно последовать при развитии такого диссипативного механизма [25].

Для непосредственного наблюдения микропроцессов в плазме, указывающих на ее турбулизацию, производилось изучение шумов электромагнитного поля во фронте волны [30]. Эти шумы регистрировались с помощью миниатюрной электрической антенны, размещенной на одном радиусе с магнитным зондом.

Электрические сигналы (рис. 11) имеют «постоянную» составляющую с длительностью порядка характерных масштабов во фронте волны и переменную составляющую с частотами порядка десятков и сотен

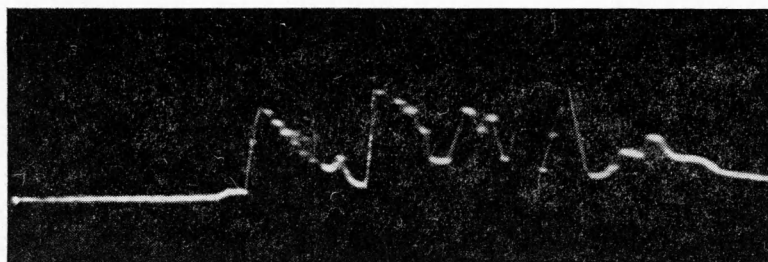


Рис. 11. Сигнал высокочастотного электрического зонда ($f \sim 100 \div 200$ мГц) (установка УН-4).

мегагерц. Появление электрических сигналов коррелирует с передним скачком поля. Флюктуационные поля наблюдаются в виде нескольких последовательных цугов волн, лежащих во фронте. В спектре частот регистрируемых волн обычно выделяется частота, лежащая вблизи ионной ленгмюровской ω_{oi} . Регистрируемые шумы носят неравновесный характер, времена их нарастания составляют величину порядка 10^{-8} сек. Область плазменных колебаний переносится по радиусу плазменного столба вместе с волной и имеет эффективную ширину порядка ширины фронта.

Исследование шумовых излучений, сопровождающих сильные возмущения бесстолкновительной плазмы, подтверждает, что формирование ударной волны сопряжено с раскачкой интенсивных колебаний в плазме. Временная корреляция электрических и магнитных сигналов и количественные соотношения между параметрами плазмы и волны не противоречат предположению о развитии во фронте волны ионно-звуковых колебаний. Как указывалось выше, для аperiodического профиля волны, когда преобладает диссипативный механизм, ширина фронта связана с эффективной проводимостью турбулентной плазмы соотношением (12):

$$\delta \sim \frac{c^2}{4\pi\sigma_{эфф}U}$$

Оценки [5], выполненные по этой формуле, показывают, что в рассмотренных условиях величина проводимости $\sigma_{эфф} \sim (10^{12} \div 10^{14})$ CGSE, что на несколько порядков ниже значения проводимости для кулоновских взаимодействий, рассчитанного по параметрам плазмы за фронтом волны.

Численные расчеты [35], выполненные при условиях экспериментов [5, 30] для случая больших диссипаций ($\nu_{эфф} = (5 \div 20) \omega_r$), показывают, что профиль волны становится аperiodическим (осцилляторная струк-

тура пропадает) и ширина переднего фронта примерно на порядок больше, чем $c/\omega_0 e$. Это находится в согласии с экспериментальными результатами, приведенными выше.

Описанный характер профиля волны имеет место при $M \leq M_{кр} \sim 3$. При больших числах Маха наблюдается более существенное уширение фронта волны [5, 6, 30]. При достаточно больших радиусах системы наблюдается «установившийся» профиль волны, состоящий из пологого и крутого участков (рис. 12, 13). Ширина фронта в этом случае по порядку

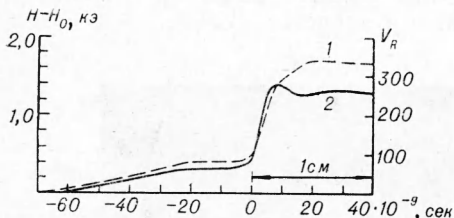


Рис. 12. Профиль магнитного поля (1) и электрического потенциала (2) в волне ($M=3.7$) (установка «Гарантул»).

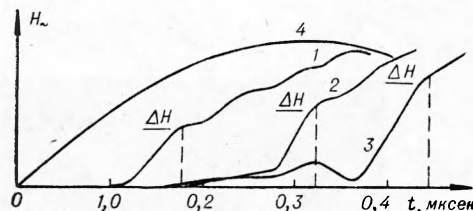


Рис. 13. Профиль магнитного поля волны в фиксированных точках (гелий, $n_0 \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$), полученный одновременно с трех зондов (установка УН-4).

1 — вблизи стенки при $M < M_{кр}$; 2 — в среднем сечении при $M > M_{кр}$; 3 — вблизи оси системы при $M > M_{кр}$; 4 — поле ударного вихря ($H_z^0 \approx 3 \text{ кэ}$).

величины приближается к $\Delta \sim \frac{Mc}{\omega_0 l}$.

Значение $M_{кр}$, при котором наблюдается это уширение, и величина Δ позволяют интерпретировать наблюдаемое явление как «опрокидывание» волны [5, 17]. Таким образом, резюмируя все вышеописанные экспериментальные результаты, можно заключить, что в зависимости от параметров явления бесстолкновительная ударная волна может иметь следующие характерные профили:

1) осцилляционный профиль с размером осцилляций $\sim c/\omega_0 e$, указывающий на преобладание дисперсионного механизма формирования фронта и на ламинарный характер процессов ($M < M_{кр}$, $\frac{\delta}{U} \ll \frac{1}{\gamma} \sim \frac{1}{\omega_0 l}$);

2) аperiodический профиль с шириной фронта $\sim 10 c/\omega_0 e$, согласующийся с предположением о турбулентной диссипации, возникающей в результате развития ионно-звуковой неустойчивости ($M < M_{кр}$, $\frac{\delta}{U} >$

$$> \frac{1}{\gamma}, v_e > \sqrt{\frac{T_e}{m_i}});$$

3) профиль с вытянутым подножием ($\Delta \sim M c/\omega_0 l$), наблюдаемый при выполнении условия «опрокидывания» волны ($M > M_{кр}$).

Рассмотренное изменение пространственных масштабов сильных гидромагнитных возмущений в разреженной плазме в широком диапазоне параметров, полученное в работах [5, 30], приведено на рис. 14. Основные представления о характере переходных процессов в волне и ее «равновесной» структуре, вытекающие из экспериментов с цилиндрической волной, были подтверждены при исследовании процессов в геометрии, близкой к плоской.

Изложенные результаты относятся к гидромагнитным возмущениям, распространяющимся поперек магнитного поля. Лабораторные экспери-

менты показывают возможность существования сильных волн, распространяющихся под углом к магнитному полю. Первые результаты, полученные в работе [4], показывают, что в этом случае профиль магнитного поля носит осцилляторный характер, причем осцилляции в соответствии с законом дисперсии (3) уходят вперед. Перед скачком

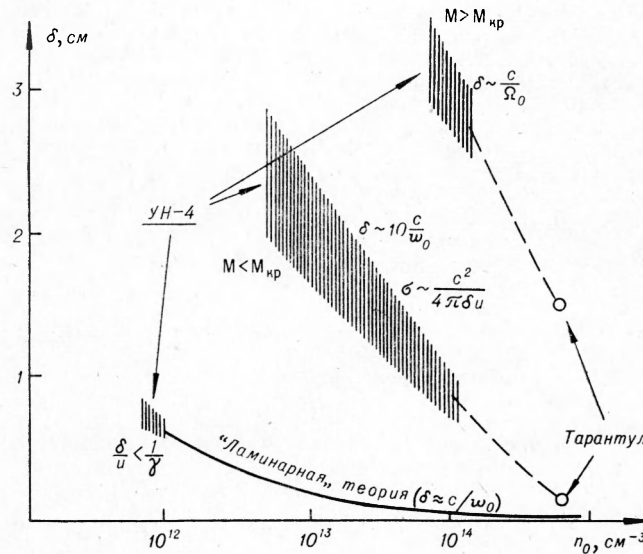


Рис. 14. График экспериментальных результатов по ширине фронта ударной волны.

магнитного поля наблюдается область его максимального «разряжения» ($H < H_0$). Масштаб осцилляций по порядку величины согласуется с углом перекоса θ , оцененным из условий возбуждения. Подобные результаты позже получены также в [9]. Численные расчеты для случая «косых» волн при наличии некоторого среднего эффективного угла θ между плоскостью фронта и невозмущенным полем H_0 (для цилиндрической геометрии) проведены в работе [12], их результаты обнаруживают качественное согласие с экспериментом.

Таким образом, проблема ударных волн включает в себя широкий круг физических явлений: дисперсия плазменных колебаний, микроскопические неустойчивости, «бесстолкновительное» затухание и т. д.

Помимо познавательного значения интерес к бесстолкновительным ударным волнам в значительной мере обусловлен тем, что неустойчивости, развивающиеся во фронте волны, и обнаруженное явление так называемого «опрокидывания» сильных ударных волн могут привести к эффективной диссипации энергии и нагреву плазмы. Указанные явления имеют также большое значение для понимания процессов, протекающих в межпланетной среде, например, взаимодействие «солнечного ветра» с магнитным полем Земли. К сожалению, в космических экспериментах пока еще не исследована структура ударной волны и ее ширина. В то же время растущий поток работ, выполненных на спутниках и ракетах, по-видимому, позволит сделать это в ближайшее время.

Поступила в редакцию
16/XII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. З. Сагдеев.—Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 4, М., Атомиздат, 1958, стр. 384.
2. В. Д. Плетнев, Г. А. Скуридин, Л. С. Чесалин. Космические исследования, 1965, 3, 3, 408.
3. Р. С. Sonett et. al. Phys. Rev. Letters, 1965, 13, 5.
4. А. М. Искольдский, Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин, А. Г. Пономаренко. ЖЭТФ, 1964, 46, 8; Ю. Е. Нестерихин. Докт. дисс., ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1965.
5. Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин, В. И. Пильский, Р. З. Сагдеев. 2-я Международная конференция по физике плазмы, Калэм (Англия), CN 21/218, 1965.
6. Дж. Пауль, Л. Холмс, М. Паркинсон, Дж. Шеффилд. 2-я Международная конференция по физике плазмы, Калэм (Англия), 1965.
7. У. Асколи-Бартоли, С. Мартеллуччи, М. Мартоне. 2-я Международная конференция по физике плазмы, Калэм (Англия), 1965.
8. С. П. Загородников, Л. И. Рудаков, Г. Е. Смолкин, Г. В. Шолин. ЖЭТФ, Письма в редакцию, 1965, 2, 5, 238.
9. В. Д. Русанов, В. П. Смирнов. ЖЭТФ, Письма в редакцию, 1965, 2, 8, 365.
10. J. Adlam, J. Allen. Proc. Phys. Soc., 1960, 75, 640.
11. К. W. Morton. J. Fluid Mech., 1962, 14, 369.
12. Ю. А. Березин. ПМТФ, 1965, 5, 116.
13. Р. В. Половин. УФН, 1960, 72, 1.
14. F. Hoffmann, E. Teller. Phys. Rev., 1950, 80, 4.
15. В. Д. Шафранов. ЖЭТФ, 1957, 32, 6, 1453.
16. Р. З. Сагдеев. ЖТФ, 1961, 31, 1185.
17. Р. З. Сагдеев.—Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, М., Атомиздат, 1964.
18. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев. Ядерный синтез, 1961, 1, 92.
19. J. Adlam, J. Allen. Phil. Mag., 1958, 29, 448.
20. L. Davis, R. Lüst, A. Schlüter. Zs. Naturforsch., 1958, 13a, 916.
21. Б. Б. Кадомцев.—Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, М., Атомиздат, 1964.
22. R. Z. Sagdeev. Proc. of the Symposium on Electromagnetics and Fluid Dynamics of Gaseous Plasma, N. Y., 1961.
23. А. П. Казанцев. ЖЭТФ, 1963, 44, 1283.
24. В. Д. Шафранов.—Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3, М., Атомиздат, 1964.
25. Р. З. Сагдеев. Симпозиум по прикладной математике, Нью-Йорк, 1965.
26. А. М. Искольдский, Р. Х. Куртмуллаев, В. Н. Лукьянов, Ю. Е. Нестерихин, А. Г. Пономаренко. Магнитная гидродинамика, 1965, 2, 35.
27. А. М. Искольдский, Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин, В. И. Пильский, А. Г. Пономаренко. ПМТФ, 1965, 5, 118.
28. U. Ascoli — Bartoli, A. de Angelis, S. Matrellucci. Nuovo Cimento, 1960, 18, 1116.
29. П. И. Блинов, С. П. Загородников, Г. Е. Смолкин, Г. В. Шолин. ЖЭТФ, 1964, 46.
30. Р. Х. Куртмуллаев. Канд. дисс., ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1965.
Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин, В. И. Пильский, А. Г. Пономаренко. ТВТ, 1964, 6, 837.
31. Р. Х. Куртмуллаев, Ю. Е. Нестерихин, А. Г. Пономаренко. ЖТФ, 1964, 34, 189.
32. A. Kolb. Rev. Mod. Phys., 1960, 32, 748.
33. K. Hain, G. Hain, K. V. Roberts, S. J. Roberts, Köppendörfer. Zs. Naturforsch., 1960, 15a, 1039.
34. С. И. Брагинский, И. М. Гельфанд, Р. П. Федоренко.—Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 4, М., Изд-во АН СССР, 1958.
35. Ю. А. Березин. ПМТФ, 1966, 1, 96.
36. R. Patrick. Phys. Fluids, 1960, 3, 321.
37. M. Camac, A. R. Kantrowitz, M. M. Litvak, R. M. Patrick, H. E. Petschek. Nuclear Fusion, 1962, Supplement, p. 2, 432.
38. М. С. Иоффе и др. 2-я Международная конференция по физике плазмы, Калэм (Англия), 1965.