

ГРАВИТАЦИЯ И КОНЕЧНЫЕ ПЕРЕНОРМИРОВКИ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

И. Б. ХРИПЛОВИЧ

(Поступила в редакцию 12 июля 1965 г.)

Модельный учет гравитационного взаимодействия электрона приводит к тому, что его электромагнитная собственная энергия и константа перенормировки волновой функции оказываются конечными. В первом порядке по e^2 собственная энергия составляет 20% от наблюдаемой массы.

1. Возможность того, что учет гравитационного взаимодействия позволит преодолеть трудности современной квантовой теории поля, по-видимому, впервые была отмечена Ландау [1]. Как известно, использование представления Лемана и положительной определенности спектральных функций приводит к заключению, что одетые функции Грина не могут убывать в асимптотической области быстрее, чем свободные. Это существенно уменьшает надежды на то, что расходимости, встречающиеся в теории возмущений, отсутствуют в точных решениях. Более того, для псевдоскалярной мезонной теории и квантовой электродинамики в фейнмановской калибровке может быть доказана бесконечность, по крайней мере, одной из перенормировочных констант [2]. Между тем, учет гравитационного поля приводит к тому, что представление Лемана не имеет места, во всяком случае, в своей обычной форме (Дезер [3]). Кроме того, квантование гравитационного поля сопряжено с введением индефинитной метрики в пространстве состояний [4], а это, даже если бы сохранилось представление Лемана, привело бы к отсутствию положительной определенности спектральных функций.

Следует отметить еще одно обстоятельство. Известны многочисленные попытки избавиться от расходимостей с помощью введения в теорию элементарной длины — новой фундаментальной физической константы. Между тем, в естественной системе единиц ($\hbar = c = 1$) ньютоновская гравитационная постоянная γ имеет размерность квадрата длины. Впрочем, такую же размерность имеет и константа связи четырехфермионного взаимодействия, причем именно эту постоянную связывают обычно с элементарной длиной. Однако в настоящее время остается открытым вопрос о том, не является ли это взаимодействие феноменологическим проявлением другого взаимодействия, с безразмерной константой, переносимого векторным бозоном. Во всяком случае, общая теория относительности представляется пока более глубокой, чем теория ферми-взаимодействия. Существование же двух фундаментальных констант одинаковой размерности, не сводимых друг к другу, кажется, по крайней мере, неизлечимым. Поэтому естественно было бы рассчитывать на то, что именно гравитационная постоянная окажется, наряду с \hbar и c , третьей универсальной физической константой, своеобразной элементарной длиной.

Эта точка зрения подкрепляется результатами ряда работ, в которых учет гравитации приводит к тому, что расходящиеся величины становятся

конечными. Так, в работе Арновитта, Дезера и Мизнера [5] получена конечная собственная энергия классического точечного заряда. Де-Витт, учитывая электромагнитное взаимодействие в первом порядке по e^2 , а гравитационное — в лестничном приближении, получил конечную перенормировку массы скалярной частицы [6]. Оба результата несуразно велики ($m \sim 10^{19}$ Гэв), что, разумеется, связано с квадратичной расходимостью собственной энергии в скалярной электродинамике. Чрезвычайно малая величина гравитационной длины $((\gamma\hbar/c^3)^{1/2} = 1,6 \cdot 10^{-33}$ см) приводит к тому, что ее учет может дать физически разумные результаты, по-видимому, только в теории с логарифмическими расходимостями.

2. Рассмотрим взаимодействие спинорного поля с электромагнитным и гравитационным. При этом мы пренебрежем существенно нелинейным характером гравитационного поля и выберем лагранжиан взаимодействия в виде (см. Гупта [7]):

$$L = -\frac{i}{4} \kappa h_{\mu\nu} (\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi - \partial_\nu \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi). \quad (1)$$

Здесь $\kappa = (16\pi)^{1/2}$, а оператор $\kappa h_{\mu\nu}$ описывает отклонение компонент метрического тензора от псевдоэвклидовых значений $g_{\mu\nu}$. Соответствующая этому лагранжиану свободная вершина с учетом симметрии $h_{\mu\nu}$ имеет следующий вид:

$$\Gamma_{\mu\nu} = \frac{\kappa}{4} \gamma_\mu (p + p')_\nu, \quad (2)$$

где p и p' — импульсы фермионов, входящего в вершину и выходящего из нее. Функцию Грина гравитона можно представить в виде

$$D_{\mu\nu, \kappa\lambda}(k) = d_{\mu\nu, \kappa\lambda}(k) / k^2. \quad (3)$$

С учетом свойств симметрии $d_{\mu\nu, \kappa\lambda} = d_{\nu\mu, \kappa\lambda} = d_{\mu\nu, \lambda\kappa} = d_{\kappa\lambda, \mu\nu}$ общий вид тензора $d_{\mu\nu, \kappa\lambda}(k)$ такой:

$$\begin{aligned} d_{\mu\nu, \kappa\lambda}(k) &= g_{\mu\kappa} g_{\nu\lambda} + g_{\mu\lambda} g_{\nu\kappa} - g_{\mu\nu} g_{\kappa\lambda} + \\ &+ \frac{a}{k^2} (g_{\mu\kappa} k_\nu k_\lambda + g_{\mu\lambda} k_\nu k_\kappa + g_{\nu\lambda} k_\mu k_\kappa + g_{\nu\kappa} k_\mu k_\lambda) + \\ &+ \frac{b}{k^2} (g_{\mu\nu} k_\kappa k_\lambda + g_{\kappa\lambda} k_\mu k_\nu) + \frac{c}{k^4} k_\mu k_\nu k_\kappa k_\lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь a, b, c — произвольные функции k^2 . Калибровка Гупта, используемая обычно, соответствует выбору $a = b = c = 0$. Требование поперечности хотя бы по одному из индексов приводит к тому, что $-a = b = c = 1$.

Кроме выбора линейного по $h_{\mu\nu}$ лагранжиана взаимодействия (1) мы так же, как это сделано в работе де-Витта [6], ограничимся лестничным приближением по гравитонам. Никаких доводов, с помощью которых можно было бы обосновать сделанные приближения, по-видимому, не существует, так что эти допущения, по существу, следует рассматривать как некоторую модель гравитационного взаимодействия. Серьезным недостатком этой модели является зависимость физических результатов от выбора калибровки $h_{\mu\nu}$, т. е. от значений величин a, b, c .

В дальнейшем a, b, c будут выбраны из тех соображений, чтобы решение задачи оказалось наиболее простым. Однако в принятой модели полностью проявляется перенормируемость взаимодействия: чем выше степень κ в диаграмме, тем сильнее она расходится. Получение конечного результата после суммирования выбранных диаграмм заранее неочевидно. По существу, это один из вариантов так называемой ператизации [8].

Решение соответствующего уравнения для амплитуды рассеяния здесь чрезвычайно сложно хотя бы из-за огромного числа инвариантных функций. Поэтому сразу обратимся к массовому оператору.

3. Мы ищем сумму всех компактных собственно-энергетических диаграмм с непересекающимися гравитонными линиями, не содержащих поляризации вакуума. Соответствующее интегральное уравнение имеет следующий вид:

$$(\hat{k} - m)\Delta(k)(\hat{k} - m) = \hat{k} - m + \frac{i\kappa^2}{16(2\pi)^4} \int d^4q \gamma_\mu(k+q)_\nu \Delta(q) \gamma_\kappa(k+q)_\lambda \frac{d_{\mu\nu, \kappa\lambda}(k-q)}{(k-q)^2} \quad (5)$$

(рис. 1). Величина $\Delta(k)$, очевидно, связана с массовым оператором $\Sigma(k)$

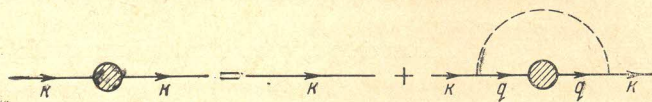


Рис. 1

так:

$$\Sigma(k) = (\hat{k} - m)\Delta(k)(\hat{k} - m) - (\hat{k} - m). \quad (6)$$

Свободный член в уравнении (5) выбран не первого, а нулевого порядка по κ^2 , чтобы не сталкиваться на первом же шаге с расходящимися интегралами. Кроме того, при вычислении в дальнейшем электромагнитных поправок потребуется непосредственно $\Delta(k)$. Функция $\Delta(k)$ может быть представлена в виде

$$\Delta(k) = \hat{k}g(k^2) + g_1(k^2). \quad (7)$$

Подставляя (4) и (7) в (5), нетрудно получить следующую систему интегральных уравнений для скалярных функций $g(k^2)$, $g_1(k^2)$:

$$\begin{aligned} & (k^2 + m^2)g_1(k^2) - 2mk^2g(k^2) = \\ & = -m + \frac{i\kappa^2}{16(2\pi)^4} \int \frac{d^4q g_1(q^2)}{(k-q)^2} \left[(4+a)(k+q)^2 + (6a+2b+c) \frac{(k^2-q^2)^2}{(k-q)^2} \right], \\ & k^2 [(k^2 + m^2)g(k^2) - 2mg_1(k^2)] = \\ & = k^2 + \frac{i\kappa^2}{16(2\pi)^4} \int \frac{d^4q g(q^2)}{(k-q)^2} \left\{ (kq) \left[(-2+a)(k+q)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + (2b+c) \frac{(k^2-q^2)^2}{(k-q)^2} \right] - 2[k^2q^2 - (kq)^2] \left[a \frac{(k+q)^2}{(k-q)^2} + c \frac{(k^2-q^2)^2}{(k-q)^4} \right] \right\}. \quad (8) \end{aligned} \quad (9)$$

Используя то обстоятельство, что $g(k^2)$ и $g_1(k^2)$ являются аналитическими функциями своих аргументов во всей комплексной плоскости с разрезом по положительной вещественной оси, в уравнениях (8) и (9) можно перейти к евклидовой метрике в импульсном пространстве. Кроме того, в дальнейшем будем считать a , b и c не зависящими от $(k-q)^2$. Тогда интегрирование по углам может быть выполнено явно и мы приходим к следующей системе одномерных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} (x - m^2)g_1(x) - 2mxg(x) &= m + \frac{\kappa^2}{256\pi^2} (4+7a+2b+c) \int_0^\infty dy y g_1(y) + \\ &+ \frac{\kappa^2}{256\pi^2} (8 - 4a - 2b - c) \frac{1}{x} \int_0^\infty dy g_1(y) [\theta(x-y)y^2 + \theta(y-x)x^2], \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x[(x - m^2)g(x) + 2mg_1(x)] = \\
& = -x - \frac{\kappa^2}{256\pi^2}(2 + 2,5a + 2b - 0,5c) \frac{1}{x} \int_0^\infty dy g(y) \times \\
& \quad \times [\theta(x - y)y^3 + \theta(y - x)x^3] - \\
& - \frac{\kappa^2}{256\pi^2}(2 + 0,5a - 2b + 0,5c) \int_0^\infty dy g(y) [\theta(x - y)y^2 + \theta(y - x)xy]. \quad (11)
\end{aligned}$$

Здесь $x = -k^2$, где k^2 — квадрат четырехмерного псевдоэвклидова импульса. Наиболее опасными в смысле расходимостей являются, очевидно, интегралы $\int_0^\infty dy yg_1(y)$, $\int_x^\infty dy yg(y)$. Поэтому обратим коэффициенты при них в

нуль, полагая $b = -a$, $c = -4 - 5a$. Коэффициенты, оставшиеся в уравнениях (10) и (11), равны соответственно $12 + 3a$ и $4 + 3a$. Соответствующим выбором a можно было бы еще обратить в нуль одну из этих величин. Нетрудно видеть, однако, что при этом или $g(x)$, или $g_1(x)$ имеют такую же асимптотику при $|x| \rightarrow \infty$, как и в отсутствие гравитационного взаимодействия. Это приведет к тому, что при вычислении в будущем электромагнитных поправок не все интегралы будут сходящимися.

Для определенности положим $a = -1$, что в силу принятых выше соотношений между a , b и c соответствует поперечной форме пропагатора. При этом уравнения запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}
& (x - m^2)g_1(x) - 2mxg(x) = \\
& = m + \frac{9\kappa^2}{256\pi^2} \frac{1}{x} \int_0^\infty dy g_1(y) [\theta(x - y)y^2 + \theta(y - x)x^2], \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x[(x - m^2)g(x) + 2mg_1(x)] = \\
& = -x - \frac{\kappa^2}{256\pi^2} \frac{1}{x} \int_0^\infty dy g(y) [\theta(x - y)y^3 + \theta(y - x)x^3]. \quad (13)
\end{aligned}$$

Рассмотрим сначала случай, когда затравочная масса фермиона $m = 0$. При этом уравнение (13) удобно записать так:

$$x^3g(x) = -x^2 - \frac{\lambda}{3} \int_0^\infty dy g(y) [\theta(x - y)y^3 + \theta(y - x)x^3], \quad (14)$$

где $\lambda = 3\kappa^2/256\pi^2 = 3\gamma/16\pi$. Переходя теперь к безразмерным переменным $z = 2(\lambda x)^{1/2}$, $g(x) = (32\lambda/z^3)w(z)$, преобразуем (14) к виду

$$8z^3w(z) = -z^4 - 4/3 \int_0^\infty dz' w(z') [\theta(z - z')z'^4 + \theta(z' - z)z^6/z'^2]. \quad (15)$$

Отсюда нетрудно получить следующее дифференциальное уравнение:

$$z^2w''(z) + zw'(z) - (z^2 + 9)w(z) = z. \quad (16)$$

Его общее решение есть

$$w(z) = cK_3(z) + c_1I_3(z) + 8/z^3 - 1/z, \quad (17)$$

где $K_3(z)$ — функция Макдональда, а $I_3(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Подстановка решения в интегральное уравнение (15) дает $c = -1$, $c_1 = 0$. В данном случае

$$g(k^2) = -\frac{2}{\lambda k^4} - \frac{4}{\lambda^2 k^6} + \frac{4}{k^2(-\lambda k^2)^{1/2}} K_3(2\sqrt{-\lambda k^2}). \quad (18)$$

Так как физический лист комплексной плоскости k^2 соответствует правой полуплоскости z , то ясно, что K_3 на этом листе экспоненциально убывает при $|k^2| \rightarrow \infty$ в любом направлении. Исключение составляют лишь берега разреза по положительной вещественной полуоси, вдоль которых K_3 осциллирует с затухающей амплитудой при $k^2 \rightarrow \infty$.

Рассмотрим теперь решение уравнения (12) при $m = 0$. С помощью выкладок, аналогичных только что проделанным, без труда находим, что общее решение (12) имеет вид

$$g_1(x) = a\lambda_1^{1/2} J_2(\sqrt{8\lambda_1 x}) / \lambda_1 x, \quad (19)$$

где $\lambda_1 = 9\kappa / 256\pi^2$, J_2 — функция Бесселя второго порядка, a — произвольное число. Важно отметить, что из-за сингулярного поведения ядра на бесконечности уравнение (12) не является фредгольмовым. Поэтому оно имеет нетривиальное решение при произвольном $\lambda_1 > 0$. Если $\lambda_1 < 0$, то существует только нулевое решение.

Для определения a поступим следующим образом. Введем в уравнении (12) верхний предел интегрирования Λ^2 . После этого уравнение становится фредгольмовым. Решение его сохраняет тот же вид, но собственные значения $\lambda_1^{(n)}$ являются теперь корнями уравнения

$$J_2(\sqrt{8\lambda_1 \Lambda^2}) = 0.$$

При $\Lambda \rightarrow \infty$ собственные значения $\lambda_1^{(n)}$ заполняют всю положительную вещественную полуось в согласии с предыдущим результатом. Потребуем, чтобы решение уравнения (12) получалось одним и тем же при любом способе предельного перехода $\Lambda \rightarrow \infty$. Так как λ_1 по существу фиксировано, то ясно, что таким решением может быть только

$$g_1(x) = 0. \quad (20)$$

Выпишем теперь выражение для пропагатора фермиона при $\lambda k^2 \rightarrow 0$:

$$G(k) = \{\hat{k}[1 + \frac{1}{3}\lambda k^2 \ln(-\lambda k^2)]\}^{-1}. \quad (21)$$

Характерно, что зависимость функции Грина от гравитационной постоянной оказалась неаналитической. Заметим, что пока в уравнениях (12) и (13) верхний предел интегралов фиксирован так, что уравнения фредгольмовы, решение является мероморфной функцией константы связи. Конечность решения при $\kappa^2 = 0$ очевидна, поэтому $G(k, \Lambda)$ аналитична по константе связи в окрестности нуля. При $\Lambda \rightarrow \infty$ радиус области аналитичности стремится к нулю и разложение по константе связи теряет смысл.

Следует заметить, что уравнение (12) обладает, вообще говоря, и ненулевым решением, которое не является предельным случаем решения с фиксированным Λ или же соответствует вполне определенной способу предельного перехода $\Lambda \rightarrow \infty$. Полученный таким образом пропагатор фермиона не был бы γ_5 -инвариантным, несмотря на инвариантность полного лагранжиана. Не исключено, таким образом, что решения уравнений с достаточно сингулярным взаимодействием могут не обладать симметрией исходного лагранжиана ⁴⁾.

При $m \neq 0$ точно решить уравнения (12) и (13) не удастся. Поэтому ограничимся областью $|x| \gg m^2$. Предположим при этом также, что $|xg(x)| \gg m|g_1(x)|$. Тогда из (13) нетрудно получить уравнение для $g(x)$, совпадающее с (14). Снова (17) является общим решением уравнения для $g(x)$, причем $c_1 = 0$. Что же касается константы c , то при $m = 0$ для ее определения необходимо было знать поведение $g(x)$ вблизи нуля.

Ясно, однако, что безразмерная постоянная c может зависеть только от λm^2 , а так как $\lambda m^2 \ll 1$, то $c(\lambda m^2) \approx c(0) = -1$. Таким образом, при $|k^2| \gg m^2$ функция $g(k^2)$ описывается формулой (18). К сожалению, най-

⁴⁾ Это замечание принадлежит А. И. Вайнштейну.

Так как физический лист комплексной плоскости k^2 соответствует правой полуплоскости z , то ясно, что K_3 на этом листе экспоненциально убывает при $|k^2| \rightarrow \infty$ в любом направлении. Исключение составляют лишь берега разреза по положительной вещественной полуоси, вдоль которых K_3 осциллирует с затухающей амплитудой при $k^2 \rightarrow \infty$.

Рассмотрим теперь решение уравнения (12) при $m = 0$. С помощью выкладок, аналогичных только что проделанным, без труда находим, что общее решение (12) имеет вид

$$g_1(x) = a\lambda_1^{1/2} J_2(\sqrt{8\lambda_1 x}) / \lambda_1 x, \quad (19)$$

где $\lambda_1 = 9\kappa / 256\pi^2$, J_2 — функция Бесселя второго порядка, a — произвольное число. Важно отметить, что из-за сингулярного поведения ядра на бесконечности уравнение (12) не является фредгольмовым. Поэтому оно имеет нетривиальное решение при произвольном $\lambda_1 > 0$. Если $\lambda_1 < 0$, то существует только нулевое решение.

Для определения a поступим следующим образом. Введем в уравнении (12) верхний предел интегрирования Λ^2 . После этого уравнение становится фредгольмовым. Решение его сохраняет тот же вид, но собственные значения $\lambda_1^{(n)}$ являются теперь корнями уравнения

$$J_2(\sqrt{8\lambda_1 \Lambda^2}) = 0.$$

При $\Lambda \rightarrow \infty$ собственные значения $\lambda_1^{(n)}$ заполняют всю положительную вещественную полуось в согласии с предыдущим результатом. Потребуем, чтобы решение уравнения (12) получалось одним и тем же при любом способе предельного перехода $\Lambda \rightarrow \infty$. Так как λ_1 по существу фиксировано, то ясно, что таким решением может быть только

$$g_1(x) = 0. \quad (20)$$

Выпишем теперь выражение для пропагатора фермиона при $\lambda k^2 \rightarrow 0$:

$$G(k) = \{\hat{k} [1 + \frac{1}{3}\lambda k^2 \ln(-\lambda k^2)]\}^{-1}. \quad (21)$$

Характерно, что зависимость функции Грина от гравитационной постоянной оказалась неаналитической. Заметим, что пока в уравнениях (12) и (13) верхний предел интегралов фиксирован так, что уравнения фредгольмовы, решение является мероморфной функцией константы связи. Конечность решения при $\kappa^2 = 0$ очевидна, поэтому $G(k, \Lambda)$ аналитична по константе связи в окрестности нуля. При $\Lambda \rightarrow \infty$ радиус области аналитичности стремится к нулю и разложение по константе связи теряет смысл.

Следует заметить, что уравнение (12) обладает, вообще говоря, и ненулевым решением, которое не является предельным случаем решения с фиксированным Λ или же соответствует вполне определенному способу предельного перехода $\Lambda \rightarrow \infty$. Полученный таким образом пропагатор фермиона не был бы γ_5 -инвариантным, несмотря на инвариантность полного лагранжиана. Не исключено, таким образом, что решения уравнений с достаточно сингулярным взаимодействием могут не обладать симметрией исходного лагранжиана ¹⁾.

При $m \neq 0$ точно решить уравнения (12) и (13) не удастся. Поэтому ограничимся областью $|x| \gg m^2$. Предположим при этом также, что $|xg(x)| \gg m|g_1(x)|$. Тогда из (13) нетрудно получить уравнение для $g(x)$, совпадающее с (14): Снова (17) является общим решением уравнения для $g(x)$, причем $c_1 = 0$. Что же касается константы c , то при $m = 0$ для ее определения необходимо было знать поведение $g(x)$ вблизи нуля.

Ясно, однако, что безразмерная постоянная c может зависеть только от λm^2 , а так как $\lambda m^2 \ll 1$, то $c(\lambda m^2) \approx c(0) = -1$. Таким образом, при $|k^2| \gg m^2$ функция $g(k^2)$ описывается формулой (18). К сожалению, най-

¹⁾ Это замечание принадлежит А. И. Вайнштейну.

ти замкнутое выражение для функции $g_1(x)$ не удается даже в области $|x| \gg m^2$.

4. Перейдем теперь к вычислению электромагнитных поправок к функции Грина электрона. Будем считать, что искомым массовый оператор можно получить, добавив к уже отсуммированной лестнице фотонную «перекладину» (рис. 2). Разумеется, это еще одно модельное предположе-

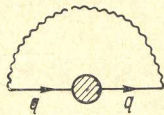


Рис. 2

ние. Функцию Грина фотона представим в виде

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{d_{\mu\nu}(k)}{k^2} = \frac{-g_{\mu\nu} + d(k_\mu k_\nu / k^2)}{k^2}. \quad (22)$$

Тогда массовый оператор электрона равен

$$\Sigma_e(k) = \frac{ie^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{d_{\mu\nu}(k-q)}{(k-q)^2} \gamma_\mu \Delta(q) \gamma_\nu. \quad (23)$$

Полагая $d = 4$, можно добиться того, что $g_1(k^2)$ не войдет в выражение для $\Sigma_e(k)$. В этом случае $\Sigma_e(k) = \hat{k}\sigma(k^2)$. Для функции $\sigma(k^2)$ нетрудно получить следующее выражение:

$$k^2\sigma(k^2) = \frac{ie^2}{8\pi^4} \int \frac{d^4q g(q^2)}{(k-q)^2} \left[3(kq) - 4 \frac{k^2q^2 - (kq)^2}{(k-q)^2} \right]. \quad (24)$$

Здесь также можно перейти к эвклидовой метрике в пространстве импульсов, а затем выполнить интегрирование по углам. Вводя, как раньше, обозначение $x = -k^2$, а также $\alpha = e^2 / 4\pi$, находим

$$\sigma(x) = -\frac{3\alpha}{4\pi} \left[\frac{1}{x^2} \int_0^x dy y^2 g(y) + \int_x^\infty dy g(y) \right]. \quad (25)$$

Для нахождения констант перенормировки массы и волновой функции электрона δm и Z нам нужно знать $\sigma(x)$ в области $|x| \sim m^2$. Учитывая расходимость соответствующих констант в обычной квантовой электродинамике, а также малость α и λ , нетрудно видеть, что основной вклад в $\sigma(x)$ здесь дает область $y \gg x_0 \gg x \sim m^2$ во втором интеграле (25). Подставляя в (25) выражение (18), находим, что $\sigma(x) \approx -(3\alpha/4\pi) \ln(\lambda x_0)$. Выберем x_0 так, чтобы $m^2 \ll x_0 \ll \lambda^{-1}$ и чтобы $|\ln(\lambda m^2)| \gg \ln x_0 / m^2$. Тогда при $|k^2| \sim m^2$ получаем

$$\Sigma_e(k) = \frac{3\alpha}{4\pi} \hat{k} \ln \frac{16\pi}{\gamma m^2}. \quad (26)$$

При этом

$$\delta m = \frac{3\alpha}{4\pi} m \ln \frac{16\pi}{\gamma m^2} \sim 0,2 m, \quad (27)$$

$$Z = \left[1 - \frac{3\alpha}{4\pi} \ln \frac{16\pi}{\gamma m^2} \right]^{-1} \sim 1,2. \quad (28)$$

Получение конечной перенормировки заряда является более сложной задачей, так как здесь совершенно необходимо учесть изменение вершинной части из-за гравитационного взаимодействия. Этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Однако можно надеяться, что последовательный учет гравитационного взаимодействия приведет к устранению всех расходимостей в квантовой электродинамике. Более того, несмотря на широко известные трудности с γ_5 -инвариантностью, близость $\delta m/m$ к единице позволяет надеяться на то, что масса электрона имеет чисто полевое происхождение. При этом она могла бы, например, следующим образом выражаться через гравитационную постоянную γ и константу тонкой структуры α :

$$m = a\gamma^{-1/2} \exp(-b\pi/\alpha),$$

где a и b — числа, сравнимые с единицей.

Автор искренне благодарен А. И. Вайнштейну и В. В. Соколову за постоянное внимание, полезные советы и критику, а также В. Е. Захарову за обсуждение работы.

Литература

- [1] Л. Д. Ландау. Нильс Бор и развитие физики, ИИЛ, М., 1958, стр. 85.
- [2] И. Б. Хриплович. ЯФ, 2, 950, 1965.
- [3] S. Deser. Rev. Mod. Phys., 29, 417, 1957.
- [4] С. Гупта. В сб. Новейшие проблемы гравитации, ИИЛ, М., 1961, стр. 325.
- [5] R. Arrovitt, S. Deser, C. W. Misner. Phys. Rev., 120, 313, 1960.
- [6] B. de Witt. Phys. Rev. Lett., 13, 114, 1964.
- [7] С. Гупта. В сб. Новейшие проблемы гравитации, ИИЛ, М., 1961, стр. 341.
- [8] G. Feinberg, A. Pais. Phys. Rev., 131, 2724, 1963.

GRAVITATION AND FINITE RENORMALIZATIONS IN QUANTUM ELECTRODYNAMICS

I. V. KHRIPOVICH

A model, taking the gravitational interaction of electrons into account, leads to finite values of the electromagnetic self-energy and of the wave-function renormalization constant. In first order with respect to e^2 the self-energy is equal to 20% of the experimental mass.
