ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 5, вып. 6, 1967

СВОЙСТВА СЕЧЕНИЙ АННИГИЛЯЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПАРЫ

В. Н. БАЙЕР, В. А. ХОЗЕ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 27 октября 1966 г.)

Рассмотрены некоторые свойства сечений аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. Найден общий вид полного сечения аннигиляции произвольно поляризованной электрон-позитронной пары в ультрарелятивистском пределе. Исследованы процессы рождения псевдоскалярных мезонов и линейно поляризованных фотонов при аннигиляции поперечно поляризованной пары. Получены точные сечения процессов $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$, $e^+ + e^- \to s^+ + s^- + \gamma$ (s — скалярная (псевдоскалярная) частица) для поперечно поляризованной начальной пары.

1. Как известно, излучение при движении в магнитном поле может приводить к возникновению поперечной поляризации электрона (против поля) и позитрона (по полю) [1]. В связи с проведением экспериментов на встречных электрон-позитронных пучках заметный интерес представляет рассмотрение аннигиляции поперечно поляризованной электрон-позитронной пары. В работе Фадина и одного из авторов [2] было найдено общее выражение для сечения двухчастичной аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. В работе Хрипловича [3] найдены плоскости симметрии для системы, состоящей из двух поперечно поляризованных фермионов, и указаны правила отбора для рождения псевдоскалярных мезонов при аннигиляции этих частиц.

В настоящей работе обсуждается ряд эффектов, возникающих при аннигиляции поляризованной электрон-позитронной пары. Найден общий вид полного сечения аннигиляции произвольно поляризованной пары, причем показано, что в случае поперечной поляризации полное сечение аннигиляции в ультрарелятивистском пределе совпадает с сечением для неполяризованных частиц. Получены правила запрета для рождения псевдоскалярных мезонов и линейно поляризованных фотонов при аннигиляции поперечно поляризованной пары. Получены сечения процессов $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$, $e^+ + e^- \to s^+ + s^- + \gamma$ в низшем приближении теории возмущений для поперечно поляризованной пары (s — скалярная (псевдоскалярная) частица).

2. Биленький и Рындин [4], исходя из соображений инвариантности относительно инверсии и вращений, а также из линейной зависимости полного сечения от поляризаций, показали, что полное сечение произвольного процесса с двумя частицами со спинами $^1/_2$ в начальном состоянии имеет вид [1)]

$$\sigma = \sigma_0 + {}^1/_4(\sigma_{t,0} - \sigma_s)(\boldsymbol{\zeta}_1\boldsymbol{\zeta}_2) + {}^1/_2(\sigma_{t,1} - \sigma_{t,0})(\boldsymbol{\zeta}_1\mathbf{n})(\boldsymbol{\zeta}_2\mathbf{n}), \tag{1}$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный по импульсу электрона, $\boldsymbol{\zeta}_1$, $\boldsymbol{\zeta}_2$ — векторы поляризации электрона и позитрона, $\sigma_{t,0}$, $\sigma_{t,1}$, σ_s — полные сечения реакции из триплетного состояния с проекцией спина 0 и 1 на направление $\mathbf{n}$ и из синглетного состояния, σ_0 — сечение для неполяризованных

1) Все рассмотрение проводится в с.ц.и. начальных частиц.

частиц. Очевидно, что

$$\sigma_{t,1} = \sigma_{t,-1}, \tag{2}$$

$$\sigma_0 = {}^1/_4\sigma_s + {}^1/_4\sigma_{t,0} + {}^1/_2\sigma_{t,1}. \tag{3}$$

Из сохранения спиральности ультрарелятивистских частиц в квантовой электродинамике следует, что проекция суммарного спина на направление движения равна ± 1, но не 0 [5]. Тогда в ультрарелятивистском пределе [2)]

$$\sigma_s, \sigma_{t,0} \sim \left(\frac{m}{E}\right)^2 \sigma_{t,1} \tag{4}$$

и формула (3) приобретает вид

$$\sigma_0 = {}^1/_2\sigma_{t,1}. \tag{5}$$

С учетом (4) и (5) выражение (1) можно записать в виде

$$\sigma = \sigma_0[1 + (\zeta_1\mathbf{n})(\zeta_2\mathbf{n})]. \tag{6}$$

Из формулы (6) следует важный вывод: в случае поперечной поляризации полное сечение произвольного процесса совпадает с точностью до членов порядка m^2/E^2 с сечением для неполяризованных частиц.

3. Рассмотрим процесс аннигиляции поперечно поляризованной электрон-позитронной пары, при котором конечные импульсы компланарны. Пусть рождается n псевдоскалярных мезонов, m линейно поляризованных фотонов с векторами поляризации, перпендикулярными плоскости рождения, и l линейно поляризованных фотонов с векторами поляризации, лежащими в плоскости рождения. Очевидно, что собственная функция конечного состояния есть собственная функция оператора отражения относительно плоскости рождения с собственным значением $(-1)^{m+n}$ [3)].

Направим ось x по импульсу начальных частиц, ось z — по вектору поляризации начальных частиц (как в [3]). Учитывая, что начальные состояния есть собственные состояния оператора отражения P_z — точно, оператора P_y — с точностью до членов m/E (из закона сохранения спиральности) и оператора P_x — с точностью до членов m/E в однофотонном канале (когда собственные значения оператора $P = P_xP_yP_z$ равны -1, с указанной точностью собственные значения P_yP_z равны -1) [3], и выбирая в качестве плоскостей рождения плоскости (xy), (xz) и (yz), получаем правила запрета для аннигиляции электрона и позитрона с параллельными и антипараллельными поляризациями, приведенные в таблице.

В качестве иллюстрации рассмотрим процесс $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$ при антипараллельной поляризации начальных частиц. Тогда в ультрарелятивистском пределе (с точностью до членов m^2/E^2) фотоны не могут вылетать вдоль оси z. Действительно, волновая функция конечного состояния может быть всегда разложена по следующим комбинациям поляризации фотонов: $e_{1x}e_{2x}$, $e_{1y}e_{2y}$, $e_{1x}e_{2y}$, $e_{1y}e_{2x}$. Первые две комбинации запрещены, поскольку они не меняют знака при отражении P_z (в силу тождественности фотонов), в то время как волновая функция начального состояния меняет знак. Запрет на две другие комбинации вытекает из таблицы (отражение в плоскости xz). Аналогично для параллельных поляризаций начальных частиц с той же точностью запрещен вылет фотонов вдоль оси y. Эти запреты имеют место в любом порядке теории возмущений.

Заметим, что соображения, связанные с сохранением спиральности, применимы при аннигиляции электрон-позитронной пары всегда, когда в

[2)] Этот результат неприменим к процессам $e^+ + e^- \to n\gamma$ по причинам, приведенным в конце пункта 3.

[3)] Это является частным случаем правила О. Бора [6].

конечном состоянии имеется по крайней мере одна частица с массой, значительно превышающей массу электрона. В случае же процесса $e^+ + e^- \to n\gamma$ этими соображениями следует пользоваться с известной осторожностью. Так, например, для двухквантовой аннигиляции из запретов, приведенных в таблице, следует, что запрещен вылет фотонов вдоль направления x (направление движения начальных частиц) для параллельной и антипараллельной поляризации электрона. На самом деле это не так; наоборот, сечение двухквантовой аннигиляции максимально в этом случае. Такая ситуация возникает вследствие малости передачи импульса, которая входит в знаменатель выражения для амплитуды процесса. Поэтому для процесса аннигиляции в фотоны соображения, основанные на сохранении спиральности, применимы тогда, когда фотоны вылетают под большим углом к направлению движения начальных частиц. Поскольку область малых углов вылета дает значительный вклад в интегральное сечение аннигиляции в фотоны, указанные соображения не позволяют получить результат с точностью до членов $\sim m^2 / E^2$.

Запрещенные плоскости рождения в зависимости от поляризации начальных частиц (знак указывает четность величины $m + n$)

Плоскость	Антипараллельная поляризация ($\uparrow\downarrow$)	Параллельная поляризация ($\uparrow\uparrow$)
xy	$+$	$-$
xz	$-$	$+$
yz	$-$	$-$

Рассмотрим еще процесс $e^+ + e^- \to \pi^0(\eta) + \gamma$ в однофотонном приближении. Используя правила таблицы, легко видим, что с точностью до членов порядка m^2 / E^2 запрещен вылет конечных частиц вдоль оси z для антипараллельных поляризаций и вдоль оси y для параллельных поляризаций электрона и позитрона.

4. Пользуясь приведенными выше правилами запрета, можно построить дифференциальное сечение процесса $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$ для поперечно поляризованных начальных частиц, зная только сечение для неполяризованных частиц.

Общий вид этого сечения в однофотонном канале следующий:

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_0(\vartheta) + b(\zeta_1\zeta_2) + c(\mathbf{q}\zeta_1)(\mathbf{q}\zeta_2), \tag{7}$$

$\mathbf{q}$ — единичный вектор в направлении движения конечной частицы. Здесь использованы условия

$$(\mathbf{p}_1\zeta_1) = (\mathbf{p}_2\zeta_2) = (\mathbf{p}_1\zeta_2) = (\mathbf{p}_2\zeta_1) = 0, \tag{8}$$

а также инвариантность относительно вращений и отражений и линейность сечения по поляризациям. Величины σ_0, b, c — функции угла рассеяния ϑ и энергии. Представим

$$(\mathbf{q}\zeta_1) = |\zeta_1| \sin\vartheta \sin\varphi,$$

где φ — угол между плоскостью орбиты (определяемой вектором ζ_1) и плоскостью рождения (проходящей через векторы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$).

Из таблицы следует: 1) при $(\zeta_1\zeta_2) = -1$ сечение равно нулю при $\varphi = 0$; 2) при $(\zeta_1\zeta_2) = 1$ сечение равно нулю при $\varphi = \pi / 2$ (см. [3]). Отсюда имеем

$$b = \sigma_0, \quad 2\sigma_0 + c\sin^2\vartheta = 0. \tag{9}$$

Из (9) сразу получаем сечение (с точностью до членов m^2 / E^2)

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_0(\vartheta)\,[1 + (\zeta_1\zeta_2)(1 - 2\sin^2\varphi)]. \tag{10}$$

Этот результат был впервые получен в [2].

Подобный вывод можно также проделать для процесса $e^+ + e^- \to \pi^0(\eta) + \gamma$. В однофотонном приближении в сечение может входить произведение $(\mathbf{pq})$ в степени 0 и 2 [2]. Тогда, учитывая, что для неполяризованных частиц сечение равно [7]

$$\sigma_0 = \frac{\alpha}{4\tau\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}(1 + \cos^2\vartheta)\,|f|^2,$$

имеем

$$\sigma(\vartheta) = \frac{\alpha}{4\tau\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}|f(4E^2)|^2 \times$$

$$\times [1 + \cos^2\vartheta + (\zeta_1\zeta_2)(a_1 + b_1\cos^2\vartheta + c_1\sin^2\vartheta\sin^2\varphi)], \qquad (11)$$

где a_1, b_1, c_1 не зависят от углов. Из правил запрета, указанных в конце пункта 3, следует

$$a_1 = -1, \qquad (12)$$

$$c_1 = 2. \qquad (13)$$

Учитывая также, что, согласно формуле (6), полное сечение не зависит с принятой точностью от поляризации, имеем

$$b_1 = 1. \qquad (14)$$

Тогда дифференциальное сечение можно представить в виде [4)]

$$\sigma(\vartheta) = \frac{\alpha}{4\tau\mu^3}\left(1 - \frac{\mu^2}{E^2}\right)^{3/2}|f(4E^2)|^2 \times$$

$$\times [1 + \cos^2\vartheta + (\zeta_1\zeta_2)\sin^2\vartheta(2\sin^2\varphi - 1)]. \qquad (15)$$

Это сечение отличается от сечения, найденного Альтарелли и др. [8], причем последнее не удовлетворяет приведенным выше правилам запрета.

5. Рассмотрим теперь двухчастичную аннигиляцию поперечно поляризованных (параллельно и антипараллельно) электрона и позитрона, сопровождающуюся излучением фотона с произвольной частотой

$$e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \gamma, \qquad (16)$$

$$e^+ + e^- \to s^+ + s^- + \gamma, \qquad (17)$$

где s — скалярная частица. Для неполяризованных начальных частиц этот вопрос рассмотрен в работах авторов [9, 10]; здесь мы будем пользоваться той же техникой и обозначениями. Найдем сечение излучения фотона начальными частицами. Как и раньше, сечение для процесса (16) $d\sigma_e^\mu$ и для процесса (17) $d\sigma_e^s$ представим в виде

$$d\sigma_e^{\mu,s} = -\frac{\alpha^3}{(2\pi)^2|F|}\int\frac{d^3k}{\omega\Delta^4}M_e C^{\mu,s}(\Delta^2); \qquad (18)$$

функция $C^\mu(\Delta^2)$ приведена в [9], функция $C^s(\Delta^2)$ — в [10], величина $M_e \equiv M_{e\nu}^\nu$ содержит часть, не зависящую от поляризаций — M_{0e} [9, 10] и часть, от нее зависящую, —$M_{\zeta e}^\nu$:

$$M_e = M_{0e} + M_{\zeta e}. \qquad (19)$$

Последняя может быть легко вычислена:

$$M_{\zeta e} = \frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,[L_1^\nu(m + \hat{p}_1)\gamma_5\hat{s}_1 L_{1\nu}((m - \hat{p}_2^+)\gamma_5\hat{s}_2] =$$

$$= 2\left\{[(ks_1)(ks_2) - m^2(s_1s_2)]\left[\frac{m^2}{\varkappa^2} + \frac{2(p_1\overset{+}{p_2})}{\varkappa\varkappa'} + \frac{m^2}{\varkappa'^2}\right] - 2(s_1s_2)\right\}. \qquad (20)$$

---

4) Эта же формула следует прямо из формулы (8) работы [2].

Выполняя интегрирование по азимутальному углу вылета фотона, получаем

$$H = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} M_{\zeta e} d\varphi = (\zeta_1\zeta_2)\left\{\left(\frac{\omega^2 \sin^2\vartheta_k}{2} + m^2\right)\left[\frac{m^2}{\varkappa^2} + \frac{2(\overset{+}{p_1 p_2})}{\varkappa\varkappa'} + \frac{m^2}{\varkappa'^2}\right] + 2\right\}. \tag{21}$$

Дифференциальное сечение в с.ц.и. начальных частиц процесса можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma_e^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega} = \frac{d^2\sigma_{0e}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega} + \frac{d^2\sigma_{\zeta e}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega}. \tag{22}$$

Первый член представляет собой сечение для неполяризованных частиц [9, 10], второй — для поляризованных:

$$\frac{d^2\sigma_{\zeta e}^{\mu,s}}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega} = \frac{\alpha^3\omega}{2\pi E^2\beta\Delta^4} H C^{\mu,s}(\Delta^2). \tag{23}$$

Выполняя интегрирование по углу ϑ_k, получаем спектр излученных фотонов

$$d\sigma_e^{\mu,s} = d\sigma_{0e}^{\mu,s} + d\sigma_{\zeta e}^{\mu,s}; \tag{24}$$

$d\sigma_{0e}^{\mu,s}$ найдено в [9,10], а

$$d\sigma_{\zeta e}^{\mu,s} = \frac{\alpha^3\omega\,d\omega}{2\pi E^2\beta\Delta^4} C^{\mu,s}(\Delta^2)\,G, \tag{25}$$

где

$$G = \int_0^{\pi} H d(\cos\vartheta_k) = (\zeta_1\zeta_2)\frac{m^2}{\omega^2}\left\{\left(4 - \frac{2m^2}{E^2} - \frac{\omega^2}{E^2} - \frac{3\omega^2}{p^2}\right)L + \frac{6\omega^2}{p^2} - 4\right\}. \tag{26}$$

Перейдем к рассмотрению излучения конечных частиц. Мы воспользуемся формулами (2.26) работы [9] и (2.15) работы [10]. В этих формулах части, относящиеся к конечным частицам, не меняются, а в токовом тензоре электрона появляется часть, зависящая от поляризации. Проводя выкладку как в [9, 10], получаем для сечения излучения мюоном и скалярной частицей

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = -\frac{\alpha^3\omega\,d\omega}{(2\pi)^2 8E^4\beta}\left\{\left[1 + \frac{m^2}{2E^2}(1 + (\zeta_1\zeta_2))\right]a_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2E^2\omega^2}[\varkappa\varkappa'(1 + (\zeta_1\zeta_2)) + 2E^2(\mathbf{k}\zeta_1)(\mathbf{k}\zeta_2)](a_1 + \Lambda^2 a_2)\right\}, \tag{27}$$

$$\frac{d\sigma_s}{d\Omega} = \frac{d\sigma_\mu}{d\Omega}\left(a_{1,2} \to -\frac{h_{1,2}}{4}\right); \tag{28}$$

функции a_1, a_2 определены в [9], h_1, h_2 — в [10]. Заметим, что при $(\zeta_1\zeta_2) = -1$

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = -\frac{\alpha^3\omega d\omega}{(2\pi)^2 8E^4\beta} a_1 \quad \text{при} \quad \mathbf{k} \perp \zeta_1, \tag{29}$$

$$\frac{d\sigma_\mu}{d\Omega} = \frac{\alpha^3\omega d\omega}{(2\pi)^2 2E^2\beta} a_2 \quad \text{при} \quad \mathbf{k} \parallel \zeta_1 \tag{30}$$

и аналогично для излучения скалярной частицей. Тем самым функции a_1, a_2, h_1, h_2 приобретают наглядный смысл. Проводя интегрирование по азимутальному углу вылета фотона, получаем

$$\frac{d^2\sigma_\mu}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega}=\frac{\alpha^3\omega d\omega}{(2\pi)8E^4\beta}\left\{\left[1+\frac{m^2}{2E^2}\left(1+(\zeta_1\zeta_2)\right)\right]a_1+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2E^2\omega^2}\left[\varkappa\varkappa'-(\zeta_1\zeta_2)\,m^2\omega^2\cos^2\vartheta_k\right](a_1+\Lambda^2a_2)\right\}, \qquad (31)$$

$$\frac{d^2\sigma_s}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega}=\frac{d^2\sigma_\mu}{d(\cos\vartheta_k)\,d\omega}\left(a_{1,2}\to-\frac{h_{1,2}}{4}\right). \qquad (32)$$

Интегрируя по ϑ_k, получаем формулу, применимую к обеим реакциям

$$d\sigma_{\mu,s}=d\sigma^0_{\mu,s}\frac{[1+(1+(\zeta_1\zeta_2))\,m^2/2E^2]}{1+(m^2/2E^2)}, \qquad (33)$$

где $d\sigma^0_{\mu,\,s}$ — сечения излучения для неполяризованных начальных частиц [9, 10]. Интерференционный член в сечении излучения выпадает по той же причине, что и в [9, 10] (из инвариантности по отношению к зарядовому сопряжению). Поэтому точные сечения процессов есть суммы сечений излучения начальными и конечными частицами.

Отметим, что в соответствии с результатом, полученным в пункте 2, поправки, зависящие от поляризаций, имеют порядок m^2/E^2. Естественно, что такая ситуация возникает уже при интегрировании по азимутальному углу вылета фотона. Полученные формулы, однако, являются точными и могут быть использованы при исследовании аннигиляции тяжелых частиц.

Авторы благодарят С. А. Хейфеца, И. Б. Хриплoвича за обсуждение.

Литература

[1] А. А. Соколов, И. М. Тернов. ДАН СССР, 153, 1052, 1963.
[2] В. Н. Байер, В. С. Фадин. ДАН СССР, 161, 74, 1965.
[3] И. Б. Хриплович. ЯФ, 3, 762, 1966.
[4] S. Bilenky, R. Ryndin. Phys. Lett., 6, 217, 1963.
[5] Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 41, 912, 1961.
[6] A. Bohr. Nucl. Phys., 10, 486, 1959.
[7] В. Н. Байер, В. В. Соколов. ЖЭТФ, 40, 1233, 1961.
[8] G. Altarelli, S. Gennaro, E. Celeghini, G. Longhi, R. Gatto. Nuovo Cim., 47, 113, 1967.
[9] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 946, 1965.
[10] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.

PROPERTIES OF CROSS SECTIONS FOR ANNIHILATION OF THE POLARIZED ELECTRON-POSITRON PAIR

V. N. BAIER, V. A. KHOZE

Some properties of cross sections have been considered for the annihilation of the polarized electron-positron pair. The general form of the annihilation cross section is found for the arbitrarily polarized pair in the ultrarelativistic limit. Creations of pseudoscalar mesons and of plane-polarized photons at the annihilation of the pair with transverse polarization are investigated. The explicit cross sections for the processes $e^++e^-\to\mu^++\mu^-+\gamma$, $e^++e^-\to s^++s^-+\gamma$ (s is a scalar, or pseudoscalar particle) are obtained for the incident pair with transverse polarization.