ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 3, вып. 1, 1966

О РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Н. БАЙЕР, В. М. КАТКОВ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 22 мая 1965 г.)

Рассмотрено явление поляризации электронов вследствие излучения при движении в магнитном поле.

1. Введение

Возможность получения поляризованных пучков электронов вследствие излучения при движении в магнитном поле представляет большой интерес в связи со ставящимися в настоящее время опытами на встречных электронных и электрон-позитронных пучках. На существование эффекта поляризации в постоянном однородном магнитном поле было впервые указано в работах Соколова, Тернова и сотрудников (см., например, [1]). Поскольку при больших энергиях время поляризации сравнимо с временем работы накопителей, указанный эффект интересен не только с теоретической, но и с практической точки зрения. Поэтому необходим всесторонний анализ этого явления, в частности, рассмотрение вопроса о поляризации в неоднородном поле и влиянии на процесс поляризации всякого рода возмущений.

Движение электрона большой энергии в магнитном поле является квазиклассическим. В соответствии с этим вероятность излучения фотона при движении электрона в магнитном поле можно представить в виде разложения по степеням $\hbar$. Главный член в вероятности излучения без переворота спина описывает классическое излучение в магнитном поле, следующие члены представляют квантовые поправки. Главный член в вероятности излучения с переворотом спина, естественно, пропорционален $\hbar^2$; именно он будет интересовать нас в данной работе. Тот факт, что нас интересует главный член, позволяет при расчете пользоваться существенно более грубыми приближениями, чем те, которые нужны при вычислении поправки $\sim\hbar^2$ в вероятности перехода без переворота спина. Естественно, что интерес представляет только вероятность перехода, просуммированная по всем конечным состояниям. В соответствии с этим суммирование проводится наиболее удобным образом, причем мы систематически пренебрегаем вкладами более высокого порядка по $\hbar$ и релятивистскому фактору $1/\gamma$.

В работе рассмотрен вопрос о поляризационных состояниях электрона в магнитном поле. Показано, что наиболее простым является выбор, соответствующий состоянию с определенной ориентацией спина в системе покоя электрона; этот выбор существенно отличается от выбора поляризационных состояний в работе [1] (раздел 2). В разделе 3 проведено вычисление вероятности излучения с переворотом спина методом, близким к методу Соколова и Тернова (метод I), но с использованием более простых приближений и с изменением порядка суммирования по конечным состояниям. В этом же разделе рассмотрены вклады в вероятность различных типов переходов, что интересно для оценки влияния возмущений. В следующем разделе вероятность перехода вычисляется с помощью метода, основанного на квазиклассическом характере движения электрона больших энергий в магнитном поле (метод II).

Заметим, что оценка эффектов деполяризации, связанных с резонансом аномальной части магнитного момента электрона с некоторой гармоникой возмущений, показывает, что деполяризация может быть сделана малой, так что поляризация электронов при определенных условиях оказывается весьма устойчивой [2].

2. Поляризационные состояния электрона в магнитном поле

Как известно (см., например, [3, 4]), для описания поляризационных состояний электрона можно ввести три оператора поляризации: 3-вектор 1)

$$\hat{\mathbf{O}} = \beta\boldsymbol{\sigma} - \frac{\gamma_5 \mathbf{p}}{E} - \frac{\beta(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p})\mathbf{p}}{E(E+m)}, \tag{2.1}$$

4-вектор $\hat{T}_\mu$ и антисимметричный тензор $\hat{R}_{\mu\nu}$. Все эти три оператора в случае свободного движения коммутируют с гамильтонианом.

Если ввести единичный вектор $\mathbf{s}$ и рассматривать поляризационные состояния с заданной проекцией на этот вектор, то мы должны определить собственные функции оператора $(\hat{\mathbf{O}}\mathbf{s})$. Определенные так состояния обладают важным свойством: при преобразовании из системы покоя в лабораторную систему волновые функции с заданной поляризацией переходят в волновые функции с той же поляризацией (см., например, [3]), т. е. поляризация пучка электронов одна и та же в любой системе отсчета. Если же рассматривать операторы $\hat{T}_\mu$ и $\hat{R}_{\mu\nu}$, то поляризационные состояния описываются с помощью аксиального вектора t^μ и антисимметричного тензора $m^{\mu\nu}$, причем эти величины могут быть выражены через вектор $\mathbf{s}$ (взятый в системе покоя); например, t^μ получается из $\mathbf{s}$ с помощью преобразования Лоренца при условии, что $s_0 = 0$. Легко показать, что

$$(\hat{\mathbf{O}}\mathbf{s}) = -(\hat{T}_\mu t^\mu) = {}^1\!/_2 \hat{R}_{\mu\nu} m^{\mu\nu}, \tag{2.2}$$

откуда следует полная эквивалентность всех трех способов описания поляризационных состояний; в частности, любая из этих комбинаций может использоваться в матрице плотности. Заметим еще, что $\langle \hat{T}_\mu \rangle$ есть классический вектор спина, для которого можно написать классические уравнения движения в произвольном внешнем поле.

Приведенные операторы поляризации могут быть обобщены на случай движения во внешнем электромагнитном поле с помощью обычной замены $p_\mu \to P_\mu$. В этом случае операторы поляризации, вообще говоря, не коммутируют с гамильтонианом. Однако в случае однородного и постоянного магнитного поля можно определить операторы поляризации, коммутирующие с гамильтонианом. Таким оператором, в частности, являются $\hat{O}_3$ (магнитное поле направлено по оси z) и $(\hat{\mathbf{O}}\mathbf{P})$. Поляризационные состояния, определяемые оператором O_3, при переходе в систему покоя соответствуют спину электрона, направленному по и против направления магнитного поля, а поляризационные состояния, определяемые оператором $(\hat{\mathbf{O}}\mathbf{P})$, соответствуют спину, направленному по и против направления движения.

Наряду с этим, с гамильтонианом коммутируют также операторы $\hat{T}_3$ и $\hat{R}_{12}$. Однако, если мы будем определять поляризационные состояния как собственные функции этих операторов, то при переходе в систему покоя

1) Здесь и ниже используется метрика $(ab) = a_0 b_0 - (\mathbf{ab})$, $\hbar = c = 1$.

электрона вектор s, представляющий среднее значение спина электрона, будет, вообще говоря, иметь все три компоненты (в отличие от собственных функций оператора $\hat{O}_3$, для которых отлична от нуля только компонента $s_3 = 1$). Можно показать, что компоненты s_1, s_2 пропорциональны p_3 / m для поляризационных состояний оператора $\hat{T}_3$ и пропорциональны p_3 / E для поляризационных состояний оператора $\hat{R}_{12}$. Для рассматриваемой задачи величина p_3 / E (но не p_3 / m) пренебрежимо мала.

По этой причине нам представляется весьма неудачным выбор поляризационных состояний в работе [1], в которых использовались собственные функции оператора R_{12}, поскольку, как мы видели, вектор, представляюнием s влияет на суммарную вероятность перехода; если рассматривать ного поля, хотя угол прецессии пренебрежимо мал (порядка p_3 / E).

В силу указанного выше мы будем определять поляризационные состояния как собственные функции оператора

$$O_3 = \beta\sigma_3 - \frac{\gamma_4 P_3}{E} - \frac{\beta(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{P})P_3}{E(E+m)}. \tag{2.3}$$

3. Полная вероятность радиационного перехода с переворотом спина (метод I)

Решение уравнения Дирака в цилиндрических координатах в постоянном и однородном магнитном поле имеет вид

$$\Psi^{\uparrow} = N \begin{pmatrix} R(s, l-1) \\ 0 \\ \dfrac{p_3}{E+m} R(s, l-1) \\ \dfrac{i\sqrt{4\eta n}}{E+m} R(s, l) \end{pmatrix}, \quad \Psi^{\downarrow} = N \begin{pmatrix} 0 \\ R(s, l) \\ -\dfrac{i\sqrt{4\eta n}}{E+m} R(s, l-1) \\ -\dfrac{p_3}{E+m} R(s, l) \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

$$R(s, l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(l\varphi + p_3 z)} \sqrt{\frac{s!}{n!}} L_s{}^l(y) e^{-y/2} y^{l/2}, \tag{3.2}$$

где p_3 — импульс электрона вдоль оси z,

$$\eta = \frac{eH}{2}, \quad N = \left(\frac{E+m}{2E}\right)^{1/2}, \quad y = \eta r^2, \quad n = l + s, \quad E^2 = m^2 + p_3{}^2 + 4\eta n.$$

Вероятность радиационного перехода в магнитном поле с переворотом спина, просуммированную по поляризациям излученного фотона, запишем в виде [5]

$$dW_{if} = \frac{\alpha}{(2\pi)} \{ |\alpha_y{}^{if}|^2 (1 + \cos^2\vartheta) + |\alpha_z{}^{if}|^2 \sin^2\vartheta -$$

$$- \sin\vartheta \cos\vartheta (\alpha_y \alpha_z{}^* + \alpha_y{}^* \alpha_z)^{if} \} \omega\, d\omega\, d\Omega\, \delta(E_i - E_f - \omega); \tag{3.3}$$

здесь

$$\alpha^{if} = \int \psi_f{}^+ e^{-i\mathbf{kr}} \hat{\alpha} \psi_i d^3r. \tag{3.4}$$

6*

Вычисляя интегралы (3.4), получаем

$$a_y^{\uparrow\downarrow} = -\frac{ip_3}{E+m} Q_{s0,\,s} \left[J_\nu'(\varkappa) + \frac{\nu}{\varkappa} J_\nu(\varkappa) \right], \tag{3.5}$$

$$a_y^{\downarrow\uparrow} = -\frac{ip_3}{E+m} Q_{s_0,\,s} \left[\frac{\nu}{\varkappa} J_\nu(\varkappa) - J_\nu'(\varkappa) \right], \tag{3.6}$$

$$a_z^{\uparrow\downarrow} = -\frac{i\nu}{2n_0} Q_{s_0,\,s} \left[\sin\vartheta J_\nu'(\varkappa) + \frac{1}{\gamma} J_\nu(\varkappa) \right], \tag{3.7}$$

$$a_z^{\downarrow\uparrow} = \frac{i\nu}{2n_0} Q_{s_0,\,s} \left[\sin\vartheta J_\nu'(\varkappa) - \frac{1}{\gamma} J_\nu(\varkappa) \right], \tag{3.8}$$

где (квантовые числа начального состояния имеют нулевой индекс; без ограничения общности $p_3{}^0 = 0$)

$$Q_{s_0,\,s} = NN_0 \delta_{p_3,\,-k} I_{s_0,\,s}, \tag{3.9}$$

$$I_{n,\,s}(x) = \sqrt{\frac{s!}{n!}}\, e^{-x/2} x^{(n-s)/2} L_s^{n-s}(x), \tag{3.10}$$

$$x = \frac{\omega^2 \sin^2\vartheta}{4\eta} \approx \frac{\nu^2\beta^2 \sin^2\vartheta}{4n_0}, \qquad \nu = n_0 - n, \tag{3.11}$$

ϑ — угол вылета фотона. Здесь и в дальнейшем предполагается, что $\nu / n_0 \ll 1$ [2]. Мы воспользовались известной асимптотикой для полиномов Лагерра [6]:

$$I_{n_0,\,n} = J_\nu(\varkappa) \left[1 + \frac{\nu}{n_0} \cdot \mathrm{const} \right], \tag{3.12}$$

причем

$$\varkappa = 2 \left[\left(n_0 - \frac{\nu}{2} \right) x \right]^{1/2} \approx \nu\beta \sin\vartheta. \tag{3.13}$$

Уже в этих выражениях видна зависимость матричного элемента перехода от состояния начального спина.

Воспользовавшись асимптотиками для бесселевых функций [7], легко получаем [3]

$$J_\nu(\nu\beta\sin\vartheta) \approx \frac{\sqrt{\mu}}{\pi\sqrt{3}} K_{1/3}\left(\frac{1}{3} \nu\mu^{3/2} \right), \tag{3.14}$$

$$J_\nu'(\nu\beta\sin\vartheta) \approx \frac{\mu}{\pi\sqrt{3}\,\beta\sin\vartheta} K_{2/3}\left(\frac{1}{3} \nu\mu^{3/2} \right), \tag{3.15}$$

$$\mu = 1 - \beta^2 \sin^2\vartheta = \gamma^{-2} + \beta^2 \cos^2\vartheta. \tag{3.16}$$

Имеются только две нетривиальные операции суммирования по конечным состояниям: суммирование по энергиям конечных состояний и интегрирование по углу вылета фотона (суммирование по квантовому числу s дает $\Sigma_s I^2_{s_0,\,s} = 1$). Поскольку спектр энергий в магнитном поле является квазинепрерывным, суммирование по конечным состояниям может быть заменено на интегрирование. Оказывается более удобным сначала провести это интегрирование, и тогда, пренебрегая членами более высокого порядка по $1/\gamma$, получаем

$$dW_{ij} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{R^3 m^2 \gamma^2} \left[\frac{4\sqrt{3}}{\mu^4} + \zeta \frac{35\pi}{16\gamma} \frac{1}{\mu^{9/2}} \right] \sin\vartheta\, d\vartheta. \tag{3.17}$$

---

[2] Пренебрежение членами более высокого порядка по ν / n_0 соответствует отбрасыванию членов, содержащих высшие степени $\hbar$.

[3] Отброшены члены более высокого порядка по $1/\gamma$.

Здесь $\zeta = 1$ для $W^{\uparrow\downarrow}$ и $\zeta = -1$ для $W^{\downarrow\uparrow}$. Проводя элементарное интегрирование по углу вылета фотона, получаем

$$W^{\zeta} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{\alpha}{m^2 R^3} \gamma^5 \left(1 + \zeta \frac{8\sqrt{3}}{15} \right). \tag{3.18}$$

Этот результат совпадает с полученным в работе [1]. Из него следует, что вероятность перехода с переворотом спина зависит от начального состояния, т. е. происходит «затухание» спина.

Проведем анализ полученных результатов. Нас интересуют прежде всего факторы, определяющие разницу в вероятностях $W^{\uparrow\downarrow}$ и $W^{\downarrow\uparrow}$. Главный вклад в эту разницу дает матричный элемент α_z (см. (3.7), (3.8)), в котором оба члена имеют одинаковый порядок. Что касается матричных элементов α_y (см. (3.5), (3.6)), то в них главный вклад дает член $J_\nu(\varkappa)$ (член с производной $J_\nu'(\varkappa)$ дает вклад порядка $1/\gamma$, что видно непосредственно из формул (3.14), (3.15), поскольку $\sqrt{\mu} \sim 1/\gamma$). Прямо из выражений (3.5) — (3.8) видно, что все матричные элементы зависят от квантового числа s одинаково и, следовательно, величина

$$(W^{\uparrow\downarrow} - W^{\downarrow\uparrow}) / (W^{\uparrow\downarrow} + W^{\uparrow\downarrow})$$

не зависит от изменения квантового числа s (учет переходов с изменением s влияет на суммарную вероятность перехода; если рассматривать только переходы $s = s_0$, то в выражении для вероятности перехода появляется дополнительный множитель $\exp\{-\nu^2 / 4n_0\}$, который существен, начиная с энергий $E \sim m(mR)^{1/5}$).

Можно формально положить в конечном состоянии $p_3 = 0$; тогда $\alpha_y = 0$, а α_z не меняется. При этом разность $W^{\uparrow\downarrow} - W^{\downarrow\uparrow}$ не меняется, но изменяется полная вероятность перехода с переворотом спина (правда, незначительно). Отсюда можно утверждать, что переходы с изменением импульса вдоль поля p_3 не дают существенного вклада в эффект.

Итак, основной вклад в эффект «затухания» спина дают переходы с изменением квантового числа l.

4. Полная вероятность радиационного перехода с переворотом спина (метод II)

Как мы видели, вычисление величины вероятности радиационного перехода с переворотом спина проводилось (начиная с формулы (3.5)) в предположении $\nu / n_0 \ll 1$. Это приближение соответствует тому, что изменение энергии частицы при излучении в магнитном поле невелико по сравнению с самой энергией. Именно такой случай следует рассматривать, имея в виду, что результаты расчета будут использоваться при рассмотрении реальных установок.

По этой причине задачу с самого начала можно решать в такой приближенной формулировке. Тогда можно рассматривать движение частицы в квазиклассической потенциальной яме, образованной центробежным барьером и потенциалом магнитного поля. Такого рода подход в применении к другим задачам (для скалярных частиц) использовался, например, Гутбродом [8].

В соответствии с постановкой задачи естественно предположить, что координата электрона меняется вблизи некоторого равновесного (в классическом смысле) радиуса. С другой стороны, поскольку рассматриваются спиновые эффекты для ультрарелятивистских частиц, мы должны использовать решения уравнения Дирака (грубо говоря, приближение делается по радиальному движению и не делается по спиновому). Такой подход применим только для вычисления главного вклада в выражение для вероятности, поскольку при вычислении членов следующего порядка по $\hbar$ вклад в них дадут и соответствующие поправки к радиальному движению. В этом приближении решение уравнения Дирака можно представить в виде

$$\Psi^{\uparrow} = N \begin{pmatrix} P(s, l-1) \\ 0 \\ \dfrac{p_3}{E+m} P(s, l-1) \\ \dfrac{i\sqrt{4\eta l}}{E+m}\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{2l}}\dfrac{\partial}{\partial\xi}\right) P(l, s) \end{pmatrix},$$

$$\Psi^{\downarrow} = N \begin{pmatrix} 0 \\ P(s, l) \\ \dfrac{-i\sqrt{4\eta l}}{E+m}\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{2l}}\dfrac{\partial}{\partial\xi}\right) P(s, l-1) \\ -\dfrac{p_3}{E+m} P(s, l) \end{pmatrix}, \tag{4.1}$$

$$P(s, l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(l\varphi + p_3 z)} \frac{1}{\pi^{1/4}} \frac{1}{\sqrt{2^s s!}} e^{-\xi^2/2} H_s(\xi), \tag{4.2}$$

$$E^2 = m^2 + p_3^2 + 4\eta(l+s), \tag{4.3}$$

где использованы обозначения $\xi = \sqrt{2\eta}\vec{\rho}$, $\rho = r - R$; $R = (l/\eta)^{1/2}$ — радиус классической орбиты электрона.

Поскольку нас интересует только полная вероятность перехода с переворотом спина, то, выполняя с самого начала суммирование по всем конечным состояниям, имеем

$$W = \frac{e^2}{T} \sum_f \int d^4x_1\, d^4x_2 \left[2\alpha_x(x_2)\alpha_x^*(x_1) + \alpha_z(x_2)\alpha_z^*(x_1) - \alpha_0(x_2)\alpha_0^*(x_1)\right] \times$$
$$\times\, e^{i(E_f - E_i)(t_2 - t_1)} D_+(x_1 - x_2) = 2W_1 + W_3 - W_0, \tag{4.4}$$

где

$$\alpha_k(x) = (\psi_f^+(x)\,\hat{\alpha}_k \psi_i(x)), \qquad \hat{\alpha}_0 = 1. \tag{4.5}$$

Мы проведем сначала вычисление интеграла для вероятности W_1 в (4.4). Оказывается более удобным сначала выполнить суммирование по конечным состояниям, а затем уже выполнять интегрирование по координатам. Без ограничения общности можно положить, что в начальном состоянии $p_3 = s_0 = 0$; удобно также ввести обозначение $l_0 - l = \Delta l$. Ниже мы будем систематически проводить разложения по степеням s/l и $\Delta l/l$ (заметим, что, вообще говоря, $(s/l)^{1/2} \sim \Delta l/l$) и отбрасывать члены более высокого порядка малости (что соответствует разложению по степеням $\hbar$). Исходное приближение (движение вблизи классического радиуса) соответствует разложению по степеням $\hbar$.

В дальнейшем удобно ввести переменные $x = x_1 - x_2$, $\bar{x} = x_1 + x_2$; тогда интегрирование по всем $\bar{x}$, кроме $\bar{\xi}$, выполняется тривиально. При выполнении суммирования по конечным состояниям мы используем известную формулу суммирования для полиномов Эрмита [6]:

$$\exp\left\{-\frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{2}\right\} \sum_s \frac{e^{-i\omega_0 st}}{2^s s!} H_s(\xi_1) H_s(\xi_2) =$$
$$= \frac{1}{2}\left[(1 + i\lambda)\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right)\right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{i}{4}\left[\lambda\bar{\xi}^2 - \frac{\xi^2}{\lambda}\right]\right\}. \tag{4.6}$$

Здесь ω_0 — ларморовская частота, $\lambda = \operatorname{tg}(\omega_0 t / 2)$. Что же касается суммирования по p_3 и l, то оно приводит к соответствующим δ-функциям, причем оказывается удобным перейти от переменной $\bar{\xi}$ к $\bar{\xi}_0$, используя определение $\bar{\xi}$. Тогда, отбрасывая члены более высокого порядка по $1/\gamma$, получаем

$$W_1 = \frac{\alpha}{4m^2\gamma^2(2\pi)^2} \int d\xi_0\, d\bar{\xi}_0\, dt\, d\varphi\, dz \left[(1+i\lambda)\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right)\right]^{1/2} \times$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{\xi_0^2}{4}\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right) - \frac{\bar{\xi}_0^2}{4}(1+i\lambda)\right\} \delta''(z)\,\delta(\varphi-\varphi_0)\frac{1}{(x^2 - i\varepsilon)}, \quad (4.7)$$

где

$$\varphi_0 = \omega_0 t - \lambda\bar{\xi}_0 / \sqrt{2l_0}.$$

В интеграле (4.7) прежде всего можно выполнить интегрирование по φ и z (δ-функции), пренебрегая членами более высокого порядка; легко выполнить также интегрирование по ξ_0, $\bar{\xi}_0$; тогда получаем

$$W_1 = \frac{\alpha}{2\pi m^2\gamma^2 R^4} \int dt \left[\omega_0^2 t^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2 t^2}{12}\right) - \frac{t^2}{R^2} + i\varepsilon \right]^{-2}. \quad (4.8)$$

Вычисляя этот контурный интеграл, легко находим

$$W_1 = \frac{5}{96\sqrt{3}}\frac{\alpha}{m^2R^3}\gamma^5. \quad (4.9)$$

Заметим, что с точностью до членов $\sim\gamma^{-1}(e^{\pm i\varphi})$ выражения для $W_1{}^{\uparrow\downarrow}$ и $W_1{}^{\downarrow\uparrow}$ совпадают; с той же точностью $W_1{}^{\uparrow\downarrow} = W_0{}^{\uparrow\downarrow} = W_0{}^{\downarrow\uparrow}$.

Приступим теперь к вычислению W_3. Явный вид α_z есть

$$\alpha_z{}^{if} = iN_iN_f \left\{ \frac{(4\eta l)^{1/2}}{E+m} P(0, l_0)\left(1 + \frac{\zeta}{\sqrt{2l}}\frac{\partial}{\partial\xi}\right) P^*(s, l) - \right.$$

$$\left. - \frac{(4\eta l_0)^{1/2}}{E_0+m} P^*(s, l)\left(1 - \frac{\zeta}{\sqrt{2l_0}}\frac{\partial}{\partial\xi_0}\right) P(0, l_0) \right\}, \quad (4.10)$$

где $\zeta = 1$ для $W_3{}^{\uparrow\downarrow}$ и $\zeta = -1$ для $W_3{}^{\downarrow\uparrow}$. Уже из этого выражения видно, что вероятность перехода W_3 зависит от ориентации начального спина, так как члены, содержащие производную $\partial/\partial\xi$, и члены, не содержащие ее,— одного порядка. Дальнейшее вычисление проводится как для W_1: сначала выполняется суммирование по конечным состояниям, в результате которого получаем

$$W_3{}^{\zeta} = \frac{\alpha}{4(2\pi)^2} \int dt\, d\xi_0\, d\bar{\xi}_0\, d\varphi\, dz \frac{\delta(z)}{(x^2 - i\varepsilon)} \left\{ \frac{\delta''(\varphi-\varphi_0)}{4l_0^2\gamma^2} + \right.$$

$$+ \frac{i\zeta}{\sqrt{2l_0}\, l_0\gamma}\left(\frac{\partial}{\partial\bar{\xi}_0}\right)\delta'(\varphi-\varphi_0) - \frac{1}{2l_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial\bar{\xi}_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial\xi_0^2}\right)\delta(\varphi-\varphi_0) \Big\} \times$$

$$\times \left[(1+i\lambda)\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right)\right]^{1/2} \exp\left\{ -\frac{\bar{\xi}_0^2}{4}(1+i\lambda) - \frac{\xi_0^2}{4}\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right)\right\}. \quad (4.11)$$

Проводя вычисление этого интеграла и отбрасывая члены более высокого порядка по $\hbar$ и $1/\gamma$, находим

$$W_3{}^{\zeta} = \frac{\alpha}{\pi}\frac{\gamma^5}{m^2R^3} \int dx \left\{ \frac{2}{x^4(1+{}^1/_{12}x^2)^3} + \frac{2i\zeta}{x^3(1+{}^1/_{12}x^2)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2x^2(1+{}^1/_{12}x^2)^3} + \frac{1}{2x^4(1+{}^1/_{12}x^2)^2} \right\}, \quad (4.12)$$

причем правила обхода такие же, как для интеграла (4.8). Вычисляя этот интеграл, получаем

$$W_3^\zeta = \frac{\alpha}{m^2R^3}\gamma^5\frac{1}{96\sqrt{3}}[85 + 48\sqrt{3}\,\zeta]. \qquad (4.13)$$

Подставляя W_3^ζ, W_1 в формулу (4.4), получаем выражение (3.18).

Проведенное вычисление вероятности радиационного перехода с переворотом спина является более простым, чем метод, использованный в предыдущем разделе. Кроме того, приведенный способ легко обобщается на случай аксиально-симметричного неоднородного поля; дело в том, что уже в исходном приближении мы имеем осцилляторную задачу, а движение в неоднородном поле (в линейном по полю приближении) также носит осцилляторный характер.

5. Заключение

Для описания процесса поляризации при излучении в магнитном поле следует рассмотреть уравнение для матрицы плотности. Общий анализ этого уравнения весьма сложен. Если предположить, что процесс потери и набора энергии частицей в магнитном поле является статистически независимым, то можно воспользоваться элементарным уравнением баланса для диагональных элементов матрицы плотности (см. [1]). Если вначале электроны были не поляризованы, то через время t

$$n^\uparrow(t) = n\left[\frac{W^{\downarrow\uparrow}}{W} + \frac{W^{\uparrow\downarrow} - W^{\downarrow\uparrow}}{2W}e^{-Wt}\right], \qquad (5.1)$$

$$n^\uparrow + n^\downarrow = n, \quad W = W^{\uparrow\downarrow} + W^{\downarrow\uparrow}. \qquad (5.2)$$

Если $E = 600$ *Мэв* и $R = 150$ *см*, то $\tau = W^{-1} = 67$ *мин* [9].

При $t \gg \tau$ степень поляризации электронов $n_\downarrow / n \approx 96{,}2\%$; при $t = \tau$ степень поляризации $n_\downarrow / n \approx 79\%$; наконец, при $t = \tau / 4$ степень поляризации $n_\downarrow / n \approx 60\%$. Такую поляризацию уже можно обнаружить в опытах по рассеянию и рождению частиц (в случае электрон-позитронных столкновений) [10]. Если же такая статистическая независимость не имеет места, то возможны всякого рода когерентные эффекты. Этот вопрос требует дальнейшего анализа.

Авторы глубоко благодарны В. М. Галицкому и Ю. Ф. Орлову за многочисленные обсуждения.

Литература

[1] А. А. Соколов, И. М. Тернов. ДАН СССР, **153**, 1052, 1963.
[2] В. Н. Байер, Ю. Ф. Орлов. ДАН СССР, **165**, *4*, 1965.
[3] D. Fradkin, R. Good. Rev. Mod. Phys., **33**, 343, 1961.
[4] D. Fradkin, R. Good. Nuovo Cim., 22, 643, 1961.
[5] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, 1959.
[6] Г. Сеге. Ортогональные многочлены, Физматгиз, 1962, стр. 206, 383.
[7] Г. Ватсон. Теория бесселевых функций, ИИЛ, 1949, стр. 278.
[8] F. Gutbrod. Zs. Phys., 168, 177, 1962.
[9] В. С. Ауслендер, В. Н. Байер, Г. А. Блинов, Г. И. Будкер и др. Труды Международной конференции по ускорителям в Дубне, Атомиздат, 1964, стр. 279.
[10] В. Н. Байер, В. С. Фадин. ДАН СССР, **161**, 74, 1965.

THE RADIATIONAL POLARIZATION OF ELECTRONS IN A MAGNETIC FIELD

V. N. BAYER, V. M. KATKOV

The electron polarization due to radiation when moving in a magnetic field, is considered.