О ЗАТУХАНИИ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Р. К. Мазитов, А. М. Фридман
(Новосибирск)

Теория плазменных колебаний указывает на специфическую роль резонансных частиц (таких, для которых выполняется условие $\omega_k - \mathbf{kv} = n\omega_H$; $n = 0, 1, 2, \ldots$; ω_k, $\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор колебаний; $\mathbf{v}$ — скорость частицы; $\omega_H = eH / mc$), которые, обмениваясь энергией с волнами, усиливают или ослабляют их. Важная роль таких частиц в затухании плазменных волн видна уже из того, что декремент затухания волн γ в разреженной плазме пропорционален производной функции распределения резонансных частиц (см., например, [1]).

Согласно линейной теории, созданное в плазме бесконечно малое возмущение постепенно затухает, и система возвращается к термодинамическому равновесному состоянию за время порядка $1 / \gamma$. Квазилинейная теория [1] указывает на существование выделенных состояний, к которым приходит неустойчивая плазма в результате развития в ней возмущений. Эти состояния характерны тем, что в них функция распределения f в некоторых областях фазового пространства оказывается постоянной (на функции f появляется «плато»). Последнее соответствует, согласно сказанному выше, прекращению затухания колебаний. Такой случай можно наблюдать в бесстолкновительной плазме в отсутствие магнитного поля. Столкновения между частицами плазмы ведут к разрушению «плато». Учет столкновений приближает функцию распределения к максвелловской, устанавливается стационарное поглощение колебаний.

В настоящей работе исследуется влияние слабого магнитного поля на условия затухания электронных ленгмюровских колебаний. Оказывается, что магнитное поле препятствует установлению «плато» на функции распределения, так что стационарное поглощение может установиться и в отсутствие столкновений.

Таким образом, действие магнитного поля в некотором смысле аналогично учету столкновений. Если в последнем случае декремент затухания зависит от частоты столкновений, то в данном случае он определяется ларморовской частотой электронов.

Предположим, что в момент времени $t = 0$ в плазме возбужден одномерный спектр электронных ленгмюровских колебаний. Колебания созданы в интервале $(k_0, k_0 + \Delta k_0)$ пространства волновых векторов, причем $\Delta k_0 \ll k_0$. Будем считать, что длина волны много меньше ларморовского радиуса электронов в резонансной области

$$1/ k \ll \omega_0 / k\omega_H, \qquad k_0 < k < k_0 + \Delta k_0 \tag{1}$$

Здесь ω_H — ларморовская частота электронов, ω_0 — плазменная частота.

Задачу о затухании колебаний рассмотрим в квазилинейном приближении. Если направление волновых векторов ($k \parallel Ox$) перпендикулярно направлению магнитного поля ($H \parallel Oz$), то квазилинейное уравнение для усредненной функции распределения будет иметь наиболее простой вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D(t)\frac{\partial^2 f}{\partial {v_x}^2} - \omega_H\left(v_y\frac{\partial f}{\partial v_x} - v_x\frac{\partial f}{\partial v_y}\right), \qquad D(t) = \frac{e^2}{2m^2}\,\frac{|E^2k_0(t)|}{v_0}, \qquad v_0 = \frac{\omega_0}{k} \tag{2}$$

Здесь E^2k_0 — спектральная плотность энергии колебаний, e — заряд электрона, m — масса электрона, v_i — i-я компонента скорости электрона.

В дальнейшем ограничимся случаем достаточно узкого пакета колебаний [1]

$$\frac{\Delta v v_0}{{v_T}^2} \ll 1, \qquad \Delta v_0 = \frac{\omega_0 \Delta k_0}{k_0(k_0 + \Delta k_0)} \tag{3}$$

и будем считать, что характерное время диффузии много меньше времени прохождения электроном резонансной области в той части пространства скоростей, где происходит максимальное поглощение колебаний

$$\frac{\Delta v_0^2}{D} \ll \frac{1}{\omega_H}\,\frac{\Delta v_0}{|v_y|}, \qquad \sqrt{3\Delta v_0 v_0} \lesssim |v_y| \lesssim v_T$$

или

$$\alpha = \frac{\omega_H \Delta v_0 v_T}{D} \ll 1 \tag{4}$$

В неравенстве (4) можно положить $D \approx D(0)$, так как интерес представляют только колебания, амплитуда которых за время порядка $\omega_H^{-1}\sqrt{v_0^{-1}\Delta v_0}$ изменяется незначительно.

---

[1] Разумеется, в области применимости квазилинейной теории.

При выполнении условий (3), (4), как будет показано ниже, в резонансной области сильно искажается лишь производная по v_x от функции распределения, изменением самой функции распределения можно пренебречь. Следовательно, за время прохождения электроном разонансной области в ней устанавливается квазистационарное состояние. Таким образом, задача сводится к решению стационарного уравнения

$$D_0 \frac{\partial^2 f}{\partial v_x^2} = \omega_H \left(v_y \frac{\partial f}{\partial v_x} - v_x \frac{\partial f}{\partial v_y} \right) \tag{5}$$

с граничными условиями:

$$D_0 \frac{\partial f}{\partial v_x}\Big|_{v_x=v_0} = -\,\omega_H v_y\,[\varphi_0 - f\,|_{v_x=v_0}], \qquad \frac{\partial f}{\partial v_x}\Big|_{v_x=v_0+\Delta v_0} = 0, \qquad (v_y > 0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v_x}\Big|_{v_x=v_0} = 0, \qquad D_0 \frac{\partial f}{\partial v_x}\Big|_{v_x=v_0+\Delta v_0} = -\,\Delta_H v_y\,[\varphi_0 - f\,|_{v_x=v_0=\Delta v_0}] \qquad (v_y < 0)$$

$$\varphi_0 = \frac{n}{2\pi v_T^2} \exp\left(- \frac{v_x^2 + v_y^2}{2 v_T^2} \right)$$

Здесь φ_0 — невозмущенная функция распределения электронов по скоростям, n — плотность. Решение уравнения (5) будем искать в виде ряда

$$f = f_0 + \frac{\omega_H}{D_0} f_1 + \left(\frac{\omega_H}{D_0} \right)^2 f_2 + \ldots \tag{6}$$

Используя граничные условия (5), в пренебрежении членами второго порядка малости имеем (7)

$$f = \frac{1}{1 + \Delta v_0 v_0 / v_T^2} \left\{ \varphi_0(v_0) + \frac{\omega_H}{D_0} \left[\left(v_x \frac{(v_0 + \Delta v_0)^2}{2} - \frac{v_x^3}{6} \right) \frac{\partial \varphi_0}{\partial v_y} + C(v_y) \right] \right\} \quad (v_y > 0)$$

$$f = \frac{1}{1 - \Delta v_0 v_0 / v_T^2} \left\{ \varphi_0(v_0 + \Delta v_0) + \frac{\omega_H}{D_0} \left[\left(v_x \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_x^2}{6} \right) \frac{\partial \varphi_0}{\partial v_y} + c(v_y) \right] \right\} \quad (v_y < 0)$$

(Аддитивная постоянная $c(v_y)$ вычисляется из второго приближения. При этом оказывается, что для применимости теории возмущений требуется вместо (4) более сильное неравенство, хотя для того, чтобы имела место формула (8), вполне достаточно выполнения неравенств (3) и (4). В этом можно убедиться, если уравнение (2) подвергнуть преобразованию Лапласа по v_y).

Отметим, что нулевое приближение функции распределения отличается в резонансной области от среднего значения функции распределения в отсутствие магнитного поля. Это неудивительно, ибо вышеупомянутые значения вычислены при помощи одинаковых предельных переходов (устремлением t к бесконечности и ω_H к нулю), но при обратной их последовательности.

Пренебрегая членами порядка $v_0 v^{-2}_T \Delta v_0$, запишем выражение для производной функции распределения по v_x так:

$$\frac{\partial f}{\partial v_x} = - \frac{\omega_H v_y (v_0 + \Delta v_0 - v_x)\, v_0}{D_0 v_T^2} \varphi_0 \quad (v_y > 0) \tag{8}$$

$$\frac{\partial f}{\partial v_x} = - \frac{\omega_H v_y (v_0 - v_x)\, v_0}{D_0 v_T^2} \varphi_0 \quad (v_y < 0)$$

Производя усреднение по v_y, найдем декремент затухания

$$\gamma \approx \frac{\omega_H v_T \Delta v_0}{2 D_0} \gamma_0 = \frac{4\pi n k T}{\varepsilon} \left(\frac{\Delta k_0}{k_0} \right)^2 \frac{\omega_H}{v_T k_0} \gamma_0 \tag{9}$$

Здесь γ_0 — декремент по линейной теории без учета магнитного поля, ε — плотность энергии колебаний, nkT — плотность кинетической энергии плазмы.

В заключение авторы благодарят Р. З. Сагдеева, обратившего их внимание на рассматриваемый вопрос.

Поступила 14 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Веденов А. А. Вопросы теории плазмы. Госатомиздат, 1963, вып. 3.