

Июль

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РОЖДЕНИЕ ПАР ЧАСТИЦ

V. H. Байер, B. C. Фадин, B. A. Хозе

С помощью метода инвариантного интегрирования тензоров рассмотрены сечения электромагнитного рождения пар частиц. Вычислено сечение электромагнитного рождения пары частиц при взаимодействии фотона с заряженной частицей, причем учтена отдача и вклад дисперсионных диаграмм. Найдено точное сечение аннигиляции пары частиц в две пары заряженных частиц. Выполнено интегрирование комптоновского тензора четвертого ранга по конечным состояниям пары фермионов.

### 1. Введение

Процессы тормозного излучения при столкновении заряженных частиц и образования пар частиц при взаимодействии фотона (или заряженной частицы) с заряженной частицей широко используются в настоящее время для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях, исследования электромагнитной структуры частиц и т. д. (см., например, [1, 2]). Ясно, что при этом теоретические сечения должны быть известны с достаточной степенью точности. С другой стороны, как известно, рассмотрение этих процессов связано с большими вычислительными трудностями. Точное сечение известно только для случая образования пары фотоном в поле ядра (формула Бете — Гайтлера). Для остальных случаев известны лишь приближенные выражения для сечений в разных предельных случаях.

В ряде предыдущих работ [3—6] были рассмотрены процессы тормозного излучения при столкновении двух заряженных частиц и излучения фотона при двухчастичной аннигиляции пары частиц с помощью метода, идея которого состоит в интегрировании отдельных частей диаграмм с использованием свойств релятивистской, калибровочной и зарядовой инвариантностей. С помощью этого метода могут быть получены интегральные (по паре родившихся частиц) сечения процессов, причем практически не требуется проводить весьма громоздкого вычисления дифференциальных сечений. С помощью этого метода могут быть вычислены также сечения электромагнитного рождения пар частиц. В дальнейшем мы будем считать все заряженные частицы различными, поскольку учет тождественности частиц приводит к резким усложнениям из-за наличия интерференции между вкладами прямых и обменных диаграмм. Правда, в случае рождения частиц в узкие конуса вдоль направлений движения начальных частиц вклад этих интерференционных членов оказывается весьма малым.

В разделе 2 вычислены сечения рождения пары фермионов со спином  $\frac{1}{2}$  или скалярных частиц при столкновении фотона и заряженной частицы. Получено точное сечение, дифференциальное по инвариантной массе пары заряженных частиц. Проведен анализ сечения с точки зрения исследования формфакторов частиц и проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях. В разделе 3 рассмотрен процесс аннигиляции пары частиц в две пары заряженных частиц. Вычислено точное сечение процесса, дифференциальное по инвариантным массам родивших-

ся пар, проведен анализ этого сечения и получено приближенное выражение для интегрального сечения. В разделе 4 проведено интегрирование комптоновского тензора четвертого ранга по конечным состояниям пары фермионов.

## 2. Рождение пары частиц при взаимодействии фотона с фермионом

Рассмотрим в низшем приближении теории возмущений рождение фотоном на фермионе со спином  $1/2$  пары частиц:  $\gamma + A \rightarrow A + B + \bar{B}$ . Оказывается, что можно единственным образом рассмотреть рождение скалярных частиц и фермионов со спином  $1/2$ . В случае, когда рождается пара фермионов, процесс представляется четырьмя диаграммами (рис. 1).

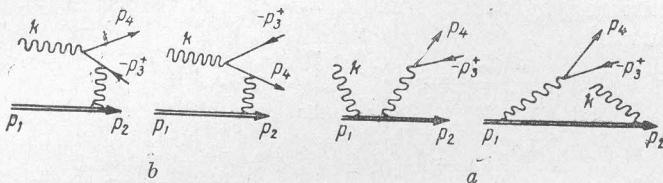


Рис. 1

Вычисление проинтегрированного по конечным состояниям родившейся пары сечения процесса (все частицы, участвующие в процессе, предполагаются неполяризованными) может быть проведено как в [3, 4]<sup>1)</sup>, причем соответствующие выражения получаются из формул статей [3, 4] заменой

$$k \rightarrow -k, \quad -p_2^+ \rightarrow p_2. \quad (2.1)$$

Сечение процесса представим в виде

$$d\sigma = d\sigma_a + d\sigma_b, \quad (2.2)$$

где  $d\sigma_a$  — вклад диаграмм *a* рис. 1,  $d\sigma_b$  — вклад диаграмм *b*; интерференционный член вкладов диаграмм *a* и *b*, проинтегрированный по конечным состояниям родившейся пары, точно так же, как в [3–5], обращается в нуль.

В дальнейшем мы должны провести интегрирование по конечным состояниям частицы *A* (в [3, 4] проводилось интегрирование по конечным состояниям фотона). Оказывается удобным перейти к ковариантным переменным:

$$\frac{d^3 p_2}{E_2} = \frac{d\Delta^2 d\Lambda^2 d\varphi}{4\kappa_1}. \quad (2.3)$$

Интегрирование по азимутальному углу  $\varphi$  выполняется тривиально, после чего сечение рождения пары можно представить в следующем виде (для выполнения преобразования (2.1) удобнее всего воспользоваться формулами (3.2), (3.4) из [5] и формулами (2.10), (2.21) из [4]).

Вклад диаграмм *b* в сечение

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_b}{d\Delta^2 d\Lambda^2} &= \frac{\alpha^3 \beta_0}{2\kappa_1^2} \frac{1}{\Lambda^4} \left\{ (2m^2 + \Lambda^2) \left[ c_1 + \frac{c_2 \Lambda^2 + c_3}{(k\Lambda)^2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\kappa_1 \kappa_2 \Lambda^2}{(k\Lambda)^2} \left[ c_1 + \frac{c_3 + c_4 \Lambda^2}{(k\Lambda)^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

<sup>1)</sup> В этом разделе используются обозначения предыдущих статей [3–5].

где для фермионов

$$\begin{aligned} c_1^F &= 1 - L_1, & c_2^F &= \Delta^2(1 - L_1/2), & c_3^F &= \mu^2(\Delta^2 c_1^F + 2\mu^2 L_1), \\ c_4^F &= 2\Delta^2 - (2\mu^2 + \Delta^2/2)L_1, \end{aligned} \quad (2.5)$$

для скалярных частиц

$$c_1^S = -1/2, \quad c_2^S = 1/2(\mu^2 L_1 - \Delta^2/2), \quad c_3^S = -1/2 c_3^F, \quad c_4^S = -1/2 c_4^F. \quad (2.6)$$

Здесь

$$\kappa_1 = -\kappa = (kp_1), \quad \kappa_2 = -\kappa' = (kp_2) = 1/2(\Lambda^2 - \Delta^2) + \kappa_1, \quad (2.7)$$

$$\Delta = p_3 + p_4^+, \quad \Lambda = p_1 - p_2, \quad \beta_0 = \left(\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}\right)^{1/2}, \quad L_1 = \frac{1}{\beta_0} \ln \frac{1 + \beta_0}{1 - \beta_0},$$

$\mu$  — масса частиц родившейся пары,  $m$  — масса частицы  $A$ . Вклад диаграмм  $a$  в сечение

$$\frac{d^2\sigma_a}{d\Delta^2 d\Lambda^2} = \frac{\alpha^3 \beta_0}{8\kappa_1^2 \Delta^2} \left[ D_1 - D_2 \frac{\beta_0^2}{3} \right] Z, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} Z = (\Delta^2 + 2m^2) &\left[ m^2 \left( \frac{1}{\kappa_1^2} + \frac{1}{\kappa_2^2} \right) + 2 \left( \frac{1}{\kappa_1} - \frac{1}{\kappa_2} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta^2 - 2m^2}{\kappa_1 \kappa_2} \right] + 2 \left( \frac{\kappa_1}{\kappa_2} + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

и для точечных фермионов

$$D_1^{0F} = 1, \quad D_2^{0F} = 1, \quad (2.10a)$$

а для точечных скалярных частиц

$$D_1^{0S} = 0, \quad D_2^{0S} = -1/2. \quad (2.10b)$$

Формула (2.8) справедлива и для рождения пары неточечных частиц, причем в этом случае  $D_1$  и  $D_2$  — известные функции формфакторов [4].

Переменные  $\Delta^2$  и  $\Lambda^2$  изменяются в следующих пределах:

$$4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq (\sqrt{s^2} - m)^2, \quad s^2 = (p_1 + k)^2 = 2\kappa_1 + m^2; \quad (2.11)$$

$$x_{min}^2 = \frac{\kappa_1(2\kappa_1 + \Delta^2)}{s^2} - \Delta^2 \pm \frac{\kappa_1}{s^2} [(2\kappa_1 - \Delta^2)^2 - 4m^2 \Delta^2]^{1/2}$$

(см. рис. 2; мы вводим новую переменную  $x^2 = -\Delta^2$ ).

Подставляя полученные выражения (2.4), (2.8) в (2.2), получаем точное выражение для сечения рождения частиц на точечном фермионе.

Важным является случай, когда пара точечных частиц рождается на частицах, обладающих известной электромагнитной структурой (рождение электрон-позитронных и мюонных пар на нуклонах и ядрах). Эту структуру легко учесть для вклада диаграмм  $b$ , вводя соответствующие формфакторы. Оказывается, что для этого случая можно выписать универсальную формулу для частиц  $A$  с произвольным спином [5, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_b}{d\Delta^2 d\Lambda^2} &= \frac{\alpha^3}{8\pi\kappa_1^2} \frac{1}{\Lambda^4} \left\{ \frac{\Lambda^2}{2} D_1^A (2a_1 - \Lambda^2 a_2) + \right. \\ &\left. + D_2^A \left[ a_1 \left( 2m^2 - \frac{\Lambda^2}{2} \right) + \frac{\Lambda^2}{2} (a_1 + \Lambda^2 a_2) \left( \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 - \kappa_2} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$a_1 = 4\pi\beta_0 \left[ c_1 + \frac{c_3 + c_2\Lambda^2}{(k\Lambda)^2} \right], \quad a_2 = 4\pi\beta_0 \frac{c_4 - c_2}{(k\Lambda)^2}, \quad (2.13)$$

где  $c_i$  даются формулами (2.5), (2.6), а  $D_1^A$  и  $D_2^A$  есть функции соответствующих формфакторов. Например, в случае, когда частица  $A$  — нуклон,

$$D_1^A = |F_1 + gF_2|^2, \quad D_2^A = |F_1|^2 - \frac{\Lambda^2 g^2}{4m^2} |F_2|^2; \quad (2.14)$$

здесь  $F_1, F_2$  — электромагнитные формфакторы нуклона. Соответствующие формулы для скалярной (например, ядро  $\text{He}^4$ ) и векторной (например, дейtron) частиц  $A$  приведены в [8].

Учет структуры частиц  $A$  для вклада диаграмм  $a$  рис. 1 значительно более сложен. По-видимому, одним из наиболее удобных подходов к решению этой задачи является введение неупругих формфакторов. Этот вопрос рассмотрен нами в [8], где приведено сечение процесса для диаграмм  $a$ , выраженное через неупругие формфакторы. Об этих формфакторах в настоящее время ничего не известно, и для них, вероятно, следует строить динамические модели. Этот вопрос предполагается исследовать в дальнейшем.

Большой интерес представляет соотношение между вкладами диаграмм  $a$  и  $b$  (предполагается, что частица  $A$  — точечный фермион)<sup>2)</sup>.

1. В случае, когда  $\kappa_1 \gg m^2, \mu^2$  получим

а) в полосе  $x_{min}^2 \leq x^2 \leq m^2$  всегда  $d\sigma_b \gg d\sigma_a$ , и именно эта полоса дает основной вклад в интегральное сечение процесса. В этой полосе при больших  $\Delta^2$  соотношение между сечениями имеет вид

$$\frac{d\sigma_b}{d\sigma_a} \approx \frac{\kappa_1}{m^2} L_1; \quad (2.15)$$

б) в области  $4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq \mu\sqrt{\kappa_1}, 2\kappa_1 - 2m\sqrt{\kappa_1} \leq x^2 \leq x_b^2$

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_b} \sim \frac{\kappa_1^2}{\kappa_2 \Delta^2 L_1} \quad (2.16)$$

причем  $m^2 \leq \kappa_2 \leq m\sqrt{\kappa_1}$ , т. е. в этой области  $d\sigma_a \gg d\sigma_b$ . Относительный рост сечения  $d\sigma_a$  обусловлен малостью знаменателя пропагатора фермиона  $A$  и малостью величины  $\Delta^2$ ;

в) на прямой  $\Delta^2 = x^2$  при  $4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq \mu\sqrt{\kappa_1}$  имеем

$$\frac{d\sigma_b}{d\sigma_a} \approx \frac{\kappa_1^2}{\Lambda^4} L_1 \gg 1, \quad (2.17)$$

а вблизи точки пересечения прямой с верхней границей области

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_b} \sim \frac{\kappa_1}{m^2} \frac{1}{L_1} \gg 1 \quad (2.18)$$

В остальной части области, вообще говоря (с точностью до логарифма  $L_1$ ),  $d\sigma_a \sim d\sigma_b$ .

2. Если  $\kappa_1 \sim m^2, \kappa_1 \ll m^2 (\mu \ll m)$ , то почти во всей области изменения переменных (за исключением, может быть, области п. 1, б) будет  $d\sigma_b \gg d\sigma_a$ .

<sup>2)</sup> Вопрос о соотношении вкладов диаграмм  $a$  и  $b$  рассматривался также в [9] (для полностью дифференциального (с пятью дифференциалами) сечения) и в [10] (для сечения с двумя дифференциалами, но в предположении  $\kappa_1 / m^2 \ll 1$ ).

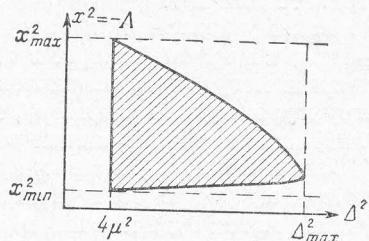


Рис. 2

Рассмотрим область, где вклад диаграмм  $b$  является доминирующим. Тогда для исследования электромагнитной структуры нуклонов (ядер) следует изучать сечение при больших передачах импульса  $\Lambda^2$ , причем величина  $\Delta^2$  может быть произвольной. Для исследования применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях следует изучать события, при которых по виртуальной линии фермиона родившейся пары передается большой импульс. Вообще говоря, этот импульс непосредственно не связан с величиной  $\Delta^2$ . Однако если рождение пары происходит под большим углом к направлению движения фотона и угол разлета компонент пары велик, то большому импульсу виртуальной линии соответствуют большие  $\Delta^2$ . Если же угол разлета компонент пары мал, то такого соответствия нет.

Таким образом, при определенных условиях (вклад диаграмм  $a$  можно учесть, по крайней мере, в приближении точечных частиц) приведенные сечения могут быть использованы как для исследования электромагнитной структуры нуклонов (ядер), так и для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях.

Значительный интерес представляет также точное электродинамическое сечение процесса (в отличие от известной формулы Бете — Гайлера учитываются отдача частицы  $A$  и вклад диаграмм  $a$ ). Выполняя интегрирование по  $\Lambda^2$ , получаем дифференциальное сечение по инвариантной массе родившейся пары:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_b}{d\Delta^2} = & \frac{\alpha^3 \beta_0}{2\kappa_1^2} \left\{ \frac{4(L_3 - L_2)}{\Delta^4} \left[ 2\kappa_1 \left( \kappa_1 - \frac{\Delta^2}{2} \right) c_1 + 2m^2 c_2 + \right. \right. \\ & + \left( 1 + \frac{4(m^2 - \kappa_1)}{\Delta^2} + \frac{8\kappa_1^2}{\Delta^4} \right) c_3 \left. \right] - c_1 L_2 + [(2\kappa_1 - \Delta^2)^2 - \right. \\ & \left. - 4m^2 \Delta^2]^{1/2} \left[ \frac{8\kappa_1}{\Delta^4} c_1 + \frac{2}{\Delta^2 \kappa_1} \left( 1 + \frac{2m^2}{\Delta^2} \right) \left( c_2 - \frac{c_4}{3} \right) + \frac{4c_3}{3\Delta^4 \kappa_1} \times \right. \\ & \times \left. \left( 1 + \frac{2(m^2 - 2\kappa_1)}{\Delta^2} + 34 \frac{\kappa_1^2}{\Delta^4} \right) + \frac{4c_4}{3\Delta^4} \left( \frac{4\kappa_1}{\Delta^2} - 1 \right) \right] \right\}, \quad (2.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_a}{d\Delta^2} = & \frac{\alpha^3 \beta_0}{8\kappa_1^2 \Delta^2} \left[ D_1 - D_2 \frac{\beta_0^2}{3} \right] \left\{ 2L_4 \left[ 2\kappa_1 - (2\kappa_1 + 2m^2 - \Delta^2) \frac{2m^2 + \Delta^2}{\kappa_1} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{4[(2\kappa_1 - \Delta^2)^2 - 4\Delta^2 m^2]^{1/2}}{\kappa_1} \left[ 2m^2 + \Delta^2 + \frac{\kappa_1^2 (2\kappa_1 + 2m^2 - \Delta^2)}{2(2\kappa_1 + m^2)^2} \right] \right\}, \quad (2.20) \end{aligned}$$

где

$$L_2 = \ln \frac{x_{max}^2}{x_{min}^2}, \quad L_3 = \ln \frac{\Delta^2 + x_{max}^2}{\Delta^2 + x_{min}^2}, \quad L_4 = \ln \frac{2\kappa_1 - \Delta^2 - x_{min}^2}{2\kappa_1 - \Delta^2 - x_{max}^2}. \quad (2.21)$$

Подставляя полученные выражения (2.19), (2.20) в формулу (2.2), получаем точное выражение для дифференциального по инвариантной массе рождающейся пары сечения рождения на фермионе пары фермионов со спином  $1/2$  или скалярных частиц. Ясно, что этим же способом просто получить сечение рождения пары заряженных частиц на скалярной и векторной частицах (ср. формулы (2.8), (2.12)).

Точное выражение для интегрального сечения процесса довольно громоздко, и поэтому мы рассмотрим здесь предельный случай, когда  $\kappa_1 \gg m^2, \mu^2$ . Тогда для рождения пары фермионов получаем

$$\sigma^F = \sigma_b^F = ar_0^2 \left( \frac{28}{9} \ln \frac{2\kappa_1}{m\mu} - \frac{218}{27} \right), \quad (2.22)$$

а для рождения пары скалярных частиц имеем

$$\sigma^S = \sigma_b^S = ar_0^2 \left( \frac{4}{9} \ln \frac{2\kappa_1}{m\mu} - \frac{26}{27} \right). \quad (2.23)$$

Полученные интегральные сечения обладают следующими важными особенностями: 1) с точностью до членов  $m^2/\kappa_1, m\mu/\kappa_1$  вклад в сечение дают только диаграммы  $b$ ; 2) приведенные выражения совпадают (в системе покоя частицы  $A$ ) с сечениями рождения соответствующей пары на кулоновском центре [11]. Оба эти фактора связаны с тем, что основной вклад в интегральное сечение дает область малых передач импульса  $\Delta^2$ :

$$x_{min}^2 \approx m^2 \Delta^4 / 4\kappa_1^2 \quad (2.24)$$

и в этом смысле диаграммы  $b$  можно назвать «периферическими». При малых  $\Delta^2$  сечение  $d\sigma_b$  резко возрастает (благодаря наличию множителя  $1/\Delta^4$ ), в то время как  $d\sigma_a$  меняется слабо, оставаясь малым. По этой причине вклад  $d\sigma_b$  в интегральное сечение оказывается доминирующим. Близость полюса по  $\Delta^2$  позволяет для вычисления главных вкладов в интегральное сечение  $\sigma_b$  использовать полюсное приближение (метод Вайцзекера — Вильямса) [12], причем областью интегрирования в полюсном приближении является интервал  $x_{min}^2 \leq x^2 \leq m^2$ . В то же время для диаграмм  $a$ , где  $\Delta^2 \geq 4\mu^2$ , этой «полюсной области» нет, так что для рассмотрения их вкладов метод Вайцзекера — Вильямса неприменим. Кроме того, при малых  $\Delta^2$  несущественна отдача, что и приводит к тому, что интегральное сечение, независимо от соотношения масс  $m$  и  $\mu$ , совпадает с сечением рождения пары на кулоновском центре.

### 3. Аннигиляция пары заряженных частиц в две пары

Метод, применявшийся при рассмотрении процессов аннигиляции пары с излучением фотона и рождения пары частиц фотоном, оказывается весьма продуктивным также и при рассмотрении процессов, когда этот фотон становится виртуальным. Такими процессами являются аннигиляция пары частиц в две пары заряженных частиц и рождение пары частиц при столкновении двух заряженных частиц. В низшем приближении теории возмущений такой процесс представляется шестью диаграммами (рис. 3; для определенности предполагается, что все частицы — разные фермионы со спином  $1/2$ ). Мы рассмотрим здесь процесс аннигиляции пары частиц в две пары. Вычисление сечения этого процесса является значительно более простым, чем вычисление сечения рождения пары частиц при столкновении двух частиц. Это связано с тем, что используемый метод основан на интегрировании вкладов отдельных фермионных линий, что особенно удобно при рассмотрении аннигиляционных процессов.

Матричный элемент процесса представим в виде

$$M = A \left[ \frac{(\bar{v}_4 \gamma^\nu u_2) (\bar{u}_5 \gamma_\alpha v_6) (\bar{u}_3 L_1^{\alpha\gamma} v_1)}{\Lambda_2^2 \Lambda_3^2} + \frac{(\bar{v}_4 L_2^{\beta\mu} u_2) (\bar{u}_3 \gamma_\mu v_1) (\bar{u}_5 \gamma_\beta v_6)}{\Lambda_1^2 \Lambda_3^2} + \right. \\ \left. + \frac{(\bar{v}_4 \gamma_\alpha u_2) (\bar{u}_3 \gamma_\mu v_1) (\bar{u}_5 L_3^{\mu\alpha} v_6)}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2} \right]. \quad (3.1)$$

Здесь

$$A = -ie^4(2\pi)^{-5}m_1m_2m_3(E_1E_2E_3E_4E_5E_6)^{-1/2}; \quad (3.2)$$

$$L_1^{\alpha\nu} = \gamma^\alpha \frac{-p_1^+ + \Lambda_2 + m_1}{\kappa_1} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{p_3 - \Lambda_2 + m_1}{\kappa_2} \gamma^\alpha,$$

$$L_2^{\beta\mu} = L_1^{\beta\mu}(1-2), \quad L_3^{\mu\alpha} = L_1^{\mu\alpha}(1-3), \quad (3.3)$$

где  $(1-2)$  означает  $-p_1^+ \rightarrow p_2, p_3 \rightarrow -p_4^+, m_1 \rightarrow m_2$ , а  $(1-3)$  есть  $-p_1^+ \rightarrow -p_6^+, p_3 \rightarrow p_5, m_1 \rightarrow m_3$ ; наконец,

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= p_1^+ + p_3, \quad \Lambda_2 = p_2 + p_4^+, \quad \Lambda_3 = p_5 + p_6^+, \quad \Lambda_2 = \Lambda_1 + \Lambda_3, \\ \kappa_1 &= \Lambda_2^2 - 2(p_1^+\Lambda_2), \quad \kappa_2 = \Lambda_2^2 - 2(p_3\Lambda_2). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Усредняя по спинам начальных частиц и суммируя по спинам конечных, получаем

$$\begin{aligned} \bar{S}_i S_f |M|^2 = & -\frac{|A|^2}{4} \left[ \frac{T_1}{\Lambda_3^4 \Lambda_2^4} + \frac{T_2}{\Lambda_1^4 \Lambda_3^4} + \frac{T_3}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^4} + \right. \\ & \left. + \frac{2T_4}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2 \Lambda_3^4} + \frac{2T_5}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^4 \Lambda_3^2} + \frac{2T_6}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^2 \Lambda_3^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь  $T_1, T_2, T_3$  — вклады соответственно диаграмм 1, 2, 3 (рис. 3);  $T_4, T_5, T_6$  — интерференционные члены. Нас интересует сечение, в котором

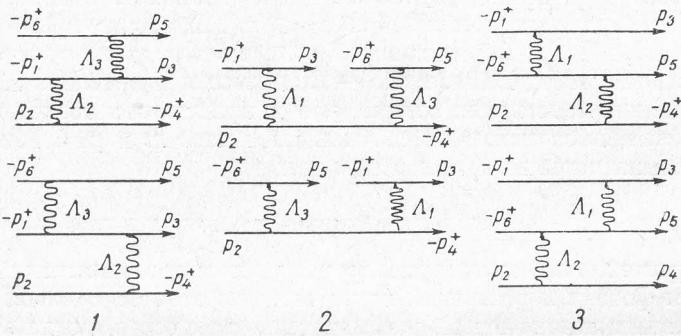


Рис. 3

выполнено интегрирование по конечным состояниям родившихся пар. При этом интегрировании вклады, содержащие интерференционные члены, обращаются в нуль. Действительно, представим эти вклады в виде

$$\begin{aligned} & \int d^4 \Lambda_1 \int \left[ \frac{T_4}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2 \Lambda_3^4} + \frac{T_5}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^4 \Lambda_3^2} + \frac{T_6}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^2 \Lambda_3^2} \right] \times \\ & \times \delta(\Lambda_2 - \Lambda_1 - p_5 - p_6^+) \delta(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3) \frac{d^3 p_1^+}{E_1^+} \frac{d^3 p_3}{E_3} \frac{d^3 p_5}{E_5} \frac{d^3 p_6^+}{E_6^+}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Величины  $T_4, T_5, T_6$  содержат интерференционный тензор  $K^{\nu\nu'\alpha}$  [3], антисимметричный по импульсам пары конечных частиц. Тогда, очевидно, интегралы, содержащие  $\delta$ -функции, обращаются в нуль (ср. формулу (2.39) статьи [3]).

Таким образом, мы должны рассмотреть только вклады  $T_1, T_2, T_3$ . Представим  $T_1$  в виде

$$T_1 = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} J_{2\nu\nu'} J_{3\alpha\alpha'} / m_1^2 m_2^2 m_3^2, \quad (3.7)$$

где

$$M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} / m_1^2 = \text{Sp} [L_1^{\alpha\nu} \Lambda_- (p_1^+) \bar{L}_1^{\alpha'\nu'} \Lambda_+ (p_3)] \quad (3.8)$$

— комптоновский тензор, пропорциональный сечению комптоновского рассеяния поляризованного тяжелого «фотона» с массой  $\Lambda_2^2$  в поляризованный тяжелый «фотон» с массой  $\Lambda_3^2$ , а

$$J_{2\nu\nu'} / m_2^2 = \text{Sp} [\gamma_\nu \Lambda_+ (p_2) \gamma_{\nu'} \Lambda_- (p_4^+)] \quad (3.9)$$

— токовый тензор.

Интегрирование по конечным импульсам  $p_5$ ,  $p_6^+$  может быть проведено, как в [3]:

$$\int \frac{d^3 p_6^+}{E_6} \frac{d^3 p_5}{E_5} \delta(\Lambda_3 - p_5 - p_6^+) J_{3\alpha\alpha'} = C_3 \left( g_{\alpha\alpha'} - \frac{\Lambda_3 \Lambda_{3\alpha'}}{\Lambda_3^2} \right), \quad (3.10)$$

$$C_3 = \frac{2\pi}{3} (\Lambda_3^2 + 2m_3^2) \left( \frac{\Lambda_3^2 - 4m_3^2}{\Lambda_3^2} \right)^{1/2}. \quad (3.11)$$

Вследствие калибровочной инвариантности комптоновского тензора

$$M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{3\alpha} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{3\alpha'} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{2\nu} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{2\nu'} = 0, \quad (3.12)$$

и вклад дает только свертка  $M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} g_{\alpha\alpha'} \equiv M_1^{\nu\nu'}$ .

Интеграл от члена, содержащего  $T_1$ , представим в виде (аналогичный подход использовался в [4])

$$\begin{aligned} B_{\nu\nu'} &= \int d^4 \Lambda_1 \frac{C_3}{\Lambda_2^4 \Lambda_3^4} \int M_1^{\nu\nu'} \delta(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3) \frac{d^3 p_1^+}{E_1} \frac{d^3 p_3}{E_3} = \\ &= \left( g^{\nu\nu'} - \frac{\Lambda_2^\nu \Lambda_2^{\nu'}}{\Lambda_2^2} \right) \int d^4 \Lambda_1 \frac{C_3}{\Lambda_2^4 \Lambda_3^4} f_1. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Для вычисления функции  $f_1$  достаточно свернуть обе части (3.13) с тензором  $g_{\nu\nu'}$ :

$$f_1 = \frac{1}{3} \int M_1^{\nu\nu'} g_{\nu\nu'} \delta(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3) \frac{d^3 p_1^+}{E_1} \frac{d^3 p_3}{E_3}. \quad (3.14)$$

Свернутый комптоновский тензор для случая, когда оба «фотона» являются тяжелыми, имеет вид

$$\begin{aligned} M_1 &= M_1^{\nu\nu'} g_{\nu\nu'} = 2\kappa_1^{-2} \{ m_1^2 + 2\kappa_1 (m_1^2 - (\Lambda_2 \Lambda_3)) + \\ &+ 2m_1^2 (2m_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) + \Lambda_2^2 \Lambda_3^2 \} + \text{члены } (p_1^+ \leftrightarrow p_3) + \\ &+ 8\kappa_1^{-4} \kappa_2^{-1} \{ 2m_1^4 + m_1^2 (\Lambda_2 \Lambda_3) + 1/2 \Lambda_1^2 (\Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) \}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Вычисление инвариантного интеграла от свернутого комптоновского тензора проще всего выполнить в  $\eta$ -системе частиц  $p_1^+$ ,  $p_3$ ; в итоге получаем:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{8\pi}{3} \beta_1 \left\{ 1 + \frac{1}{b^2 - a^2} [4m_1^4 + 2m_1^2 (\Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) + \Lambda_2^2 \Lambda_3^2] + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{ab} \ln \left( \frac{b+a}{b-a} \right) \left[ 2m_1^2 (m_1^2 + (\Lambda_2 \Lambda_3)) - (\Lambda_2 \Lambda_3)^2 - \frac{\Lambda_1^2}{2} (\Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где

$$\beta_1 = [\Lambda_1^2 - 4m_1^2] / \Lambda_1^2]^{\frac{1}{2}}, \quad b = (\Lambda_2 \Lambda_3), \\ a = \beta_1 \xi, \quad \xi = [(\Lambda_2 \Lambda_3)^2 - \Lambda_2^2 \Lambda_3^2]^{\frac{1}{2}} = [(\Lambda_1 \Lambda_2)^2 - \Lambda_1^2 \Lambda_2^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Удобно также представить дифференциал  $d^4 \Lambda_1$  в виде

$$d^4 \Lambda_1 = (\xi / 4\Lambda_2^2) d\Lambda_3^2 d\Lambda_1^2 d \cos \vartheta d\varphi, \quad (3.17)$$

где  $\vartheta, \varphi$  — углы вектора  $\Lambda_1$  в системе, где  $\Lambda_2 = 0$ , причем интегрирование по углам выполняется тривиально. В результате имеем

$$\frac{d^2 \sigma_1}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = -\frac{6\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{C_2}{\Lambda_2^4} \frac{f_1 \xi}{\Lambda_2^2 \beta_2}, \quad (3.18)$$

$$C_2 = C_3 (3 \rightarrow 2), \quad \beta_2 = \beta_1 (1 \rightarrow 2).$$

Вычисление сечения для вклада, содержащего  $T_3$ , проводится совершенно аналогично, так что

$$\frac{d^2 \sigma_3}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = \frac{d^2 \sigma_1}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} (1 \leftrightarrow 3). \quad (3.19)$$

При вычислении вклада в сечение от члена с  $T_2$  интегрирование может быть сразу проведено по обоим токовым тензорам:

$$d\sigma_2 = -\frac{4\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \int d^4 \Lambda_1 \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{C_1}{\Lambda_1^4} M_2, \quad (3.20)$$

$$M_2 = M_1 (1 \leftrightarrow 2), \quad C_1 = C_3 (3 \leftrightarrow 1).$$

Выполняя интегрирование свернутого комптоновского тензора по углам, получаем

$$f_2 = \frac{1}{6} \beta_2 \int M_2 d(\cos \vartheta) d\varphi = f_1 (1 \leftrightarrow 2). \quad (3.21)$$

В результате сечение имеет вид

$$\frac{d^2 \sigma_2}{d\Lambda_3^2 d\Lambda_1^2} = -\frac{6\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{C_1}{\Lambda_1^4} \frac{f_2 \xi}{\Lambda_2^2 \beta_2}. \quad (3.22)$$

Точное дифференциальное по  $\Lambda_1^2, \Lambda_3^2$  сечение аннигиляции пары частиц в две пары частиц, таким образом, записывается в виде

$$\frac{d^2 \sigma}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = \frac{d^2 \sigma_1}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} + \frac{d^2 \sigma_2}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} + \frac{d^2 \sigma_3}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2}, \quad (3.23)$$

где слагаемые даются формулами (3.18), (3.19), (3.22).

Область изменения переменных  $\Lambda_1^2, \Lambda_3^2$  определяется условиями

$$4m_1^2 \leq \Lambda_1^2 \leq (\sqrt{\Lambda_2^2} - 2m_3)^2, \quad (3.24)$$

$$4m_3^2 \leq \Lambda_3^2 \leq (\sqrt{\Lambda_2^2} - \sqrt{\Lambda_1^2})^2.$$

Она показана на рис. 4. Нижние прямые соответствуют порогу рождения пары (компоненты пары вылетают с равными импульсами). Верхняя граница соответствует случаю, когда компоненты каждой пары разлетаются в противоположные стороны с равными импульсами в  $\psi$ -системе.

В сечение  $d\sigma_1(d\sigma_3)$  входит функция  $C_3/\Lambda_3^4$  ( $C_1/\Lambda_1^4$ ). Свойства этой функции детально исследованы в [5], где показано, что она имеет пик вблизи нижнего предела по  $\Lambda_3^2(\Lambda_1^2)$ . Этот пик имеет прозрачный физический смысл — в области пика компоненты пары летят параллельно, причем инвариантная масса пары мала, так что можно сказать, что мы имеем дело с фронтом, конвертировавшим в пару частиц. Сечение  $d\sigma_2$  содержит две функции  $C_1/\Lambda_1^4$  и  $C_3/\Lambda_3^4$  и, следовательно, имеет двойной пик (в вершине прямого угла в области изменения переменных (рис. 4)). Как показано в [5], эти пики высокие, но очень узкие, так что они не дают логарифмических вкладов в интегральное сечение.

Получение точного интегрального сечения является весьма сложной задачей. Мы проведем здесь только оценку главных вкладов в интегральное сечение.

В случае, когда  $\Lambda_2^2 \gg m_1^2, m_2^2, m_3^2$ , главный вклад в интегральное сечение является трижды логарифмическим:

$$\sigma = \frac{10}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2}. \quad (3.25)$$

При этом

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{1}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2} \quad \sigma_2 = \frac{8}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2}. \quad (3.26)$$

Вычисление интегрального сечения с большей точностью (дважды логарифмической) существенно сложнее. Мы рассмотрим здесь два предельных случая:

$$1) m_2^2 \ll m_1^2 m_3^2 / \Lambda_2^2, \quad \Lambda_2^2 \gg m_1^2, m_2^2, m_3^2, \quad m_1 > m_3.$$

В этом случае интегральное сечение

$$\sigma = (4\alpha^4 / 9\pi |F|) [ \frac{1}{6} l_1^3 + \frac{1}{12} l_2^3 + \frac{1}{4} l_1 l_3^2 - \frac{1}{4} l_1^2 l_3 + \\ + \ln 2 \cdot l_2^2 - \frac{21}{4} l_1 l_3 - (\frac{13}{12} - \frac{1}{2} \ln 2) (l_1^2 + l_3^2) ], \quad (3.27)$$

где

$$l_1 = \ln \frac{\Lambda_2^2}{4m_1^2}, \quad l_2 = \ln \frac{\Lambda_2^4}{16m_1^2 m_3^2}, \quad l_3 = \frac{\Lambda_2^2}{4m_3^2}. \quad (3.28)$$

$$2) 4m_2^2 \sim \Lambda_2^2, \quad m_1 > m_3.$$

Тогда

$$\sigma = (4\alpha^4 / 9\pi |F|) [ \frac{1}{4} l_1^3 + \frac{3}{8} l_1 l_3^2 - \frac{3}{8} l_1^2 l_3 - \frac{15}{8} l_1 l_3 + \\ + \frac{3}{4} \ln 2 \cdot (l_1^2 + l_3^2) ]. \quad (3.29)$$

Заметим, что в этом случае  $\sigma_2$  не содержит трижды логарифмических членов, что является следствием малости фермионного пропагатора для вклада диаграмм 2 рис. 3.

Отметим, что в обоих случаях в значительной части области вклады трижды и дважды логарифмических членов — одного порядка и входят с противоположными знаками. Поэтому в неасимптотической области трижды логарифмическое приближение может иметь малую точность.

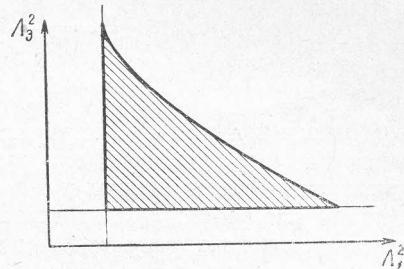


Рис. 4

#### 4. Об интегрировании сечения рождения пары частиц при столкновении частиц по конечным состояниям родившейся пары

В случае, когда все три частицы являются фермионами, диаграммы процесса в низшем приближении теории возмущений приведены на рис. 3, причем можно использовать формулы (3.1) — (3.5), сделав в них замену

$$\begin{aligned} -p_1^+ &\rightarrow p_1, \quad -p_4^+ \rightarrow p_4; \\ \Lambda_1 &\rightarrow -\Delta_1, \quad \Lambda_2 \rightarrow \Delta_2, \quad \Lambda_3 \rightarrow \Delta_3. \end{aligned} \quad (4.1)$$

При вычислении проинтегрированного по конечным состояниям родившейся пары ( $p_5, p_6^+$ ) сечения процесса возникают следующие отличия от случая аннигиляции пары частиц в две пары (раздел 3): 1) интерференционный член между диаграммами 1 и 2 не обращается в нуль, что значительно усложняет расчет; 2) необходимо проинтегрировать по конечным состояниям родившейся пары комптоновский тензор четвертого ранга  $M_3^{\sigma\rho\sigma'\rho'}$ , который входит в выражение  $T_3$ . Мы рассмотрим здесь этот вопрос.

Искомый тензор

$$B^{\sigma\rho\sigma'\rho'} = \int M_3^{\sigma\rho\sigma'\rho'} \delta(p_5 + p_6^+ - \Delta_1 - \Delta_2) \frac{d^3 p_5}{E_5} \frac{d^3 p_6^+}{E_6} \quad (4.2)$$

зависит только от векторов  $\Delta_1, \Delta_2$ . Если учесть, что

$$M_3^{\sigma\rho\sigma'\rho'} = M_3^{\sigma'\rho'\sigma\rho} \quad (4.3)$$

а также то, что этот тензор умножается затем на токовые тензоры, для которых вследствие калибровочной инвариантности

$$J_1^{\mu\mu'} \Delta_{1\mu} = J_1^{\mu\mu'} \Delta_{1\mu'} = J_2^{\mu\mu'} \Delta_{2\mu} = J_2^{\mu\mu'} \Delta_{2\mu'} = 0, \quad (4.4)$$

то отличный от нуля вклад будет давать только следующий тензор:

$$\begin{aligned} \bar{B}^{\sigma\rho\sigma'\rho'} &= 2\pi\beta_3 \left[ d_1 g^{\sigma\rho} g^{\sigma'\rho'} + d_2 g^{\rho\rho'} g^{\sigma\sigma'} + d_3 g^{\rho\rho'} g^{\rho'\sigma} + \frac{d_4}{D} g^{\sigma\sigma'} \Delta_{1\rho} \Delta_{1\rho'} + \right. \\ &+ \frac{d_5}{D} g^{\rho\rho'} \Delta_{2\sigma} \Delta_{2\sigma'} + \frac{d_6}{a_3 D} (g^{\rho\sigma} \Delta_{1\rho'} \Delta_{2\sigma'} + g^{\rho'\sigma'} \Delta_{1\rho} \Delta_{2\sigma}) + \\ &\left. + \frac{d_7}{a_3 D} (g^{\rho\rho'} \Delta_{1\rho'} \Delta_{2\sigma} + g^{\rho'\sigma} \Delta_{1\rho} \Delta_{2\sigma'}) + \frac{d_8}{D^2} \Delta_{1\rho} \Delta_{1\rho'} \Delta_{2\sigma} \Delta_{2\sigma'} \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \Delta_1^2, \quad a_2 = \Delta_2^2, \quad a_3 = (\Delta_1 \Delta_2), \\ D &= a_3^2 - a_1 a_2, \quad \beta_3 = [(\Delta_3^2 - 4m_3^2) / \Delta_3^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Заметим здесь, что тензор  $B^{\sigma\rho\sigma'\rho'}$  (с учетом условия (4.3)) содержит 27 членов  $d_n$ , из которых независимыми являются только 8; в качестве таковых можно выбрать, например,  $d_1 - d_8$ .

Через тензоры (3.10), (4.5) выражается любое сечение рождения пары частиц со спином  $1/2$  при столкновении двух заряженных частиц, а также фотона и заряженной частицы, проинтегрированное по конечным состояниям пары.

Коэффициенты  $d_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) могут быть определены, если свернуть тензор  $B^{\sigma\rho\sigma'\rho'}$  с восемью независимыми калибровочно инвариантными комбинациями (что обращает в нуль все члены с  $d_n$  при  $n > 8$ ) и вычис-

лить соответствующие интегралы (4.2). В результате получаем систему из восьми уравнений для коэффициентов  $d_i$ . Решая ее, находим:

$$\begin{aligned}
 8d_1 &= 16 + g_1 + 8g_2 - \frac{4\Delta_3^2(6a_3 - m_3^2)}{D} + \\
 &\quad + \left[ g_3 + 16a_3^2 \left( 1 - \frac{a_3\Delta_3^2}{D} \right) + \frac{a_1a_2}{2}g_1 \right] \frac{L}{a_3}, \\
 8d_2 &= g_1 + 8g_2 + \frac{4\Delta_3^2(\Delta_3^2 - 2a_3 + m_3^2)}{D} + \left[ -g_3 - 16m_3^4 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{4a_3^2\Delta_3^2(\Delta_3^2 + 2m_3^2)}{D} + \frac{a_1a_2}{2}g_1 \right] \frac{L}{a_3}, \\
 8d_3 &= g_1 - 8g_2 + \frac{4\Delta_3^2(2a_3 + m_3^2)}{D} + \left[ g_3 + \frac{a_1a_2}{2}g_1 \right] \frac{L}{a_3}, \\
 d_4 &= a_2d_2 + \frac{a_2}{2D} \left[ 2\Delta_3^2a_2 + \frac{3a_1\Delta_3^4a_2}{D} + 2a_1\Delta_3^2g_2 + \left( g_4 + \frac{a_4D}{2}g_1 \right) \frac{a_2}{a_3}L \right], \\
 d_5 &= d_4(a_1 \leftrightarrow a_2), \\
 d_6 &= -a_3^2d_1 + \frac{a_1a_2a_3}{2D} \left\{ 4\Delta_3^2 - \frac{3a_3\Delta_3^2}{D} + 2g_2\Delta_3^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left[ -\frac{Da_3g_1}{2} + \Delta_3^2(a_1a_2 + 2a_3^2 - 2m_3^2a_3) \right] \frac{L}{a_3} \right\}, \\
 d_7 &= a_3^2(d_1 - d_3) + d_6 + \frac{a_1a_2a_3}{2D} \left[ -2\Delta_3^2g_2 - a_1a_2\Delta_3^2 \frac{L}{a_3} \right], \\
 d_8 &= -a_3^2(d_1 + d_3) - 3a_1a_2d_2 + 3d_4 + d_5 - 2(d_6 + d_7) - \\
 &\quad - \frac{a_1a_2}{D} \left[ 2\Delta_3^2a_2 + 2g_2\Delta_3^2(a_1 + 2m_3^2) + g_4 \frac{a_2}{a_3}L \right].
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \frac{(a_1a_2 + 2a_3^2)\Delta_3^4}{D^2}, \quad g_2 = \left[ 1 + \frac{4m_3^2D}{a_1a_2\Delta_3^2} \right]^{-1}, \\
 g_3 &= 4[a_1a_2 + \Delta_3^2(a_3 + m_3^2) - 2(a_3 + m_3^2)^2] + \\
 &\quad + \Delta_3^2D^{-1}[4a_3^2(m_3^2 + a_3) + a_1a_2\Delta_3^2], \\
 g_4 &= a_1\Delta_3^2(a_1 + a_2) + 2m_3^2(2a_1a_3 + 2a_3^2 - a_1a_2 + a_1^2), \\
 L &= \frac{1}{\beta_3\sqrt{D}} \ln \frac{a_3 - \beta_3\sqrt{D}}{a_3 + \beta_3\sqrt{D}}.
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

При  $\Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 0$  тензор  $B^{\sigma\rho\sigma'\rho'}$  пропорционален сечению превращения пары поляризованных фотонов в пару фермионов, проинтегрированному по конечным состояниям пары. Усредняя по поляризациям фотонов, получаем известную формулу для интегрального сечения процесса  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$  [11]:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = -\frac{2\pi e^4 \beta_3}{\Delta_3^2} (d_1^0 + 2d_2^0 + d_3^0). \tag{4.9}$$

Если только один из фотонов является реальным, то мы можем легко перейти к формуле (2.4):

Как мы уже отмечали в разделе 2, нижний предел изменения переменных  $|\Delta_1^2|$  и  $|\Delta_2^2|$  очень мал (ср. (2.25)), причем именно область малых  $|\Delta_1^2|$  и  $|\Delta_2^2|$  дает доминирующий вклад в интегральное сечение для диаграмм типа 3. В силу этого обстоятельства такая диаграмма может быть названа периферической. Однако поскольку область перекрытия малых  $|\Delta_1^2|$  и  $|\Delta_2^2|$  узка, а на других диаграммах также имеется одна малая передача импульса ( $|\Delta_1^2|$  или  $|\Delta_2^2|$ ), то величина вклада диаграммы 3 оказывается только логарифмической (а не степенной, как в случае рождения пары фотоном). Именно диаграмма 3 дает главный (трижды логарифмический) вклад в интегральное сечение процесса, полученный впервые Ландау и Либшицем [11]:

$$\sigma = \frac{28}{27\pi} r_0^2 a^2 \ln^3 \frac{s^2}{m^2}, \quad s^2 = (p_1 + p_2)^2. \quad (4.10)$$

В заключение авторы выражают благодарность Р. Вильсону за сообщение об экспериментах по рождению пар до их опубликования.

Новосибирский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
9 июля 1965 г.

#### Литература

- [1] J. de Pagter, A. Boyarski, G. Glass, J. Friedman, H. Kendall, M. Gettner, J. Larrabee, R. Weinstein. Phys. Rev. Lett., **12**, 739, 1964.
- [2] R. Blumenthal, D. Ehn, W. Faissler, P. Joseph, L. Lanzerotti, F. Pipkin, D. Stairs. Phys. Rev. Lett., **14**, 660, 1965.
- [3] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, **48**, 946, 1965.
- [4] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, **48**, 1708, 1965.
- [5] В. Н. Байер, В. А. Хозе. Ядерная физика, **2**, 287, 1965.
- [6] В. Н. Байер, В. М. Галицкий. ЖЭТФ, **49**, 661, 1965.
- [7] В. Н. Байер, В. С. Фадин. ДАН СССР, **161**, 74, 1965.
- [8] В. Н. Байер, В. С. Фадин, В. А. Хозе. Ядерная физика **3**, **2**, 1966.
- [9] И. Т. Дятлов. ЖЭТФ, **35**, 154, 1958.
- [10] J. Bjorken, S. Drell, S. Frautschi. Phys. Rev., **112**, 1409, 1958.
- [11] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, 1959.
- [12] V. Gorgé. Nuovo Cim., **35**, 545, 1965.

#### ELECTROMAGNETIC PARTICLE PAIR PRODUCTION

V. N. Baier, V. S. Fadin, V. A. Khoze

The electromagnetic pair production cross sections are considered by the method of invariant integration of tensors. The electromagnetic cross section for pair production due to interaction between a photon and charged particle is calculated, recoil and the contribution of dispersion diagrams being taken into account. The exact cross section for annihilation of a particle pair into two charged particle pairs is found. Integration of the fourth rank Compton tensor is carried out over final states of the fermion pairs.