1966 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том XXXVI, в. 12

1966 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. XXXVI, № 12

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ ПРИ НАЛИЧИИ ФЛУКТУИРУЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ

Г. М. Заславский и *С. С. Моисеев*

Обычно при исследовании устойчивости плазмы задача сводится к отысканию спектров колебаний путем решения некоторой граничной задачи. В ряде случаев вопрос усложняется наличием параметров, которые могут принимать различные случайные значения. Причиной этого может быть наличие интенсивного начального флуктуационного фона либо развитый вследствие неустойчивости турбулентный фон. Исследование спектра случайных параметров проводится в настоящее время не только теоретически, но и экспериментально (см., например, [1, 2]). Таким образом, возникает вопрос об исследовании устойчивости состояний плазмы в том случае, когда некоторые физические величины, входящие в задачу, являются случайными. Ниже в предположении, что спектр шумов известен, предлагается метод решения задачи об устойчивости. Конкретно рассматривается устойчивость при наличии кривизны силовых линий магнитного поля. В работах [3, 4] было показано, что наличие возмущений магнитного поля может приводить к стохастическому механизму разрушения магнитных поверхностей в установках типа стелларатора. Такую ситуацию (по крайней мере на начальной стадии процесса) можно интерпретировать как появление дополнительной случайной силы, действующей на частицы плазмы, за счет флуктуирующей кривизны силовых линий магнитного поля.

Уравнение, описывающее „желобковые“ возмущения плазмы, имеет хорошо известный вид

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}+k^2\left(\frac{gk_0}{\omega^2}-1\right)\varphi=0, \tag{1}$$

где φ — возмущение потенциала электрического поля; k — проекция волнового вектора в направлении, перпендикулярном градиенту начальной плотности n_0 и внешнему магнитному полю, $k_0\equiv\frac{1}{n_0}\frac{dn_0}{dx}$; ω — частота возмущения, взятого в виде $\sim e^{i\omega t}$; ось x направлена вдоль неоднородности n_0; g — потенциал эффективного поля тяжести, моделирующего, как обычно, учет кривизны силовых линий магнитного поля. Представим g в виде

$$g=g_0+g_1(x),$$

где g_0 связано с „регулярной“ частью кривизны, а g_1 — с флуктуирующей. В случае, когда $g_1=0$, неустойчивость развивается с инкрементом [5]

$$\nu=\sqrt{|gk_0|},\quad (gk_0<0)$$

и при $gk_0>0$ отсутствует.

Задача об отыскании спектра частот колебаний ω эквивалентна задаче об отыскании спектра уравнения Шредингера с энергией

$$E = k^2 \left(\frac{g_0 k_0}{\omega^2} - 1 \right) \tag{2}$$

и случайным потенциалом

$$U(x) = \frac{k^2 k_0}{\omega^2} g_1(x). \tag{3}$$

Характеристикой спектра является плотность состояний

$$\rho(E) = \frac{dN(E)}{dE},$$

где N — число состояний с энергией $< E$.

Предположим далее, что $g_1(x)$ представляет собой белый гауссовский шум, т. е.

$$\langle g_1(x) \rangle = 0; \quad \langle g_1(x) g_1(x') \rangle = G^2 \delta(x - x'). \tag{4}$$

Определение $\rho(E)$ для случая (4) проводилось в [6].

Воспользовавшись результатами работы [6], имеем

$$N(E) = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{E} \sigma^{-1/3} \{[Ai(-\sigma^{2/3})]^2 + [Bi(-\sigma^{2/3})]^2\}^{-1},$$

где

$$\sigma = \frac{2E^{3/2}}{U_0^2}; \quad U_0^2 = \frac{k^2 k_0}{\omega^2} G^2, \tag{5}$$

Ai, Bi — функции Эйри. Подчеркнем, что величина $N(E)$ является самоусредняющейся величиной и ее значение для любой конкретной реализации случайного процесса $g_1(x)$ мало отличается от величины, получаемой в результате усреднения по случайному процессу $g_1(x)$. Кроме того, $N(E)$ не зависит от конкретного выбора граничных условий. Существенным является то обстоятельство, что при $E < 0$ для $\sigma \ll 1$ величина $N(E)$ экспоненциально мала. Это означает, что существенный вклад в явления переноса (и, в частности, в диффузию) дают только состояния, для которых $\rho(E)$ заметно отлично от нуля. Естественно считать поэтому границей интересующего нас спектра E в области $E < 0$ значения

$$\sigma \geqslant 1. \tag{6}$$

Это, в частности, означает, что имеется конечное число состояний с $E < 0$ в отличие от случая $g_1 = 0$, где спектр возможных состояний существует только при $E > 0$.

Воспользуемся формулой (6) для определения спектра частот ω возможных колебаний. Подставляя (2), (5) в (6), имеем

$$\left(\frac{k^4 k_0^2 G^2}{\omega^4} \right)^{2/3} \sim k^2 \left(1 - \frac{g_0 k_0}{\omega^2} \right) > 0. \tag{7}$$

Отсюда

$$\nu = \frac{\sqrt{|g_0 k_0|}}{1 - k \dfrac{G^2}{g_0^2}}, \quad (g_0 k_0 < 0), \tag{8}$$

$$\nu = \sqrt{g_0 k_0}\, k \frac{G^2}{g_0^2}, \quad \left(g_0 k_0 > 0;\ k \frac{G^2}{g_0^2} \ll 1 \right). \tag{9}$$

В случае (8), соответствующем обычным условиям развития желобковой неустойчивости, наличие случайного поля кривизны приводит к увеличению инкремента. Обратим внимание на то, что в случае (9), когда $g_0 k_0 > 0$, также развивается неустойчивость, связанная с появлением диссипативного фактора за счет флуктуирующего поля кривизны.

Литература

[1] А. К. Березин, Я. Б. Файнберг, Л. И. Болотин, Г. П. Березина, И. А. Безъязычный, Ю. М. Ляпкило, Е. В. Лифшиц. Доклад на Международной конференции, Калэм, 1965. — [2] Н. С. Бучельникова. Доклад на VII Международной конференции по явлениям в ионизованных газах, Белград, 1965. — [3] M. N. Rosenbluth, R. Z. Sagdeev, I. B. Taylor, G. M. Zaslavski. Nuclear Fusion, *6*, № 4, 1966. — [4] Б. В. Чириков. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1966. — [5] B. I. Halperin. Phys. Rev., *139*, 104A, 1965. — [6] Г. М. Заславский, В. Л. Покровский. ЖЭТФ, № 8, 1966.

Новосибирский государственный университет

Поступило в Редакцию 27 июля 1966 г.

УДК 537.525.1

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ РАЗРЯДА В АРГОНЕ

Ю. М. Каган, В. М. Миленин и *Н. К. Митрофанов*

В работе [1] описана схема, дающая возможность измерять распределение электронов по энергиям в условиях шумящей плазмы. Это позволило измерить распределения электронов по энергиям в условиях, не-

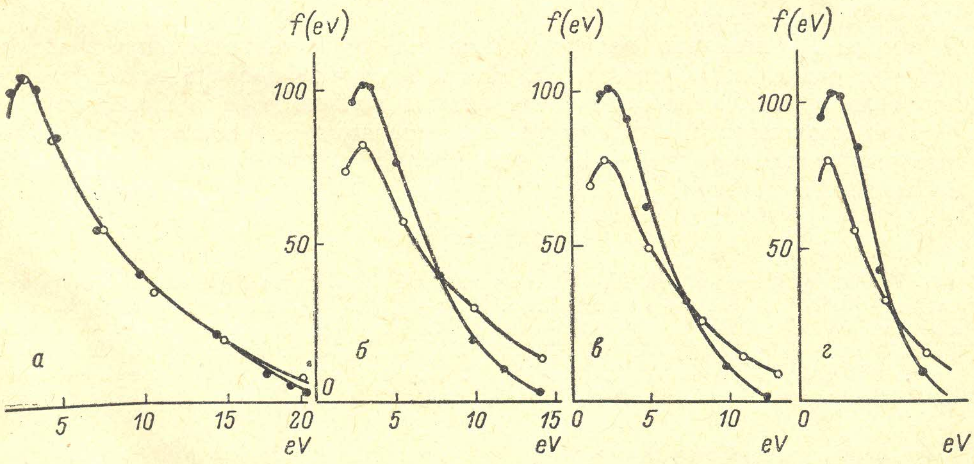

Рис. 1. Функции распределения по энергиям в аргоне.

а — $p = 0.03$ мм рт. ст., $i = 300$ ма; *б* — $p = 0.1$ мм рт. ст., $i = 300$ ма, $n_e = 3.8 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$, $\bar{\varepsilon} = 4.4$ эв; *в* — $p = 0.5$ мм рт. ст., $i = 300$ ма, $n_e = 1 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$, $\bar{\varepsilon} = 3.6$ эв; *г* — $p = 1$ мм рт. ст., $i = 300$ ма, $n_e = 1.8 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$, $\bar{\varepsilon} = 2.6$ эв. Светлые точки — максвелловское распределение.

доступных для измерений с помощью обычной схемы [2] из-за наличия интенсивных шумов. Так, в работе [1] были измерены распределения электронов по энергиям в смеси ртути с аргоном и криптоном в широком диапазоне давлений и токов. В настоящей работе произведены измерения в положительном столбе разряда в аргоне в трубке $\varnothing = 23$ мм в интервале давлений от 0.03 до 4.5 мм рт. ст. при токах $I = 100$ и $I = 300$ ма. Типичные кривые распределения приведены на рис. 1.