ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 3, вып. 4, 1966

НЕКОТОРЫЕ ЗАПРЕТЫ ДЛЯ АННИГИЛЯЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ФЕРМИОНОВ

И. Б. ХРИПЛОВИЧ

(Поступила в редакцию 27 июля 1965 г.)

Получены некоторые правила отбора для рождения псевдоскалярных мезонов при аннигиляции поперечно поляризованных электрона и позитрона. Используется инвариантность взаимодействия относительно отражения одной из пространственных осей, а также закон сохранения спиральности.

Как было недавно выяснено, излучение при движении электрона в магнитном поле приводит к появлению у частицы поперечной поляризации [1]. Поэтому в связи с намечающимися экспериментами на встречных пучках представляет интерес рассмотрение взаимодействий поперечно поляризованных электронов и позитронов. В работе Байера и Фадина [2] были получены в низшем порядке по e^2 сечения рождения пар частиц со спином 0, $1/2$ и 1 при аннигиляции поляризованных электрона и позитрона.

В настоящей работе найдены плоскости симметрии для системы, состоящей из двух поперечно поляризованных фермионов, и указаны вытекающие из наличия этих плоскостей правила отбора для рождения псевдоскалярных мезонов при аннигиляции таких частиц. Рассмотрение, естественно, проводится в системе центра масс. В качестве оси x выберем направление начального импульса электрона $\mathbf{p}$. Спины электрона и позитрона будем считать антипараллельными и направленными вдоль оси z; именно такая поляризация возникает из-за излучения. Состояние поляризации фермиона описывается с помощью аксиального вектора a_μ [3]. В этом случае оператор проекции спина на ось z (перпендикулярную направлению движения) равен

$$S_3 = \gamma_3\gamma_5. \tag{1}$$

Волновые функции электрона и позитрона являются собственными состояниями S_3, имеющими собственные значения $+1$ и -1.

Рассмотрим теперь операцию отражения i-й пространственной оси. Как нетрудно убедиться, соответствующий оператор для каждой из частиц имеет вид

$$P_i = \gamma_i\gamma_5. \tag{2}$$

Так как оператор P_3 совпадает с S_3, то ясно, что рассматриваемое состояние с антипараллельными спинами нечетно относительно отражения оси z. (Состояние с параллельными спинами вдоль оси z было бы четным по отношению к такому отражению.) Волновая функция системы, состоящей из n псевдоскалярных мезонов с компланарными импульсами, имеет четность $(-1)^n$ относительно отражения оси, ортогональной к плоскости, в которой движутся частицы. Поэтому в нашем случае амплитуда рождения четного числа мезонов с импульсами, лежащими в плоскости xy, равна нулю. Этот результат для $n = 2$ содержится в работе [2]. (В случае

параллельных спинов обратилась бы в нуль соответствующая амплитуда для нечетного n.) Этот запрет является следствием только сохранения пространственной четности, а поэтому справедлив, например, и для аннигиляции нуклон-антинуклонной пары. По существу, это частный случай известного правила отбора, полученного О. Бором [4].

Перейдем теперь к операции отражения оси y. Используя явный вид волновых функций электрона $u_\pm$ и позитрона $v_\pm$ (индекс относится к ориентации спина)

$$u_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \eta \end{pmatrix}, \quad u_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \eta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_+ = \begin{pmatrix} -\eta \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$
$$v_- = \begin{pmatrix} 0 \\ -\eta \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \eta = \frac{|\mathbf{p}|}{\varepsilon + m}, \tag{3}$$

нетрудно показать, что

$$P_2u_+ = iu_-, \quad P_2v_- = -iv_+. \tag{4}$$

Таким образом, рассматриваемое состояние само по себе не обладает определенной четностью относительно P_2.

Введем теперь оператор спиральности

$$S = \frac{\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \qquad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Его собственные функции для электрона и позитрона таковы:

$$U_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \eta \\ \eta \end{pmatrix}, \quad U_- = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\eta \\ \eta \end{pmatrix}, \quad V_+ = \begin{pmatrix} \eta \\ -\eta \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad V_- = \begin{pmatrix} -\eta \\ -\eta \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Ясно, что

$$u_+ \sim U_+ + U_-, \quad u_- \sim U_+ - U_-,$$
$$v_+ \sim -V_+ + V_-, \quad v_- \sim V_+ + V_-. \tag{7}$$

Полная волновая функция системы разлагается по спиральным состояниям следующим образом:

$$\Psi = v_-u_+ \sim V_+U_+ + V_-U_+ + V_+U_- + V_-U_-. \tag{8}$$

Как известно, в ультрарелятивистском пределе аннигилируют только электрон и позитрон противоположной спиральности [5]. Поэтому из всей суммы (8) во взаимодействии участвуют лишь члены $V_-U_+ + V_+U_-$. Так как

$$P_2\Psi = v_+u_- \sim -V_+U_+ + V_+U_- + V_-U_+ - V_-U_-, \tag{9}$$

то ясно, что взаимодействующая компонента начального состояния четна относительно P_2. Таким образом, с точностью до членов порядка m/ε амплитуда рождения нечетного числа псевдоскалярных мезонов, импульсы которых лежат в плоскости xz, равна нулю. (Если спины параллельны, то обращается в нуль амплитуда рождения четного числа мезонов.) Последний запрет существенным образом связан с законом сохранения спиральности в электродинамике и поэтому для сильных взаимодействий, вообще говоря, несправедлив.

Итак, волновая функция системы из поперечно поляризованных электрона и позитрона нечетна относительно операции P_2P_3, независимо от взаимной ориентации спинов. Как нетрудно видеть, в однофотонном приближении аннигиляция пары происходит лишь в состоянии, нечетном относительно пространственного отражения $P = P_1P_2P_3$. Такое начальное состояние обладает положительной P_1-четностью. Отсюда следует, что в низшем порядке по e^2 с точностью до членов $\sim m^2/\varepsilon^2$ в плоскости yz не может родиться нечетное число псевдоскалярных мезонов, если начальные фермионы поперечно поляризованы.

Отметим еще одно следствие P_3-инвариантности. Если импульсы пары μ-мезонов или нуклонов, родившейся при аннигиляции поперечно поляризованных электрона и позитрона, лежат в плоскости xy, то взаимная ориентация спинов частиц в начальном и конечном состояниях должна быть одинаковой. Разумеется, аналогичный результат имеет место и для упругого рассеяния.

Автор благодарит В. Н. Байера, В. В. Соколова, В. С. Фадина и В. А. Хозе за обсуждение.

Литература

[1] А. А. Соколов, И. М. Тернов. ДАН СССР, 153, 1052, 1963.
[2] В. Н. Байер, В. С. Фадин. ДАН СССР, 161, 74, 1965.
[3] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, 1959, стр. 89, 90.
[4] A. Bohr. Nucl. Phys., 10, 486, 1959.
[5] Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 41, 912, 1961.

SELECTION RULES FOR THE ANNIHILATION OF POLARIZED FERMIONS

I. B. KHRIPLOVICH

Certain selection rules are obtained for the creation of pseudoscalar mesons in the annihilation of a transversely polarized electron and positron. The invariance of the interaction with respect to the reflection of one of the space axies and the chirality conservation law are used.

МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ В ТЕОРИИ НЕЙТРАЛЬНОГО ВЕКТОРНОГО МЕЗОНА

В. В. СОКОЛОВ

(Поступила в редакцию 15 июля 1965 г.)

В теории нейтрального векторного мезона, взаимодействующего с сохраняющимся током, получены соотношения, выражающие его массу через спектральные функции обоих участвующих во взаимодействии полей. Анализ этих соотношений позволяет сделать некоторые выводы о перенормировочных константах заряда и массы.

Введение

Леман [1] с помощью введенных им спектральных представлений получил в псевдоскалярной мезонной теории простую формулу, связывающую затравочную и физическую массы мезона:

$$\mu_0^2 = \int d\varkappa^2 \varkappa^2 \rho(\varkappa^2). \tag{1}$$

Здесь $\rho(\varkappa^2) > 0$ — спектральная функция мезона, удовлетворяющая правилу сумм

$$\int d\varkappa^2 \rho(\varkappa^2) = 1. \tag{2}$$

Иное положение имеет место в теории нейтрального векторного мезона, взаимодействующего с сохраняющимся током. Джонсон [2] отметил, что в этом случае формула (1) несправедлива. Вместо нее для массы векторного мезона, взаимодействующего с сохраняющимся током спинорных частиц, в работе [2] было получено соотношение

$$\frac{1}{\mu_0^2} = \int \frac{\rho(\varkappa^2)}{\varkappa^2} d\varkappa^2, \tag{3}$$

причем спектральная функция $\rho(\varkappa^2) > 0$ по-прежнему удовлетворяет правилу сумм (2) [1)].

Формула (3), однако, значительно менее привлекательна, чем (1). Дело в том, что деление спектральной функции на $\varkappa^2$ определено лишь с точностью до члена вида $a\delta(\varkappa^2)$, где a — произвольное число. Эта неопределенность не играет роли, пока спектр масс начинается не с нуля. Если же в теории есть частицы нулевой массы, так что нижним пределом в спектральных интегралах служит нуль, то в формуле (3) появляется новое слагаемое a. В этом случае она уже не дает никаких сведений о массе векторного мезона и указывает только, как следует понимать деление на $\varkappa^2$. Это обстоятельство было продемонстрировано для случая $\mu_0 = 0$ в работе [3]. Аналогичная ситуация возникает в рассмотренной Тиррингом и Вессом [4] модификации двумерной модели квантовой электродинамики Швингера [5] с $\mu_0 \neq 0$, но нулевой массой спинорного поля.

1) См. также работу Вайнштейна, Соколова, Хрипловича [3], где дан вывод формулы Джонсона для случая сохраняющегося тока частиц произвольного спина. Фактически, в [3] было показано, что она является следствием только градиентной инвариантности.