

ДРЕЙФОВЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

А. Б. Михайловский, А. М. Фридман

Показано, что длинноволновые низкочастотные колебания бесстолкновительной неоднородной плазмы конечного давления представляют собой совокупность волн двух типов, аналогичных альфвеновским и медленным магнитозвуковым волнам однородной плазмы. Обсуждаются неустойчивости плазмы конечного давления, связанные с самопроизвольным возбуждением этих колебаний. Показано, что в приближении нулевого ларморовского радиуса ионов отсутствует взаимодействие резонансных частиц с волнами альфвеновского типа аналогично тому, как это имеет место в однородной плазме. С этими волнами может быть связана гидродинамическая неустойчивость, если давление плазмы сравнимо с давлением магнитного поля, а градиенты плотности и температуры направлены противоположно друг другу. Большой класс неустойчивостей плазмы связан с волнами магнитозвукового типа, что обусловлено существенной ролью эффектов резонансных частиц. Рассмотрено несколько новых неустойчивостей плазмы этого типа. Как правило, они имеют место, если относительный градиент температуры сравним, либо превосходит градиент плотности и обратен ему по знаку. Обсуждается также вопрос об ионной температурной неустойчивости плазмы конечного давления, ранее открытой для плазмы малого давления с $\partial \ln T / \partial \ln n > 1$. Показано, что в плазме, давление которой превосходит магнитное давление, эта неустойчивость отсутствует.

1. Введение

В магнитной гидродинамике (МГД) известны два типа волн, которые могут распространяться в однородной проводящей среде, помещенной в постоянное магнитное поле: магнитозвуковые и альфвеновские волны [1]. Эти довольно простые типы волн имеют аналог и в таких средах, для описания которых МГД неприменима, например в однородной бесстолкновительной плазме. Настоящая работа посвящена выяснению вопроса о волнах в неоднородной бесстолкновительной плазме. Как и в обычной МГД теории, мы будем полагать газовое давление P сравнимым с давлением магнитного поля $B_0^2/8\pi$. О такой плазме принято говорить как о «плазме конечного давления» (в отличие от плазмы с малым $\beta = 8\pi P/B_0^2$, которую обычно называют «плазмой низкого давления»).

Вопрос о волнах в неоднородной плазме тесно связан с проблемой устойчивости плазмы. Это обусловлено интересной особенностью таких волн — возможностью их самопроизвольного возбуждения. Ранее ряд вопросов теории устойчивости неоднородной плазмы конечного давления был проанализирован в работах, вошедших в обзоры [2, 3]. В них изучалась устойчивость плазмы при наличии тока, анизотропии, кривизны, роль которых в настоящее время достаточно хорошо известна. В связи с этим представляет интерес исследование так называемых «микронеустойчивостей» плазмы конечного давления, которые частично изучены в [4-8].

В цитируемых выше работах проведен ряд упрощений¹⁾, позволяющий

¹⁾ В [4-7] рассматривались волны $kV_0 = 0$, а в [8] при $kV_0 \neq 0$ не учитывался градиент температуры, а также полагалось $\omega \gg \omega_M$; k — волновой вектор, ω_M — частота магнитного дрейфа (см. раздел 2).

компенсировать формальные трудности²⁾, возникающие при изучении устойчивости плазмы конечного давления. В результате сделанных упрощений реализация полученных результатов может быть достигнута лишь в практически мало интересных случаях, а именно: при наличии плазменного шнура в отсутствие внешнего магнитного поля, в случае длинного плазменного шнура в магнитном поле с прямыми и параллельными силовыми линиями, а также в случае плазмы, находящейся в «кривом» магнитном поле в отсутствие «скашивания» магнитных силовых линий (shear).

В настоящей работе исследование колебаний в плазме конечного давления проводится при произвольных отношениях градиентов температуры и плотности, частоты колебаний ω и частоты магнитного дрейфа ω_M . Направление волнового вектора k по отношению к направлению невозмущенного магнитного поля B_0 выбрано произвольным.

Можно отметить ряд причин, вследствие которых рассматриваемый нами вопрос, несмотря на большое число работ, посвященных волнам в неоднородной плазме, до сих пор оставался неизученным. Одна из причин связана с тем, что в большинстве современных экспериментов по физике плазмы удается получать плазму только с чрезвычайно малым давлением, например в «Токамаке», согласно [9], $\beta = 8\pi P/B_0^2 \sim 10^{-5}$, а в экспериментах Иоффе с сотрудниками [10] $\beta \leq 3 \cdot 10^{-4}$. Поэтому и в большинстве теоретических исследований, так или иначе коррелирующих с современными экспериментами, параметр β также полагается весьма малым (см., например, один из последних обзоров [11] и цитированную там литературу). Другая причина, понижающая интерес теоретиков к плазме с конечным β , как уже отмечалось выше, связана со сложностью уравнений колебаний такой плазмы по сравнению с уравнениями колебаний плазмы низкого давления. Тем не менее, как следует, например, из экспериментальных работ [12, 13], в настоящее время наряду с плазмой низкого давления плазма с конечным β также является реальностью.

В последнее время Михайловской была выполнена работа [14], в которой волны в плазме с произвольным значением β были исследованы в гидродинамическом приближении. При этом было показано, что низкочастотные длинноволновые колебания неоднородной плазмы ($\omega \ll \omega_{Vi}$, $k^2 \rho_i^2 \ll 1$, где ω_{Vi} — ларморовская частота ионов, ρ_i — ларморовский радиус ионов) представляют собой совокупность двух, не зависящих друг от друга типов волн, являющихся аналогами обычных магнитозвуковых и альфвеновских волн. Математически это соответствует распаду общего уравнения колебаний плазмы в предельном случае $\omega \ll \omega_{Vi}$, $k^2 \rho_i^2 \ll 1$ на два не связанных друг с другом уравнения. Анализ в работе [14] основывался на использовании уравнений двухжидкостной гидродинамики [15], вообще говоря, неприменимых для описания бесстолкновительной плазмы. Поэтому для окончательного выяснения вопроса о волнах в неоднородной плазме конечного давления требуется кинетическое исследование.

В следующем разделе настоящей работы показано, что в неоднородной бесстолкновительной плазме произвольного давления так же, как и в однородной плазме, имеются волны двух типов, являющиеся аналогом магнитозвуковых и альфвеновских волн. Эта аналогия состоит в том, что в бесстолкновительной неоднородной плазме также существуют две ветви колебаний, и хотя при углах волнового вектора с магнитным полем, достаточно близких к прямому, закон дисперсии определяется неоднородностью пла-

²⁾ Основная трудность исследования плазмы конечного давления состоит в том, что число неизвестных возмущенных функций здесь больше, чем в плазме малого давления.

мы и магнитного поля, при других направлениях распространения эти колебания переходят в обыкновенные магнитозвуковые и альфвеновские волны.

Благодаря тому, что общее уравнение колебаний в нашей задаче распадается на два независимых, можно проводить раздельное исследование каждого типа волны; это значительно упрощает задачу. При этом обнаруживается более глубокая аналогия между получающимися в нашем случае волнами «альфвеновского типа» и альфвеновскими волнами. Оказывается, что дисперсионные уравнения для тех и других волн, будучи квадратичными по частоте колебаний, не содержат эффектов резонансного взаимодействия волны с частицами. Поэтому анализ уравнения для волн альфвеновского типа является довольно простым (раздел 3).

Более сложным является уравнение для волн «магнитозвукового типа». Как и уравнение для магнитозвуковых волн однородной плазмы, оно является трансцендентным по ω . Анализ рассматриваемых в работе неустойчивостей, вызываемых раскачкой волн магнитозвукового типа (разделы 4—6), показывает, что конечная величина β оказывает, вообще говоря, стабилизирующее влияние. Тем не менее, в ряде случаев эффекты конечного давления плазмы приводят к раскачке волн магнитозвукового типа.

2. Общий анализ низкочастотных длинноволновых колебаний

Будем считать, что плазма находится в магнитном поле с прямыми и параллельными силовыми линиями, $\mathbf{B}_0 \parallel z$. Столкновениями между частицами будем пренебрегать. Равновесную функцию распределения каждого сорта зарядов плазмы (ионов и электронов) полагаем близкой к максвелловской. Магнитное поле, плотность и температура плазмы неоднородны в направлении x . Исследуем колебания такой плазмы, предполагая, что все возмущенные величины зависят от координат и времени по закону

$$\exp(-i\omega t + i \int k_x(x) dx + ik_y y + ik_z z).$$

Частоту колебаний ω будем полагать малой по сравнению с ионной циклотронной частотой ω_{Bi} , а волновое число k_x — большим по сравнению с обратным размером неоднородности плазмы. Последнее, как известно, существенно упрощает задачу и позволяет использовать метод «квазиклассического приближения» [16—18].

Уравнение, связывающее частоту и волновой вектор колебаний, при выполнении всех перечисленных выше условий было получено ранее в работе [8]. Оно имеет вид

$$\begin{vmatrix} -k^2 \varepsilon_0 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \alpha_2 & c^2 k^2 \omega^{-2} - \varepsilon_2 & -\varepsilon_{23} \\ \alpha_3 & -\varepsilon_{23} & c^2 k^2 \omega^{-2} - \varepsilon_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.1)$$

Входящие сюда функции означают следующее:

$$\varepsilon_0 = \frac{4\pi e^2}{k^2 T_i} \hat{l}_i n_0 [1 - I_0(Z_i) e^{-Z_i}] - \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{k^2 T} \hat{l}_n \langle \zeta J_0^2(k_z v_z + \omega_M \varepsilon) \rangle,$$

$$\varepsilon_2 = - \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{\kappa_B^2 T \omega} \hat{l}_n \omega_M^2 \left\langle \zeta \varepsilon^2 \frac{4J_1^2}{\xi^2} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= - \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{T \omega} \hat{l}_n \langle \zeta v_z^2 J_0^2 \rangle, \\ \alpha_2 &= \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{\kappa_B T} \hat{l}_n \omega_M \left\langle \zeta \varepsilon \frac{2J_1 J_0}{\xi} \right\rangle, \\ \alpha_3 &= - \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{T} \hat{l}_n \langle \zeta v_z J_0^2 \rangle, \\ \alpha_{23} &= \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{T \omega \kappa_B} \hat{l}_n \omega_M \left\langle \zeta \varepsilon v_z \frac{2J_1 J_0}{\xi} \right\rangle. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Суммирование в (2.2) производится по ионам и электронам, причем под знаком суммы индексы суммирования опущены. Оператор \hat{l} действует на функции плотности и температуры и имеет вид

$$\hat{l} = 1 - \frac{k_y T}{M \omega \omega_B} \left(\frac{\partial n_0}{\partial x} \frac{\partial}{\partial n_0} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial T} \right). \quad (2.3)$$

Символ $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по максвелловской функции, нормированной на единицу, т. е.

$$\langle \dots \rangle = \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{M v_z^2}{2T}\right) dv_z \int_0^{\infty} e^{-\varepsilon} d\varepsilon (\dots), \quad (2.4)$$

где ε , как и в (2.2), есть $M v_{\perp}^2 / 2T$. Другие обозначения в (2.2) означают:

$$\omega_M = \kappa_B k T / M \omega_B, \quad \kappa_B = \partial \ln B / \partial x,$$

ω_M — частота магнитного дрейфа,

$$\zeta = (\omega - k_z v_z - \omega_M \varepsilon)^{-1}, \quad \xi = \frac{k v_{\perp}}{\omega_B} \equiv k_{\perp} \rho_i, \quad Z_i = \frac{k^2 T_i}{M_i \omega_{Bi}^2},$$

J — функция Бесселя от аргумента ξ , I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента, n_0 — невозмущенная плотность, T — температура, M — масса частицы, v_z, v_{\perp} — продольная и поперечная компоненты скорости частицы, e — заряд электрона, индексы e и i относятся соответственно к электронам и ионам. В дальнейшем будет использовано обозначение $v_T^2 = 2T/M$.

Используя известное свойство определителей, заменим первую строку определителя (2.1) на ее сумму со второй строкой, помноженной на κ_B , и с третьей строкой, помноженной на k_z . Затем аналогичную операцию совершаем с первым столбцом. В результате (2.1) примет вид

$$\begin{vmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \\ N_2 & c^2 k^2 \omega^{-2} - \varepsilon_2 & -\alpha_{23} \\ N_3 & -\alpha_{23} & c^2 k^2 \omega^{-2} - \varepsilon_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} k^2 - \frac{4\pi e^2}{T_i} \hat{l}_i n_0 \left[(1 - I_0 e^{-Z_i}) - \frac{\omega_M i}{\omega} \left(1 - \frac{2I_1 e^{-Z_i}}{Z_i} \right) \right] + \\ &+ \frac{4\pi e^2}{T_i \omega} \hat{l}_i n_0 \left\langle \zeta_i \varepsilon \omega_M i (\omega - k_z v_z) \left(J_0 - \frac{2J_1}{\xi} \right)^2 \right\rangle, \end{aligned}$$

$$N_2 = -\frac{4\pi e^2}{\kappa_B T_i \omega} \hat{l}_i n_0 \omega M_i \left(1 - \frac{2I_1 e^{-z_i}}{Z_i}\right) + \frac{4\pi e^2}{\kappa_B T_i \omega} \hat{l}_i n_0 \omega M_i \left\langle \zeta \varepsilon(\omega - k_z v_z) \left(\frac{2J_1 J_0}{\xi} - \frac{4J_1^2}{\xi^2}\right) \right\rangle, \quad (2.6)$$

$$N_3 = k_z \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{4\pi e^2}{T_i \omega} \hat{l}_i n_0 \omega M_i \left\langle \zeta \varepsilon v_z J_0 \left(J_0 - \frac{2J_1}{\xi}\right) \right\rangle.$$

Из (2.5), (2.6) следует, что если только $k^2 \rho_i^2 \ll 1$ (и, конечно, $k^2 c^2 \ll \omega_{pe}^2$, что является следствием неравенств $k^2 \rho_i^2 \ll 1$, $\beta \gg M_e / M_i$), то элементы N_1, N_2, N_3 малы, как $k^2 \rho_i^2$ (либо как $k^2 c^2 / \omega_{pe}^2$, если $\omega > k_z v_{Te}$), по сравнению с элементами правой нижней матрицы второго порядка определителя (2.5). Поэтому в старшем приближении по параметру $k^2 \rho_i^2$ дисперсионное уравнение (2.5) расщепляется на два:

$$N_1^{(0)} = 0, \quad (2.7)$$

$$\begin{vmatrix} c^2 k^2 / \omega^2 - \varepsilon_2^{(0)} & -\alpha_{23}^{(0)} \\ -\alpha_{23}^{(0)} & -\varepsilon_3^{(0)} \end{vmatrix} = 0, \quad (2.8)$$

где в элементах $\varepsilon_2, \alpha_{23}, \varepsilon_3$ и N_1 должны быть оставлены только старшие по $k^2 \rho_i^2$ члены (это обозначается верхним индексом нуль).

Расщепление дисперсионного уравнения низкочастотных длинноволновых колебаний плазмы на два уравнения хорошо известно также в теории колебаний однородной плазмы [19]. Одно из таких уравнений описывает альфвеновские, а другое — магнитозвуковые волны. Такого же рода расщепление дисперсионного уравнения на два было показано ранее и для колебаний неоднородной плазмы низкого давления $\beta \ll 1$ (см. [20]). Проведенное выше рассмотрение показывает, что это свойство колебаний имеет место при произвольном значении параметра β (впервые этот результат был получен при использовании гидродинамического подхода в работе [14]).

При выводе уравнения (2.1) предполагалось, что колебания обладают малой фазовой скоростью, $\omega / k_{\perp} \ll v_T, c_A$, и опускались члены порядка $\omega / k_{\perp} c_A, \omega / k_z v_T$. (В противном случае, при $\omega \sim k_{\perp} v_T, k_{\perp} c_A$, дрейфовые эффекты не важны.) Вследствие этого уравнение (2.8) не содержит ветви колебаний, соответствующей быстрым магнитозвуковым волнам однородной плазмы. (Чтобы учесть эту ветвь, нужно было бы, в частности, удерживать в ε_2 слагаемое c^2 / c_A^2 .) Поэтому в пренебрежении эффектами неоднородности уравнение (2.8) описывает только медленные магнитозвуковые волны (часто называемые ионным звуком). Волны типа (2.8), для которых важны эффекты неоднородности, будем называть дрейфовыми волнами магнитозвукового типа.

В заключении раздела покажем, что существует другая форма уравнения, описывающего дрейфовые волны магнитозвукового типа, которая наряду с (2.8) будет также использована в дальнейшем. Заменяем третий столбец определителя (2.1) на его сумму с первым столбцом, деленным на k_z . Затем третью строку заменяем на ее сумму с первой строкой определителя, деленной на k_z . Далее умножим вторую строку получившегося таким образом определителя на $-\kappa_B / k_z$ и складываем ее с третьей строкой. В результате получаем определитель $|a_{ik}|$, в котором в приближении

$k^2 \rho_i^2 \rightarrow 0$ члены $a_{13} = a_{23} = 0$, что является следствием равенств

$$-\alpha_2^{(0)} \frac{\kappa_B}{k_z} + \alpha_3^{(0)} - \frac{k^2 \varepsilon_0^{(0)}}{k_z} = 0, \quad (2.9)$$

$$-\frac{\kappa_B}{k_z} \left(\frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \varepsilon_2^{(0)}\right) + \left(\frac{\alpha_2^{(0)}}{k_z} - \alpha_{23}^{(0)}\right) = 0.$$

Тем самым убеждаемся, что дисперсионное уравнение распадается на два независимых уравнения, одно из которых, соответствующее волнам магнитозвукового типа, имеет вид

$$\begin{vmatrix} -k^2 \varepsilon_0 & \alpha_2 \\ \alpha_2 & c^2 k^2 \omega^{-2} - \varepsilon_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.10)$$

Легко убедиться, что (2.8) и (2.10) суть две формы записи одного уравнения.

3. Волны альфвеновского типа

Как следует из (2.7), (2.8), наиболее простыми являются волны типа (2.7). В явном виде уравнение (2.7) означает

$$\omega^2 - \omega(\omega_{Mi} + \omega_{Pi}^*) + \omega_{Mi} \omega_{Pi}^* (1 + \tau_i) - k_z^2 c_A^2 = 0; \quad (3.1)$$

здесь

$$c_A = \frac{B_0}{(4\pi M_i n_0)^{1/2}}, \quad \tau_{i,e} = \frac{\partial \ln T_{i,e}}{\partial \ln P_{i,e}},$$

c_A — скорость Альфвена, и

$$\omega_{Pi}^* = \frac{k_y T_i}{M_i \omega_{Bi}} \kappa_{Pi}, \quad \kappa_{Pi} = \frac{\partial \ln P_i}{\partial x}.$$

Очевидно, что эти колебания при неслишком малых k_z представляют собой обычные альфвеновские волны однородной плазмы, тогда как при стремлении k_z к нулю их частота существенно определяется дрейфовыми эффектами. Поэтому волны типа (2.7) естественно называть дрейфовыми волнами альфвеновского типа. В пределе $k_z = 0$ уравнение (3.1) совпадает с соответствующим уравнением работы Церковникова [4]. При любых k_z оно описывает устойчивые колебания, если только выполнено условие

$$\tau_i > -\frac{1}{2\beta} \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2, \quad (3.2)$$

полученное в [4] для волн с $k_z = 0$.

Уравнение (3.1) в пределе $k_z = 0$ и $\nabla T = 0$ имеет два корня: первый корень совпадает с ионной дрейфовой частотой ω_{ni}^* :

$$\omega_{ni}^* = \frac{k_y T_i}{M_i \omega_{Bi}} \kappa_{ni}, \quad \kappa_{ni} = \frac{\partial \ln n_i}{\partial x},$$

второй — с частотой магнитного дрейфа ω_{mi} . Колебания, соответствующие первому корню, в дальнейшем будем называть ионными дрейфовыми колебаниями, а колебания, описываемые вторым корнем уравнения, — ионными магнитодрейфовыми колебаниями.

При увеличении k_z частота ионно-дрейфовых колебаний растет, достигая величины порядка $-k_z c_A$, а частота ионных магнитодрейфовых колебаний увеличивается до величины порядка $k_z c_A$. Зависимость частоты волн альфвеновского типа от величины k_z при $\nabla T = 0$ дана на рисунке, где $\omega_{др}$ — дрейфовая частота ионов — считается отрицательной.

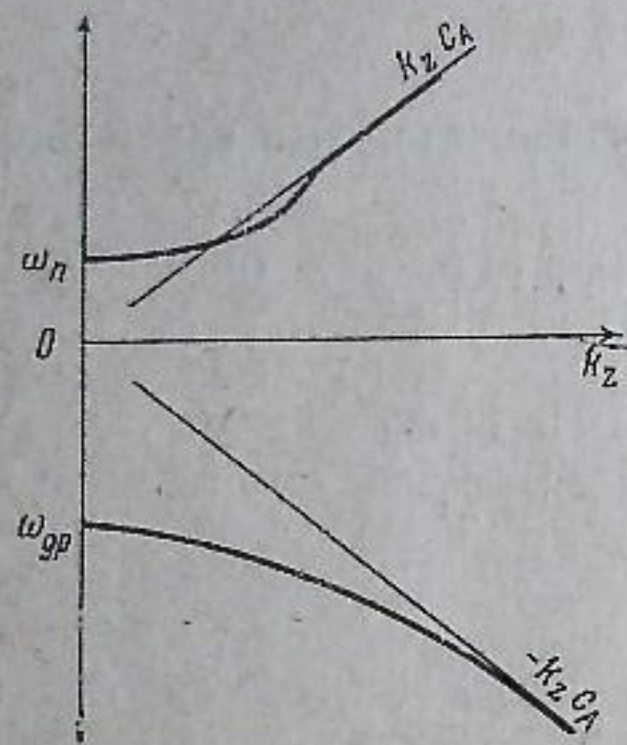
4. Волны магнитозвукового типа при $|\omega - \omega_{Me}\epsilon| > k_z v_{Te}$

При $|\omega - \omega_{Me}\epsilon| > k_z v_{Te}$ уравнение (2.8), в свою очередь, также распадается на два более простых уравнения:

$$c^2 k^2 / \omega^2 - \epsilon_2^{(0,0)} = 0, \quad (4.1)$$

$$\epsilon_3^{(0,0)} = 0, \quad (4.2)$$

где верхние индексы у ϵ_2, ϵ_3 указывают, что эти элементы берутся при $k_z = 0$ и $k^2 \rho_i^2 = 0$.



Уравнение (4.1) было получено и последовано при произвольном соотношении

$$\partial \ln T / \partial \ln n \equiv \eta$$

в работе [4]. В частности, при $\beta < 1$ описываемые этим уравнением колебания неустойчивы, если

$$|\eta| > 1. \quad (4.3)$$

При $\nabla T = 0$ уравнение (4.2) было рассмотрено Краллом и Розенблуттом [6]. В этом случае оно имеет решение, соответствующее неустойчивым колебаниям с

$$\text{Im } \omega / \text{Re } \omega \sim M_e e^{-2/\beta} / \beta M_i.$$

Эта неустойчивость обязана резонансным ионам, вклад которых в $\epsilon_3^{(0,0)}$ мал, как M_e / M_i . Поэтому учет членов порядка $(k_z v_{Te} / \omega)^2$ даже при очень малых, но конечных k_z (таких, что $k_z v_{Te} / \omega \geq (M_e / M_i)^{1/2}$) должен приводить к существенному изменению инкремента неустойчивости. При малых, но конечных β и $k_z v_{Te} / \omega \ll 1$ учет членов порядка $k_z^2 v_{Te}^2 / \omega^2$ в (4.2) приводит к следующему уравнению:

$$\begin{aligned} \hat{l}_e n_0 T_e = i \pi \omega \frac{T_e}{T_i} \left\{ \frac{M_e}{M_i} \hat{l}_i n_0 T_i \frac{1}{|\omega_{Mi}|} e^{-\omega/\omega_{Mi}} + \right. \\ \left. + \frac{k_z^2}{\omega^2 M_e} \left[\frac{\hat{l}_e(\omega_{Me} T_e n_0)}{\hat{l}_e(\omega_{Me} n_0)} \right]^2 \hat{l}_i \frac{n_0}{|\omega_{Mi}|} e^{-\omega/\omega_{Mi}} \right\} \quad (4.4) \end{aligned}$$

При $k_z v_{Te} / \omega \geq M_e / M_i$, когда более существенными становятся члены с k_z , условие неустойчивости колебаний имеет вид

$$\tau > 0. \quad (4.5)$$

При этом инкремент неустойчивых колебаний мал по сравнению с частотой, как

$$\frac{1}{\beta} \left(\frac{k_z v_T}{\omega} \right)^2 e^{-2/\beta}.$$

Таким образом, условием неустойчивости плазмы относительно возмущений $|\omega - \omega_{Me}\epsilon| > k_z v_{Te}$ является совокупность неравенств (4.3) и (4.5). При еще больших значениях k_z ветви (4.1), (4.2) уже не разделяются. Поэтому, положив $k_z \sim \omega / v_{Te}$, можно получить оценку на «скашивание» силовых линий, существенно влияющее на рассмотренные выше неустойчивости. Для этого в наших уравнениях следует сделать замену $k_z \rightarrow k_{||} \equiv k V_0 / V_0$ и считать $k_{||}$ функцией координат, обращающейся в нуль в некоторой точке $x = x_0$ [16, 17]. В окрестности этой точки

$$k_{||}(x) \approx k_{\perp} \frac{x - x_0}{a} \Theta,$$

где a — характерный масштаб неоднородности плазмы, а Θ — безразмерный параметр, характеризующий скашивание силовых линий. При этом для волн с $\omega \sim \omega_M$ условие $\omega < k_z v_{Te}$ означает

$$\frac{u_M}{v_{Te}} \lesssim \frac{x - x_0}{a} \Theta \quad (4.6)$$

($u_M = \omega_M / k_{\perp}$ — скорость магнитного дрейфа). Сюда вместо $x - x_0$ следует подставить минимально возможный размер локализации возмущений [11]. При $\gamma \sim \omega$ этот размер можно по порядку величины принять равным $1 / k_{\perp}$. На границах применимости нашего рассмотрения $k_{\perp} \rho_i \sim 1$. Поэтому грубый критерий существенного влияния скашивания на неустойчивые волны типа (4.1) имеет вид

$$\Theta > (M_e / M_i)^{1/2} \beta. \quad (4.7)$$

5. Волны магнитозвукового типа при $k_z v_{Ti} \ll |\omega - \omega_{Me}\epsilon| \ll k_z v_{Te}$

Рассмотрим уравнение (2.8) в предположениях

$$|\omega - \omega_{Me}\epsilon| \ll k_z v_{Te}, \quad |\omega - \omega_{Mi}\epsilon| \gg k_z v_{Ti}.$$

Эффектами резонансных электронов, малыми, как $\omega / k_z v_{Te}$, будем пренебрегать. При этом уравнение (2.8) можно представить в виде

$$\hat{l}_e n_0 \hat{l}_e \frac{n_0 \omega_{Me}}{\omega} + \frac{T_e}{T_i} \hat{l}_i \left(n_0 \int_0^{\infty} \frac{\epsilon \omega_{Mi} e^{-\epsilon} d\epsilon}{\omega - \omega_{Mi}\epsilon} \right) \hat{l}_e n_0 \left(1 - \frac{\omega_{Me}}{\omega} \right) = 0. \quad (5.1)$$

В случае малых β один из корней этого уравнения приближенно совпадает с хорошо известной из теории колебаний плазмы низкого давления электронной дрейфовой ветвью [16]

$$\omega = \omega_{ne}^*. \quad (5.2)$$

Известно также, что учет взаимодействия резонансных электронов с этой волной приводит к ее затуханию при $\partial \ln T_e / \partial \ln n_0 > 0$ и раскачке при $\partial \ln T_e / \partial \ln n_0 < 0$ [21], при этом инкремент колебаний по порядку величины равен

$$\gamma \approx - \frac{\omega_{ne}^{*2}}{k_z v_{Te}} \eta. \quad (5.3)$$

Рассмотрим, к чему сводится роль малых членов порядка β в колебаниях типа (5.2). Главный эффект, связанный с ними, — это резонансное

взаимодействие ионов с колебаниями. При этом

$$\gamma = -\pi \frac{\omega_{ne}^{*2}}{|\omega_{Me}|} \frac{1 + T_i/T_e + 2\tau/\beta}{(1 + T_i/T_e)^2} \exp\left\{-\frac{2}{\beta} \frac{T_e}{T_i} \tau\right\}. \quad (5.4)$$

Видно, что ионы могут резонансно взаимодействовать с колебаниями при $\partial \ln T / \partial \ln n_0 > -1$. При этом колебания будут затухающими при любых положительных $\partial \ln T / \partial \ln n_0$, а также при $-\beta < \eta < 0$; раскачка колебаний возможна лишь при $-1 < \eta < -\beta$.

Интересно сопоставить этот результат с (4.5), свидетельствующим о раскачке при $\eta > 0$ аналогичного типа дрейфовых колебаний с $\omega > k_z v_{Te}$. Физически эти два случая волн отличаются знаком их энергии [22]. Для волн типа (4.4)

$$\text{Re } \varepsilon_3^{(0)} = -\frac{\omega_{Pe}^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega_{Pe}^*}{\omega}\right), \quad \omega_{Pe}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{M_e},$$

так что их энергия отрицательна, $w \sim \omega \partial \text{Re } \varepsilon_3^{(0)} / \partial \omega < 0$, тогда как в случае (5.2)

$$\text{Re } \varepsilon_3^{(0)} = \frac{1}{k^2 d_e^2} \left(1 - \frac{\omega_{ne}^*}{\omega}\right), \quad d_e^2 = \frac{T_e}{4\pi e^2 n_0}$$

и $w > 0$. Поэтому ионы, в обоих случаях отбирая энергию у волны, в первом случае приводят к раскачке, а во втором — к затуханию колебаний.

Если $\beta \gg 1$, то уравнение (5.1) сводится к следующему ($\omega \ll \omega_{Mi}, \omega_{Me}$):

$$\hat{l}_e(n_0 \omega_{Me}) \approx \frac{i\pi \omega^2}{4n_0^2} \frac{T_e}{T_i} \hat{l}_i\left(\frac{n_0}{|\omega_{Mi}|}\right) (\hat{l}_e n_0)^2 \frac{1}{(1 + T_e/T_i)^2}. \quad (5.5)$$

Отсюда следует

$$\text{Re } \omega = \omega_{Pe}^*, \quad (5.6)$$

$$\gamma = \text{Im } \omega = -\pi \left(\frac{2}{\beta}\right)^2 \frac{|\omega_{Pe}^*|}{(1 + T_i/T_e)^2} \tau^2 \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \frac{\kappa_n - \kappa_T}{\kappa_n + \kappa_T}\right), \quad (5.7)$$

где $\kappa_T = \partial \ln T / \partial x$. Если $T_i = T_e = T$, то, как нетрудно найти с помощью (5.7), колебания неустойчивы лишь при $\eta < -1$. Интересно отметить, что в случае $T_i > T_e$ инкремент (5.7) может стать положительным (неустойчивость) даже при $\eta > 0$, если только

$$\eta > \frac{1 + T_i/T_e}{T_i/T_e - 1}. \quad (5.8)$$

Рассмотрим теперь другие решения уравнения (5.4). Покажем, что даже при $\beta \ll 1$ это уравнение может иметь еще один корень, частота которого существенно зависит от «частоты магнитного дрейфа», ω_m . Это вытекает из следующего анализа, справедливого при произвольных β .

Будем полагать, что $\omega \ll \omega_{Mi}$. При этом входящий в (5.1) интеграл приближенно равен

$$\int_0^\infty \frac{\varepsilon \omega_{Mi} e^{-\varepsilon} d\varepsilon}{\omega - \omega_{Mi} \varepsilon} \approx -\left\{1 + \frac{\omega}{\omega_{Mi}} \left(\ln \frac{\omega_{Mi}}{\omega} + i\pi \text{sign } \omega_{Mi}\right)\right\}. \quad (5.9)$$

Подставляя (5.9) в (5.1), находим

$$\omega = -\omega_{Mi} \exp\left\{\frac{T_i}{T_e} \frac{\kappa_P}{\kappa_n - \kappa_T} \left[\frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) + \frac{\kappa_n^2}{\kappa_P^2}\right]\right\}. \quad (5.10)$$

Условие существования этой ветви колебаний сводится к требованию

$$1 \gg (\eta - 1)(\eta + 1) > 0. \quad (5.11)$$

Очевидно, что $\omega / \omega_{Mi} < 0$, поэтому резонансное взаимодействие ионов с этими колебаниями отсутствует. Для нахождения декремента затухания или инкремента нарастания необходимо учесть их взаимодействие с резонансными электронами. В этом случае вместо (5.10) получим

$$\omega = -\omega_{Mi} \exp\left\{\frac{T_i}{T_e} \frac{\kappa_P}{\kappa_n - \kappa_T} \left[\frac{\kappa_n^2}{\kappa_P^2} + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} - i\sqrt{\pi} \frac{\omega_{ne}^* - \omega_{Te}^*/2}{|k_z| v_{Te}}\right)\right]\right\}. \quad (5.12)$$

В плазме с $\eta \gg 1$ эта ветвь колебаний устойчива, а при $\eta < -1$ — неустойчива.

На пределах применимости уравнения (5.10) частота колебаний становится сравнимой с ω_{Mi} . Поэтому можно ожидать, что при $\eta \gg 1$ эта ветвь колебаний будет обладать частотой, превышающей ω_{Mi} . В том, что это действительно так, убеждает следующее рассмотрение.

Полагая $\omega \gg \omega_{Mi}$, для интеграла, входящего в (5.4), имеем

$$\int_0^\infty \frac{\varepsilon \omega_{Mi} e^{-\varepsilon} d\varepsilon}{\omega - \omega_{Mi} \varepsilon} \approx \frac{\omega_{Mi}}{\omega}. \quad (5.13)$$

Подставляя это в (5.1) и полагая $\omega \ll \omega_{Pe}^*, \omega_{Pi}^*$, $\beta \ll 1$, $\eta \gg 1$, приходим к квадратному уравнению

$$\omega^2 - \omega \omega_{ne}^* - \frac{\omega_{Pe}^* \omega_{Mi}}{1 + T_i/T_e} = 0. \quad (5.14)$$

При $\eta < 2/\beta$ больший корень этого уравнения дает ветвь (5.2), а меньший равен

$$\omega = -\frac{\partial \ln P}{\partial \ln n} \frac{\omega_{Mi}}{1 + T_i/T_e}. \quad (5.15)$$

Очевидно, что этот последний корень велик по сравнению с ω_{Mi} как раз при $\eta \gg 1$, а при $\eta \sim 1$ он по порядку величины совпадает с (5.10). Это позволяет колебания (5.10) и (5.15) отнести к одной и той же ветви. Интересно отметить, что ветвь (5.15) может быть получена также и при использовании макроскопического описания.

При учете резонансных электронов вместо уравнения (5.14) из (2.8) следовало бы

$$\omega^2 \left(1 + i\sqrt{\pi} \frac{\omega_{Te}^*}{2k_z v_{Te}}\right) - \omega \omega_{ne}^* - \frac{\omega_{Mi}^* \omega_{Pi}^*}{1 + T_i/T_e} = 0. \quad (5.16)$$

Отсюда для мнимой части частоты волн (5.15) находим

$$\text{Im } \omega = \frac{(\text{Re } \omega)^2 \sqrt{\pi} \partial \ln T_e}{|k_z| v_{Te} \partial \ln n'} \quad (5.17)$$

т. е. при больших положительных $\partial \ln T_e / \partial \ln n$ эта ветвь неустойчива.

6. Ионная температурная неустойчивость плазмы конечного давления

При проведенном выше анализе волн магнитозвукового типа ионы считались неподвижными вдоль магнитного поля. Теперь рассмотрим эффекты, связанные с продольным движением ионов. При этом, полагая в (2.8) $\omega \ll k_z v_{Te}$ и пренебрегая членами порядка $\omega / k_z v_{Te}$, получаем

$$\begin{aligned} & 2 + i\sqrt{\pi} \frac{1}{n_0} \hat{l}_i \frac{\omega n_0}{|k_z| v_{Ti}} \langle W \rangle - \\ & - i\sqrt{\pi} \frac{1}{\omega_M^2} \frac{\beta}{2} \frac{1}{n_0} \hat{l}_i n_0 \omega_M \frac{\omega}{|k_z| v_{Ti}} \langle \varepsilon^2 W \rangle + \\ & + \pi \frac{\beta}{4} \frac{\omega^2}{\omega_M^2 n_0^2} \left\{ \hat{l}_i n_0 \frac{1}{|k_z| v_{Ti}} \langle W \rangle \hat{l}_i n_0 \frac{\omega_M^2}{|k_z| v_{Ti}} \langle \varepsilon^2 W \rangle - \right. \\ & \left. - \left[\hat{l}_i n_0 \frac{\omega_M}{|k_z| v_{Ti}} \langle \varepsilon W \rangle \right]^2 \right\} = 0, \quad (6.1) \end{aligned}$$

где $W = W(|\omega - \varepsilon \omega_M| / k_z v_{Te})$ — функция Крампа [23].

Мнимые члены в уравнении (6.1) описывают резонансное взаимодействие ионов с волнами, рассмотренное в разделе 5. Интересуясь сейчас лишь эффектами, связанными с продольным движением ионов, перепишем уравнение (6.1), пренебрегая мнимыми членами, а также считая, что $\beta \ll 1$ и $\omega \gg \omega_{Mi}$:

$$\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{vmatrix} = 0; \quad (6.2)$$

$$X_{11} = 1 + \frac{\omega_n^*}{\omega} - \left(\frac{\omega_{Mi}}{\omega} + \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{2\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_n^* + \omega_T^*}{\omega} \right),$$

$$X_{22} = \frac{\omega_{Mi}}{\omega} \left[2 \frac{\omega_n^* + \omega_T^*}{\omega} - 2 \frac{\omega_{Mi}}{\omega} \left(1 + \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{2\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_n^* + 2\omega_T^*}{\omega} \right) \right], \quad (6.3)$$

$$X_{12} = X_{21} = \frac{\omega_{Mi}}{\omega} \left[1 - \frac{\omega_n^* + \omega_T^*}{\omega} + \left(2 \frac{\omega_{Mi}}{\omega} + \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{2\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_n^* + 2\omega_T^*}{\omega} \right) \right]$$

Вообще говоря, члены, описывающие продольное движение ионов, малы, как $k_z^2 v_{Ti}^2 / \omega^2$, однако их вклад в дисперсионное уравнение может оказаться существенным при наличии большого градиента температуры, такого, что

$$\omega_T^* k_z^2 v_{Ti}^2 / 2\omega^3 \sim 1. \quad (6.4)$$

Однако наличие большого градиента температуры приводит не только к усилению относительной роли эффектов продольного движения ионов, но также и эффектов магнитного дрейфа. Последние оказываются существенными при $\omega_T^* \omega_M / \omega^2 \sim 1$ (ср. с (5.14)). Предполагая $\omega_T^* \gg \omega_n^*$, можно пренебречь единицей в круглых скобках (6.3). При этом уравнение (6.2) сводится к кубическому уравнению

$$\omega^3 + \omega \frac{\omega_T^* \omega_{Mi}}{2} + \frac{k_z^2 v_{Ti}^2 \omega_T^*}{2} = 0. \quad (6.5)$$

Уравнение (6.5) отличается от соответствующего дисперсионного уравнения, полученного Рудаковым и Сагдеевым [2], описывающего ионную температурную неустойчивость, наличием магнитного дрейфа. Последний сузит область этой неустойчивости. Ее стабилизация происходит при выполнении условия

$$\beta > 3 \cdot 4^{1/2} (k_z v_{Ti} / \omega_T^*)^{1/2}. \quad (6.6)$$

До сих пор исследование волн магнитозвукового типа проводилось в области $|\omega - \omega_{Mi}| > k_z v_{Ti}$. Теперь, воспользовавшись уравнением (6.1), рассмотрим влияние эффектов конечного β в области частот $|\omega - \omega_{Mi}| < k_z v_{Ti}$. В случае нулевых β ($\omega_{Mi} \approx 0$) уравнение (6.1) переходит в дисперсионное уравнение работы Галева, Ораевского и Сагдеева [24] в области $\omega / k_z v_{Ti} < 1$. Как следует из [24], для исследования этой неустойчивости необходимо сохранять члены второго порядка малости по $\omega / k_z v_{Ti}$. В этом приближении уравнение (2.10) имеет вид

$$\begin{aligned} & -2 - \frac{i\sqrt{\pi}}{n_0} \hat{l}_i n_0 \frac{\omega}{k_z v_{Ti}} + i \frac{16\pi^{3/2}}{B_0^2 T n_0} \hat{l}_i \left(T^2 n_0 \frac{\omega}{k_z v_{Ti}} \right) - \\ & - \frac{8\pi^2}{T n_0 B_0^2} \hat{l}_i \left(n_0 \frac{\omega}{k_z v_{Ti}} \right) \hat{l}_i \left(\frac{n_0 T^2 \omega}{k_z v_{Ti}} \right) - \frac{32\pi}{n_0 T B_0^2} \hat{l}_i n_0 \frac{T^2 (\omega - 3\omega_{Mi})}{(k_z v_{Ti})^2} + \\ & + \frac{2}{n_0} \hat{l}_i n_0 \frac{\omega (\omega - \omega_{Mi})}{(k_z v_{Ti})^2} + \frac{4\pi^2}{n_0 T B_0^2} \left(\hat{l}_i \frac{n_0 T \omega}{k_z v_{Ti}} \right)^2 = 0. \quad (6.7) \end{aligned}$$

Будем, как и в [21], полагать $\beta \ll 1$, учитывая, однако, эффекты конечного β .

Воспользуемся условием

$$\omega_n^* \gg k_z v_{Ti}, \quad (6.8)$$

которое, как будет видно из дальнейшего (см. ниже формулы (6.9) и (6.10)), является необходимым условием существования решения уравнения (6.7). Это решение имеет вид

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega_T^* - \omega_n^*} \left[1 - \frac{\omega_n^* \omega_{Mi}}{k_z^2 v_{Ti}^2} - i\sqrt{\pi} \frac{\omega_n^*}{|k_z| v_{Ti}} \left(1 - \frac{\eta}{2} \right) \right] - \\ & - \frac{\beta\pi}{4} \left(\omega_n^{*2} + \omega_n^* \omega_T^* - \frac{7}{4} \omega_T^{*2} \right). \quad (6.9) \end{aligned}$$

Как в случае $\beta \rightarrow 0$, это уравнение справедливо только при $\eta \approx 2$, так как в противном случае не удовлетворяется исходное предположение $\omega \ll k_z v_{Ti}$. Используя это обстоятельство, можно представить (6.9) в сле-

дующем приближенном виде:

$$\omega = \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega_n^*} + \omega_{Mi} (\pi - 3) - i \sqrt{\pi} |k_z| v_{Ti} \left(1 - \frac{\eta}{2}\right). \quad (6.10)$$

Отсюда следует, что при $\beta < 1$ роль магнитного дрейфа в области частот $|\omega - \omega_M| \ll k_z v_{Ti}$ незначительна. Отсутствие стабилизирующей роли магнитного дрейфа в рассмотренном случае объясняется его относительно малым вкладом в дисперсионное уравнение ($\sim \omega_{Mi} / k_z v_{Ti} \ll 1$). Естественно ожидать, однако, стабилизацию магнитным дрейфом неустойчивости [24] при $\omega_{Mi} \gg k_z v_{Ti}$.

Действительно, частота колебаний, вычисляемая из уравнения (6.1) в случае $\omega \ll k_z v_{Ti}$, $\omega_{Mi} \gg k_z v_{Ti}$, $\beta < 1$, не удовлетворяет исходным предположениям (она оказывается равной частоте магнитного дрейфа, что является нарушением условия $\omega_{Mi} \gg \omega$). Следовательно, в этой области отсутствуют всякие колебания как устойчивые, так и неустойчивые. Сравнительно большая величина магнитного дрейфа $\omega_{Mi} \gg k_z v_{Ti}$, приводящая к стабилизации неустойчивости [24] в области $\omega \ll k_z v_{Ti}$, соответствует не малой величине β , а именно

$$\beta > k_z v_{Ti} / \omega_n^*. \quad (6.11)$$

Последнее рассмотрение указывает на возможность стабилизации неустойчивости [24] при $\beta > 1$.

Полагая в (6.1) $\omega < \max(k_z v_{Ti}, \omega_{Mi})$, видим при этом, что в функции Крампа W членами с ω можно пренебречь. Квадратичные по W члены опускаем ввиду того, что они входят в уравнение с малым весом $\sim \omega^2 / (k_z v_{Ti})^2$. В результате получаем линейное относительно частоты ω уравнение:

$$\omega = \frac{i4}{\sqrt{\pi} \beta} \frac{k_z v_{Ti}}{\langle \varepsilon^2 W \rangle} + \frac{k_y T_i}{M_i \omega_{Bi}} \frac{\partial}{\partial x} \ln \left(\frac{n_0 \omega_M^2}{v_{Ti}} \langle \varepsilon^2 W \rangle \right). \quad (6.12)$$

Случай $k_z v_{Ti} \gg \omega$ соответствует колебаниям однородной плазмы с декрементом затухания

$$\gamma = -4\pi^{-1/2} |k_z| v_{Ti} / \beta. \quad (6.13)$$

Замечаем, что определяемый этой формулой декремент $\gamma \sim \omega_n^*$. Поэтому для рассмотрения колебаний с $\omega \sim \omega_n^*$ необходимо в (6.12) провести разложение функции W по малому аргументу $k_z v_{Ti} / \omega_M \ll 1$ так, что

$$\langle \varepsilon^2 W \rangle = \frac{ik_z v_{Ti}}{\sqrt{\pi} \omega_M} (1 + i\pi \operatorname{sign} \omega_{Mi}), \quad (6.14)$$

где $\operatorname{sign} \omega_{Mi} = \omega_{Mi} / |\omega_{Mi}|$. Подставляя (6.14) в (6.12), находим

$$\omega = - \frac{\omega_{pi}^* (1 - i\pi \operatorname{sign} \omega_{Mi})}{1 + i\pi \operatorname{sign} \omega_{Mi}}. \quad (6.15)$$

Отсюда следует, что $\operatorname{Im} \omega < 0$, т. е. колебания затухают. Тем самым показано, что ионная температурная неустойчивость в плазме с $\beta > 1$ отсутствует.

Резюмируем результаты настоящего раздела. Как отмечалось выше, наличие большого градиента температуры приводит к повышению относительной роли как эффектов магнитного дрейфа, так и эффектов продоль-

ного движения ионов. В случае ионной температурной неустойчивости эти эффекты являются конкурирующими: продольное движение ионов вызывает неустойчивость, а магнитный дрейф ее стабилизирует. Следствием конкуренции этих двух процессов в случае $\omega \gg k_z v_{Ti}$ является условие стабилизации (6.6), а в случае $\omega \ll k_z v_{Ti}$ — условие (6.11).

В плазме с $\beta \ll 1$ эффекты магнитного дрейфа малы, как β , и вследствие этого они могут оказаться преобладающими только в тех случаях, когда в задаче, помимо β , имеется другой малый параметр. (Например, в области $\omega \ll k_z v_{Ti}$ таким малым параметром является $k_z v_{Ti} / \omega_{Ti}$.) Если же $\beta \gg 1$, то ионная температурная неустойчивость отсутствует при любых k_z .

7. Заключение

Из результатов, полученных в настоящей работе, отметим следующие:

1. Возможные длинноволновые неустойчивости плазмы конечного давления могут быть связаны с раскачкой только двух типов волн — дрейфовых волн альфвеновского типа, либо дрейфовых волн магнитозвукового типа.

2. В принятом нами приближении $k^2 \rho_i^2 \rightarrow 0$ волны альфвеновского типа не затухают и не раскачиваются практически при любых η , если $\beta < 1$; в плазме с $\beta \geq 1$ с этими волнами связана неустойчивость гидродинамического типа, если только τ удовлетворяет условию, обратному (3.2).

3. Наиболее интересными для теории устойчивости плазмы являются дрейфовые волны магнитозвукового типа. В частности, с ними связана ионная температурная неустойчивость плазмы с $\beta \ll 1$ и $\eta > 2$ [24, 24].

Наш анализ показывает, что с увеличением β эта неустойчивость остается вплоть до $\beta \sim 1$; при $\beta > 1$ она исчезает.

4. В плазме с $\beta \ll 1$ возможно существование колебаний, существенно зависящих от скорости магнитного дрейфа частиц. Характерная частота таких колебаний порядка

$$\omega_M \sim \frac{cT}{eB_0} k_{\perp} \frac{\partial \ln B_0}{\partial x}.$$

Эти колебания могут приводить к неустойчивости плазмы, если только $\partial \ln T / \partial \ln n_0 \neq 0$.

5. Указанные в работе [4] неустойчивости плазмы для случая $\cos(\angle k, B_0) = 0$, по-видимому, становятся незначительными при удержании плазмы в магнитном поле со сжатием магнитных силовых линий, если выполняется критерий (4.7).

Новосибирский государственный университет

Поступила в редакцию
30 апреля 1966 г.

Литература

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
- [2] В. Б. Кадомцев. В сб. Вопросы теории плазмы, под ред. М. А. Леонтовича, 2, Госатомиздат, 1963.
- [3] А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев. УФН, 73, 71, 1961.
- [4] Ю. А. Церковников. ЖЭТФ, 32, 67, 1957.
- [5] Л. И. Рудаков, Р. З. Сагдеев. ЖЭТФ, 37, 1337, 1959.

- [6] N. Krall, M. Rosenbluth. Phys. Fluids, 6, 254, 1963.
 [7] Л. В. Михайловская, А. Б. Михайловский. Ядерный синтез, 3, 276, 1963.
 [8] Л. В. Михайловская, А. Б. Михайловский. ЖЭТФ, 45, 1566, 1963.
 [9] Л. А. Арцимович. Управляемые термоядерные реакции, Физматгиз, 1963.
 [10] Ю. В. Готт, М. С. Иоффе, Е. Е. Юшманов. Конференция по физике плазмы, Калэм, CN — 21/143, 1965.
 [11] А. А. Галеев, С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. Атомная энергия, 15, 451, 1963.
 [12] Н. В. Филиппов, Т. И. Филиппова. Конференция по физике плазмы, Калэм, CN — 21/250, 1965.
 [13] А. А. Галеев, А. М. Искольдский, В. Н. Лукьянов, Ю. Е. Нестерхин, А. Г. Пономаренко. Конференция по физике плазмы, Калэм, CN — 21/215, 1965.
 [14] Л. В. Михайловская, ЖТФ, 37, 6, 1967.
 [15] С. И. Брагинский. Вопросы теории плазмы, 1, Госатомиздат, 1963.
 [16] А. Б. Михайловский. Вопросы теории плазмы, 3, Госатомиздат, 1963.
 [17] А. А. Галеев. ЖЭТФ, 44, 1920, 1963.
 [18] В. П. Силин. ЖЭТФ, 44, 1271, 1963.
 [19] В. Д. Шафранов. В сб. Вопросы теории плазмы, под ред. М. А. Леонтовича, 3, Госатомиздат, 1963.
 [20] Б. А. Михайловский, Л. И. Рудаков. ЖЭТФ, 44, 912, 1963.
 [21] Л. И. Рудаков, Р. З. Сагдеев. ДАН СССР, 138, 561, 1961.
 [22] Б. Б. Кадомцев, А. Б. Михайловский, А. В. Тимофеев. ЖЭТФ, 47, 2266, 1964.
 [23] В. Н. Фадеева, Н. М. Терентьев. Таблицы значений интеграла вероятности от комплексного аргумента, Гостехиздат, 1954.
 [24] А. А. Галеев, В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев. ЖЭТФ, 44, 902, 1963.

DRIFT WAVES IN A FINITE PRESSURE PLASMA

A. B. Mikhailovsky, A. M. Fridman

It is shown that the low frequency oscillations of a collisionless inhomogeneous finite pressure plasma consist of two types of waves which are similar to Alfvén and slow magneto-acoustic waves of an homogeneous plasma. Instabilities of a finite pressure plasma related to spontaneous excitation of the oscillations are discussed. It is demonstrated that, similar to the situation in homogeneous plasma, there is no interaction between resonance particles and Alfvén-type waves in the zero Larmor ion radius approximation. The waves may involve a hydrodynamic instability if the plasma pressure is comparable with that of the magnetic field and the density and temperature gradients are of opposite signs. A large class of plasma instabilities are connected with waves of the magneto-acoustic type; this is due to the important role of resonance particle effects. Some new instabilities of a plasma of this type are considered. As a rule they occur when the relative temperature gradient is comparable to or exceeds the density gradient and is of opposite sign. The ion temperature instability of a finite pressure plasma observed previously for a low pressure plasma with $\partial \ln T / \partial \ln n > 1$ is also discussed. It is shown that this instability is not encountered in plasma in which the pressure exceeds the magnetic pressure.

ЛОКАЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С УЗКОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНОЙ

В. И. Шека, Д. И. Шека

В многозонном приближении, непосредственно учитывающем взаимодействие зоны проводимости и валентных зон, построена теория примесных состояний в полупроводниках с зонной структурой InSb. Как показало проведенное общее исследование решения уравнений движения, поведение носителя тока вблизи акцепторного центра может быть правильно описано только с учетом верхних зон и практически от них не зависит в окрестности донора. Численно рассчитаны энергетические уровни локальных центров большого радиуса в InSb. Найденная величина потенциала ионизации однозарядного акцепторного центра в InSb хорошо согласуется с экспериментальным значением.

Теория локальных состояний большого радиуса в полупроводниках обычно основывается на методе эффективной массы, причем движение носителя тока обуславливается структурой одной или нескольких смыкающихся на краю зон. В зависимости от типа выбранной зоны локальный центр является донорным или акцепторным. Естественным обобщением этого приближения можно считать модель, в которой поведение заряженной квазичастицы описывается формой ближайших наиболее актуальных зон; последние могут быть разделены запрещенной зоной. Такой моделью, в частности, является плодотворная схема Кейна [1], совместно рассматривающая как зону проводимости, так и спиново-расщепленные валентные зоны. В этой схеме возможность пребывания квазичастицы в электронной и дырочной зонах содержится уже в самих уравнениях движения и поэтому здесь следует говорить об единой квазичастице, находящейся преимущественно в одном из зарядовых состояний. Это относится и к поведению носителя тока вблизи заряженного центра; такая многозонная теория локальных состояний была впервые предложена Келдышем [2].

В настоящей работе в рамках схемы Кейна рассматриваются мелкие локальные состояния в кубических кристаллах. Детальный учет зонной структуры позволил вычислить в согласии с экспериментом энергию ионизации акцепторов в InSb, а также найти волновую функцию соответствующего состояния. Проведен анализ возникающих при учете дальних зон изменений в аналитической структуре решений для локального центра.

1. Гамильтониан задачи и разделение переменных в уравнениях движения

Воспользуемся матричным гамильтонианом (2) из [3], в недиагональных элементах которого сохраним члены, пропорциональные параметру взаимодействия P . Отброшенные слагаемые представляют собой малые поправки высшего порядка по $\hbar k$ метода эффективной массы; в кристаллах с центром инверсии симметрия всегда их аннулирует. Оператор \hat{H} из [3] при нулевом магнитном поле будет играть роль кинетической энергии в полном гамильтониане:

$$\hat{H} = \hat{H} + V(r) = \hat{H} - Ze^2 / \epsilon_0 r. \quad (1)$$