1966 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том XXXVI, в. 11
1966 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. XXXVI, № 11

УДК 533.9

ОБ АНОМАЛИЯХ УХОДА ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ ИЗ ПРОБКОТРОНА ИЗ-ЗА НАЛИЧИЯ „КОНУСА ПОТЕРЬ"

А. А. Галеев

1. Неустойчивости плазмы в пробкотроне, обязанные наличию „конуса потерь" в распределении частиц по скоростям, накладывают весьма сильные ограничения на плотность устойчиво удерживаемой в ловушке плазмы [1, 2]. Если плотность превышает критическую, то в плазме развиваются интенсивные электростатические колебания с частотами ω и длинами волн в интервалах

$$\left.\begin{array}{c}\Omega_H \ll \omega \ll \omega_H, \quad k_\perp R_H \gg 1 \gg k_\perp \rho_H, \\ \dfrac{\omega}{k_\parallel} \gg \sqrt{\dfrac{T_{\parallel e}}{m}},\end{array}\right\} \tag{1}$$

где Ω_H, R_H; ω_H, ρ_H — циклотронная частота и радиус ионов и электронов соответственно. В длинных ловушках развиваются колебания с $k_\parallel \neq 0$ [1], в коротких — колебания желобкового типа $k_\parallel \equiv 0$ [2].

Наличие этих колебаний приводит к аномально быстрой диффузии ионов в конус потерь и дальнейшему выходу через магнитные пробки из ловушки. Исследование нелинейной стадии этой микронеустойчивости позволило оценить характерные времена ухода частиц как из длинных [3], так и из коротких [4] ловушек.

Однако детального рассмотрения картины ухода частиц и релаксации их распределения по скоростям проведено не было. Исключение составляет лишь случай ловушек длиной $L > v_{\parallel i}\tau$ ($v_{\parallel i}$ — тепловая скорость ионов вдоль магнитного поля; τ — характерное время диффузии ионов в конус потерь). Для него легко находится квазистационарное распределение частиц с заполненным конусом потерь, к которому стремится начальное распределение в пределе $t \to \infty$ [4]. Между тем именно детальное исследование релаксации распределения частиц в процессе их ухода и его устойчивости могло бы объяснить некоторые аномалии ухода плотной плазмы из ловушек с магнитными пробками [5]. Поэтому здесь мы и обратимся к этой задаче. Поскольку развивающиеся в результате неустойчивости колебания распространяются почти поперек магнитного поля H_0 ($k_\parallel \ll k_\perp$), то ионы плазмы почти не меняют своего импульса при движении вдоль силовых линий H_0. Вследствие этого процесс релаксации носит характер одномерной диффузии в пространстве поперечной энергии ионов (фаза вращения ионов вокруг силовой линии выпадает из-за аксиальной симметрии распределения по скоростям, а диффузия частиц поперек силовых линий оказывается малой по сравнению с выходом частиц через конус потерь [4]). С другой стороны, ион не может покинуть ловушку до тех пор, пока его поперечная скорость превышает определенную долю от продольной $v_\perp^2 > \frac{Rv_\parallel^2}{R-1} = \alpha_\parallel^2 v_\parallel^2$ (R — пробочное отношение). Поэтому для выхода из ловушки ион часть своей поперечной энергии передает колебаниям, а колебания в свою очередь более энергичным ионам, остающимся в ловушке. Это приводит к возрастанию средней поперечной энергии ионов в ловушке $T_{\perp i}$ (при почти не меняющейся продольной $T_{\parallel i}$) по мере уменьшения плотности и сваливанию плазмы в центральную область ловушки $\left(\text{изменение поля } \Delta H_0 \text{ не должно превышать величины порядка } \mu_\perp \Delta H_0 \sim T_{\parallel i}, \text{ где } \mu_\perp = \frac{T_{\perp i}}{H_0}\right)$. При этом степень анизотропии будет увеличиваться приблизительно обратно пропорционально плотности $n_0\left(\frac{T_{\perp i}}{T_{\parallel i}} - \alpha_\parallel^2\right) \approx n_0^{(0)}\left(\frac{T_{\perp i0}}{T_{\parallel i0}} - \alpha_\parallel^2\right)$. Релаксация столь сильно анизотропного распределения ионов по энергиям к термодинамически равновесному может происходить лишь благодаря развитию колебаний, обладающих сравнительно большим импульсом вдоль магнитного поля ($k_\parallel \sim k_\perp$). Обмен такими колебаниями приводил бы к интенсивной трансформации поперечной энергии в продольную и, следовательно, быстрому уходу весьма энергичных частиц $Mv_\parallel^2 \sim T_{\perp i}$ вдоль силовых линий. Чтобы не усложнять задачу, мы рассмотрим лишь случай коротких ловушек длиной $L < L_{cc} = 10^4 \lambda_D \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2}}$ (λ_D — дебаевский радиус; ω_p — плазменная частота электронов), в которых затруднено развитие конвективных мод [1]. Такой выбор определяется лишь наличием экспериментальных данных для коротких ловушек [5] и отсутствием для длинных.

2. Для холодных электронов $T_{\parallel e} \ll T_{\parallel i}$ мы можем воспользоваться дисперсионным уравнением из работы Харриса [6], обобщив его на случай неоднородной в направлении оси x плазмы

$$1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{k_\parallel^2}{k^2} + \frac{\omega_p^2}{k^2}\frac{k_y \nabla n_0}{\omega_H \omega n_0} + \frac{\Omega_p^2}{k^2}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{0i}(0, v_\parallel)\, dv_\parallel + \sum_{l=-\infty}^{+\infty}\int_0^\infty v_\perp dv_\perp \times \right.$$
$$\left. \times \int_{-\infty}^{+\infty} dv_\parallel \frac{J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_H}\right)\left[\left(\omega \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} + \frac{k_y \nabla n_0}{n_0 \Omega_H}\right) + k_\parallel v_\parallel \left(\frac{\partial}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right)\right] f_{0i}}{\omega - k_\parallel v_\parallel + l\Omega_H + i0}\right\}. \quad (2)$$

Раскачка продольных колебаний в однородной анизотропной холодной плазме впервые была рассмотрена Харрисом [6] и обобщена затем на случай конечной температуры [7, 8] в предположении максвелловского распределения ионов по скоростям с различной поперечной и продольной температурами. Мы откажемся здесь от последнего предположения и рассмотрим также распределения с вырезанным конусом потерь, реализующиеся в ловушках с магнитными пробками. Кроме того, мы более тщательно, чем в работах [7, 8], учтем стабилизирующее влияние конечной длины на сносовые неустойчивости.

Из уравнения (2) видно, что анизотропия становится существенной при $T_{\perp i} \gg T_{\parallel i}$. Эффекты, связанные с малой анизотропией распределения ионов по скоростям, удается выделить благодаря наличию конуса потерь в интервале волновых чисел, где

$$0 \approx \left\langle \frac{\partial J_l^2}{v_\perp \partial v_\perp} \right\rangle \ll \sqrt{\frac{m}{M}} \frac{T_{\perp i}}{T_{\parallel i}} \langle J_l^2 \rangle. \quad (3)$$

Здесь угловые скобки служат для обозначения усреднения по ионному распределению

$$\langle\psi(v)\rangle = \int \psi(v) f_{0i}(v)\, dv. \tag{4}$$

На основании уравнения (2) легко убедиться, что возможна раскачка резонансными ионами колебаний однородной плазмы в сильном магнитном поле $\omega \approx \pm \frac{\omega_p k_{\|}}{k} \approx l\Omega_H$[8]. Однако, как отмечено в работе [1], уменьшение фазовой скорости волны в области пробок ведет к интенсивному затуханию ее на электронах. Поэтому в коротких ловушках такие колебания не могут развиваться [1] и мы вправе пренебречь тепловым разбросом.

Пренебрегая в довершение всего неоднородностью плазмы и эффектами нарушения квазинейтральности, приводящими также к быстрому сносу возмущений в область пробок, мы значительно упрощаем уравнение (2)

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\Omega_p^2}{(\omega - l\Omega_H)^2} \int d\mathbf{v} J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_H}\right)\left(1 + v_{\|}^2 \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right) f_{0i} \approx 0. \tag{5}$$

Заметим, что в отличие от работ [7, 9] последнее справедливо теперь и для небольшой анизотропии $T_{\perp i} \leqslant T_{\| i}$ из-за эффектов конуса потерь. В приближении (5) частота и инкремент не зависят от $k_{\|}$ и групповая скорость возмущений вдоль поля равна нулю. Кроме того, в силу (3) фиксировано и значение инкремента

$$\gamma \approx l\Omega_H \sqrt{\frac{m}{M}\langle J_l^2\rangle}. \tag{6}$$

Ограничения на отклонение от квазинейтральности, величину неоднородности и тепловое движение ионов, приводящих к сносу колебаний в область пробок, мы находим из условия нелинейной неустойчивости [4]

$$\frac{\gamma L}{\frac{\partial \omega}{\partial k_{\|}}} \geqslant \frac{1}{2}\Lambda,$$

где Λ — величина порядка кулоновского логарифма $\Lambda_0 \approx \ln \frac{\lambda_D T_{\perp i}}{e^2}$; λ_D — дебаевский радиус ионов; $\lambda_D^2 = \frac{T_{\perp i}}{M\Omega_p^2}$. Приведенное здесь неравенство в некоторых благоприятных для отражения волн от области „магнитных пробок“ случаях удается ослабить лишь примерно на 2 [10]. Поэтому для практических оценок можно пренебречь этим обстоятельством и оценить величину каждого из перечисленных выше эффектов, приводящих к сносу волн вдоль поля, на основании этого грубого критерия

$$\left(\frac{k_{\|}\omega_p}{kl\Omega_H}\right)^2 k_{\|} L \geqslant \frac{1}{2}\Lambda, \tag{7}$$

$$\left(\frac{k_{\|}^2 n_0 M}{k_y \nabla n_0 l m}\right) k_{\|} L \geqslant \frac{1}{2}\Lambda, \tag{8}$$

$$\left(m\langle J_l^2\rangle \frac{T_{\perp i}}{m T_{\| i} k_{\|}^2 R_H^2}\right) k_{\|} L \geqslant \frac{1}{2}\Lambda, \tag{9}$$

$$k_{\|} > \frac{\pi}{L}. \tag{9a}$$

Последнее неравенство (9а) диктуется конечной геометрией системы. Замечая, что неравенство (7) не может нарушиться в результате развития дрейфово-конусной неустойчивости в силу приблизительного соотношения $n_0 R_H^2 \simeq \text{const}$, мы находим границу неустойчивости из (8) и (9)

$$L > L_{ca1} \approx \frac{1}{2} \Lambda \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_{\parallel i}}{T_{\perp i}}\right)^{3/4} \frac{\left(k_y R_H^6 \frac{\nabla n_0}{n_0}\right)^{1/4}}{\langle J_l^2 \rangle^{3/4}}, \tag{10}$$

при дополнительных условиях [4, 11]

$$D_\perp \nabla^2 n_0 \approx \frac{cT_{\perp i}}{eH_0} \frac{R_H \nabla n_0}{n_0} \nabla^2 n_0 \sim \text{const}\, n_0, \tag{11}$$

$$n_0 T_{\perp i} \sim n_0^{(0)} T_{\perp i0}. \tag{12}$$

Кроме того, в силу (9) и (9а) имеется ограничение на начальную продольную энергию $T_{\parallel i}$

$$\frac{m \Omega_H^2 L^2}{\pi^2 T_{\parallel i}} \langle J_l^2 \rangle \geqslant \frac{1}{2} \Lambda. \tag{13}$$

Отсюда следует, что критическая длина падает с уменьшением плотности $L_{ca1} \sim n^{1/4}$. Сносовый характер неустойчивости обусловливает резкий срыв плотности плазмы при достижении ее критического значения $n_0 \leqslant n_{ca1}$ $\left(\text{последнее очень сильно зависит от начальной анизотропии } n_{ca} \sim \left(\frac{T_{\perp 0i}}{T_{\parallel i}}\right)\right)$. Однако плотность может уменьшиться в процессе срыва лишь до определенного предела n_{ca2}, определяемого неравенствами (7), (9)

$$L_{ca2} > \frac{1}{2} \Lambda \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_{\parallel i}}{T_{\perp i}}\right)^{3/4} \frac{\left(k R_H^3 \frac{\Omega_H}{\Omega_p}\right)^{1/2}}{\langle J_l^2 \rangle^{3/4}}. \tag{14}$$

В связи с этим заметим, что при недостаточной начальной анизотропии может оказаться, что $n_{ca1} < n_{ca2}$ $\left[\text{это имеет место при } \left(\frac{\Omega_p}{\Omega_H}\right)_{ca1} < \left(\frac{n_0 k_y}{\nabla n_0}\right)^{1/2}\right]$ и срыва не произойдет. Наконец, для справедливости описанной здесь картины нужно потребовать, чтобы критическая длина (10) была меньше, чем для конусной неустойчивости [1], ибо мы ограничились рассмотрением коротких ловушек. Это справедливо при небольших плотностях или большой анизотропии.

3. В заключение работы обсудим кратко явления, наблюдающиеся на эксперименте [5] в свете описанной здесь точки зрения на процесс развития дрейфово-конусной неустойчивости. Для типичных параметров плазмы в начальном состоянии

$$n_0^{(0)} = 10^{11} \text{ см}^{-3}, \quad T_{\parallel i} \approx 25 \text{ эв}, \quad \frac{RT_{\parallel i}}{R-1} \approx T_{\perp i} \approx 0.5 \text{ кэв},$$

$$L = 120 \text{ см}, \quad \frac{2n_0}{\nabla n_0} \sim \Phi = 15 \text{ см}, \quad H_0 = 4 \text{ кэ}, \quad R = 1.5$$

длина установки оказывается меньше критической, необходимой для развития косых возмущений $k_\parallel \neq 0$ из-за неравновесности плазмы, связанной с наличием конуса потерь [1]. Поэтому в плазме могут развиваться лишь возмущения желобкового типа [2], которые приводят сначала к экспоненциальному спаду плотности с постоянной времени $\tau \approx$

$\approx 10 \cdot \Omega_H^{-1} \left(\frac{n}{R_H \nabla n}\right)^{5/2} \approx 10^{-4}$ сек. [4], а затем по мере увеличения анизотропии к более медленному степенному спаду. При этом при малой продольной энергии $T_{\| i}$ (по сравнению с поперечной $T_{\perp i}$) ионы не могут уходить далеко от центра ловушки. Затем при уменьшении плотности ниже критической n_{ca1} (10) может развиваться анизотропная неустойчивость, приводящая к повороту вектора скорости ионов. Последнее обстоятельство может служить объяснением того факта, что при плотностях порядка $n_{ca1} \sim 5 \cdot 10^9$ см$^{-3}$ происходит резкое уменьшение плотности плазмы в ловушке, сопровождающееся всплеском электромагнитного излучения вблизи циклотронных частот, рассчитанных по величине поля в центре ловушки, и выходом вдоль силовых линий очень энергичных частиц $Mv_{\|}^2 \sim T_{\perp i}$. Определение критической плотности из (10) невозможно ввиду очень сильной ее зависимости от неизвестной начальной анизотропии и точного коэффициента при Λ в условиях нелинейной неустойчивости (7)—(9). Что касается критической длины, то при плотностях $\sim 5 \cdot 10^9$ см$^{-3}$ она оказывается при принятых здесь параметрах плазмы порядка $L_{ca1} \approx 30$ см. Последнее обстоятельство можно было бы объяснить концентрацией плазмы вблизи центра ловушки. Однако приведенное здесь сравнение теории с экспериментом не претендует на доказательность. Так, большинство скачков плотности происходит уже в стадии устойчивого удержания, где основной причиной ухода является перезарядка. В этих случаях уменьшение критической длины (10) нельзя объяснить увеличением анизотропии. Скорее всего это уменьшение обязано уходу очень быстрых частиц из-за перезарядки, что уменьшает температуру плазмы при неизменной анизотропии. Все сказанное поэтому позволяет рассматривать изложенную теорию как умозрительную модель, допускающую аномальное поведение плазмы в процессе распада.

Автор благодарен Р. З. Сагдееву за многочисленные обсуждения задачи и ценные советы.

Литература

[1] M. N. Rosenbluth, R. F. Post. Phys. Fluids, *8*, 547, 1965. — [2] M. N. Rosenbluth. Flute type instabilities of losscone velocity space distributions, presented at Annual Sherwood theoretical Meeting, Princeton University, Princeton, New Jersey, April, 22—23, 1965. — [2] А. А. Галеев. ЖЭТФ, *49*, 672, 1965. — [4] А. А. Галеев. Доклад СN№ 21/214 на конференции по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, Калэм, 6—10 сентября, 1965. — [5] Ю. В. Готт, М. С. Иоффе, Е. Е. Юшманов. Доклад СN№ 21/143 на конференции по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, Калэм., 1965. — [6] E. G. Harris. J. Nucl. Energy, *C-2*, 138, 1961. — [7] В. И. Пистунович. Атомная энергия, *14*, 72, 1963. — [8] Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров и В. И. Пистунович. Ядерный синтез, *3*, 30, 1963. — [9] L. S. Hall, W. Heckrotte, T. Kammash. Phys. Rev., *139A*, 1117—1137, 1965. — [10] R. E. Aamodt, D. L. Book. Critical length determination for convective instabilities in weakly inhomogeneous plasmas, General Atomic Report GA-6515, July (submiited to Phys. Fl.), 1965. — [11] А. Б. Михайловский. Ядерный синтез, *5*, 125, 1965.

Поступило в Редакцию
26 ноября 1965 г.