

- [11] M. G. Hauser. Phys. Rev., 160, 1215, 1967.  
 [12] M. H. Khachatryan, M. A. Azimov, A. M. Baldin et al. Phys. Lett., 24B, 349, 1967.  
 [13] J. K. de Pagter, J. I. Friedman et al. Phys. Rev. Lett., 17, 767, 1967.  
 [14] A. Wehmann, E. Engels et al. Phys. Rev. Lett., 18, 929, 1967.  
 [15] J. G. Asbury, U. Becker et al. Phys. Rev. Lett., 19, 865, 896, 1967.  
 [16] S. C. C. Ting. Talk at the Intern. Symp. on Electron and Photon Inter. at High Energies, SLAC, September, 1967.  
 [17] V. L. Auslander, G. I. Budker et al. Phys. Lett., 25B, 433, 1967.  
 [18] H. Blechschmidt, J. P. Dowd et al. Nuovo Cim., 52A, 1348, 1967.

## VECTOR-DOMINANCE MODEL AND SUM RULES FOR $\gamma p$ INTERACTION AT HIGH ENERGIES

S. B. GERASIMOV, V. A. SERDYUTSKY

In terms of the vector-dominance model for electromagnetic interaction of hadrons the sum rule is obtained connecting the  $\gamma p$  interaction cross section with the constant of the photon — vector meson transition and with the parameters of high-energy meson-nucleon scattering. The constant obtained from the sum rule is compared with the data obtained in various experiments.

## ШВИНГЕРОВСКИЕ ЧЛЕНЫ И ГАМИЛЬТОНИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В. В. СОКОЛОВ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 6 февраля 1968 г.)

Учет некоммутативности компонент плотности электромагнитного тока делает необходимым изменение вида гамильтониана взаимодействия в квантовой электродинамике. Построенный в работе гамильтониан содержит члены, приводящие к диаграммам с несколькими фотонными линиями в вершине. Эти диаграммы получаются из обычных путем стягивания фермионных пропагаторов. Ненулевые вклады дают лишь те диаграммы, которые получаются из расходящихся основных. Только после учета этих вкладов  $S$ -матрица оказывается автоматически лоренц- и градиентно-инвариантной в любом порядке теории возмущений. Последнее связано с нековариантным характером  $T$ -произведений операторов, составленных из взятых в одной точке операторов поля. В частности, оказывается излишним введение контрчлена массы фотона.

### 1. Введение

В квантовой электродинамике обычно принимается, что плотность электромагнитного тока имеет вид

$$\hat{j}_\mu(x) = \frac{1}{2} [\bar{\psi}(x), \gamma_\mu \psi(x)]. \quad (1)$$

Известно, однако, что такое определение приводит к трудностям. В самом деле, из общих соображений спектральности и положительной определенности энергии следует [1], что

$$[j_0(x), j_n(0)]_{x_0=0} \neq 0. \quad (2)$$

Одновременно, как легко видеть, должен быть отличен от нуля и коммутатор  $[A_m(x), j_n(0)]_{x_0=0}$ . В то же время с помощью канонических перестановочных соотношений можно убедиться, что этот коммутатор равен нулю, поскольку (1) не содержит явной зависимости от оператора  $A_\mu$ . Отмеченное противоречие исчезает, если, как указано Швингером [1] и Джонсоном [2], вместо (1) понимать под плотностью тока предел нелокального, но градиентно-инвариантного и явно зависящего от  $A_\mu$  выражения

$$\hat{j}_\mu(x; \varepsilon) = \frac{1}{2} \left[ \bar{\psi} \left( x - \frac{\varepsilon}{2} \right), \gamma_\mu \exp \{ -ie\varepsilon^\nu A_\nu(x) \} \psi \left( x + \frac{\varepsilon}{2} \right) \right], \quad (3)$$

$\varepsilon^2 < 0$

( $\varepsilon \rightarrow 0$  сферически симметричным образом). Переход к пределу следует при этом совершать после вычисления коммутатора.

Введение некоммутативности плотности тока с  $A_m$  приводит к необходимости изменения гамильтониана взаимодействия системы. Изменение же гамильтониана взаимодействия влечет за собой, вообще говоря, и изменение уравнений движения. Впервые эти вопросы изучались Бульваром [3], который рассматривал квантовую электродинамику как предел



градиентно-инвариантной теории с нелокальным (и нековариантным) лагранжианом. Такой подход привел, однако, к большим трудностям. В частности, плотность тока, полученная в работе [3], не совпадает с (3), а содержит лишние слагаемые, в том числе и члены с пространственными производными от  $A_\mu$ . Последнее находится в противоречии со спектральными представлениями. При переходе к локальному пределу, даже в простейшем случае только внешнего электромагнитного поля, Бульвар столкнулся с плохо определенными и, вообще говоря, нековариантными выражениями. Более того, наложение требования ковариантности не дало возможности однозначно определить пределы таких выражений.

Эти трудности указывают, по-видимому, что нелокальные выражения типа (3) не следует понимать буквально. Отметим в этой связи, что все выводы о некоммутативности компонент плотности тока между собой и с  $A_m$  получены с помощью спектральных представлений, в которых плотность тока считается локальной величиной. Швингеровский способ доопределения тока используется только при явном вычислении коммутатора и является, по существу, рецептом получения для него ненулевого результата. Правильнее было бы говорить, что это способ получения коммутатора двух локальных величин в пределе совпадающих времен. Как будет видно из дальнейшего, он является лишь удобным, но не необходимым способом действий.

Мы хотим показать, как, оставаясь в рамках локальной теории, ввести явную зависимость плотности тока от оператора электромагнитного поля. Оказывается, что в представлении взаимодействия задача сводится лишь к определению коммутатора

$$[j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)]_{x_0=0}, \quad (4)$$

где

$$j_\mu^{(0)}(x) = \frac{1}{2} [\bar{\psi}(x), \gamma_\mu \psi(x)] \quad (5)$$

и  $\psi(x)$  — оператор фермионного поля в этом представлении. Коммутатор (4) в принципе может быть вычислен явно как предел одновременного коммутатора при  $x_0 \rightarrow 0$ . Практически удобно для определения такого предела использовать швингеровскую процедуру. В этом случае для плотности тока получается выражение, совпадающее с (3) и не содержащее производных. Плотность гамильтониана взаимодействия не совпадает у нас с  $j_\mu A^\mu$ , а содержит члены, компенсирующие при переходе к уравнениям движения повторные коммутаторы  $j_m$  с  $A_n$ . Как будет показано ниже, роль добавочных членов в  $H_I(x_0)$  состоит в вычитании градиентно- и лоренц-инвариантных членов как в диаграммах собственной энергии фотона, так и в графиках собственной энергии электрона, вершинной части и рассеяния фотона на фотоне во всех порядках теории возмущений<sup>1)</sup>. Обычно устранения квадратично расходящейся «массы фотона» добиваются с помощью добавления к гамильтониану соответствующего контрчлена [4]. Учет швингеровских членов делает его введение излишним.

В первом разделе рассматривается коммутатор (4), играющий в дальнейшем важную роль. Во втором находятся с учетом швингеровских членов гамильтониан взаимодействия и плотность тока. Использованный здесь метод может быть применен и в более сложном случае теорий с неабелевой калибровочной группой. Наконец, в третьем разделе проведен анализ дополнительных диаграмм, возникающих из-за добавления к гамильтониану новых слагаемых. В Приложении обсуждаются вакуумные средние коммутаторов в гейзенберговском представлении и зависимость их от выбора калибровки.

<sup>1)</sup> Впервые на факт сокращения швингеровскими членами постоянной части диаграммы рассеяния фотона на фотоне в  $\epsilon^4$ -приближении указал Бульвар [3]. Автор благодарен Л. Д. Фаддееву, обратившему его внимание на это обстоятельство.

## 2. Коммутатор операторов $j_\mu^{(0)}(x)$

Используя известные перестановочные соотношения для операторов в представлении взаимодействия, легко получить, что

$$\delta(x_0) [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] = \delta(x) \{ \bar{\psi}(x) \gamma_n \psi(0) - \bar{\psi}(0) \gamma_n \psi(x) \}. \quad (6)$$

Стоящее в фигурных скобках выражение имеет сингулярный характер и не интегрируется с  $\delta$ -функцией [5]. Поэтому коммутатор (6) нельзя считать равным нулю. Взяв, например, вакуумное среднее (6), найдем

$$\delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] \rangle = 4i\delta(x) \partial_n \Delta_1(x, m^2). \quad (7)$$

При  $x \rightarrow 0$  имеем  $\partial_n \Delta_1(x, m^2) \rightarrow \infty$ . Последнее означает, что коммутатор (6) имеет сингулярность более сильную, чем  $\delta(x)$ . Характер этой сингулярности можно выяснить, воспользовавшись спектральным представлением

$$\langle [j_\mu^{(0)}(x), j_\nu^{(0)}(0)] \rangle = -i(g_{\mu\nu} \square + \partial_\mu \partial_\nu) \int_{4m^2}^{\infty} d\kappa^2 \kappa^2 \sigma^{(2)}(\kappa^2) \Delta(x, \kappa^2), \quad (8)$$

где

$$\sigma^{(2)}(\kappa^2) = \frac{1}{12\pi^2} \frac{1}{\kappa^2} \left( 1 + \frac{2m^2}{\kappa^2} \right) \sqrt{1 - \frac{4m^2}{\kappa^2}}.$$

При  $\mu = 0, \nu = n$  имеем

$$\delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] \rangle = i\partial_n \delta(x) \int d\kappa^2 \kappa^2 \sigma^{(2)}(\kappa^2). \quad (9)$$

Поскольку, однако, получившийся интеграл квадратично расходится на верхнем пределе, следует, строго говоря, проводить интегрирование по  $\kappa^2$  в (8) до перехода к  $x_0 = 0$  [6]. Замечая, что при больших  $\kappa^2$  масса фермиона не играет роли, и полагая поэтому  $m = 0$ , убеждаемся, что

$$\delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] \rangle = \frac{i}{6\pi^2} \partial_n \delta(x) \frac{d}{dx_0} \mathcal{P} \frac{1}{x_0}, \quad (10)$$

поскольку

$$\int_0^{\infty} d\kappa^2 \Delta(x, \kappa^2) = -2\delta(x) \mathcal{P} \frac{1}{x_0} + f(x_0, r),$$

причем функция  $f(x_0, r)$  не имеет особенностей при  $x_0 \rightarrow 0$ . Формула (10) явно определяет сингулярность рассматриваемого коммутатора при  $x_0 = 0$ .

Если теперь воспользоваться известным представлением главного значения

$$\mathcal{P} \frac{1}{x_0} = \frac{x_0}{x_0^2 + (\epsilon/2)^2},$$

то (10) можно переписать в виде

$$\delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] \rangle = \frac{2i}{3\pi^2} \partial_n \delta(x) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon^2}, \quad (11)$$

эквивалентном (9).

Другой способ доопределения (7) состоит в использовании швингеровской предельной процедуры, которая дает

$$\begin{aligned} \delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x), j_n^{(0)}(0)] \rangle &= -4i \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \partial_n \Delta_1(\epsilon) \delta\left(x + \frac{\epsilon}{2}\right) \delta(x_0) = \\ &= \frac{2i}{3\pi^2} \partial_n \delta(x) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon^2} \end{aligned}$$



в согласии с (11). Таким образом, швингеровский способ является удобным приемом, позволяющим избежать вычисления коммутаторов при  $x_0 \neq 0$  с последующим переходом к  $x_0 \rightarrow 0$ . Он не свидетельствует, однако, о нелокальном характере оператора  $j_\mu^{(0)}(x)$ .

### 3. Гамильтониан взаимодействия

Будем исходить из уравнений движения в гейзенберговском представлении

$$\begin{aligned} \square A_\mu(x) &= e j_\mu(x), \\ (i\hat{\partial} - m)\psi(x) &= -eJ(x), \\ \bar{\psi}(x)(i\hat{\partial} + m) &= e\bar{J}(x) \end{aligned} \quad (12)$$

( $j_\mu$  — электромагнитный ток,  $J(x)$  играет роль источника фермионного поля). В соответствии со сказанным во Введении необходимо считать, что  $j_n$  не коммутирует с  $\hat{A}_m$  и, следовательно, явно зависит от  $A$ . Допустим также, что ток  $j_\mu(x)$  и гамильтониан взаимодействия  $H_I(x_0)$  содержат только сами операторы поля, но не их производные по времени (см. по этому поводу Приложение). Тогда в представлении взаимодействия уравнения движения имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \square A_\mu(x) &= e j_\mu(x) + i[H_I(x_0), \hat{A}_\mu(x)], \\ (i\hat{\partial} - m)\psi(x) &= -eJ(x) + \gamma_0[H_I(x_0), \psi(x)], \\ \bar{\psi}(x)(i\hat{\partial} + m) &= e\bar{J}(x) + [H_I(x_0), \bar{\psi}(x)]\gamma_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Требую, чтобы в этом представлении операторы удовлетворяли уравнениям не взаимодействующих полей, получаем условия

$$\begin{aligned} i[H_I(x_0), \hat{A}_\mu(x)] &= -e j_\mu(x), \\ \gamma_0[H_I(x_0), \psi(x)] &= eJ(x), \\ [H_I(x_0), \bar{\psi}(x)]\gamma_0 &= -e\bar{J}(x). \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом сделанных выше допущений представим гамильтониан взаимодействия в форме

$$\begin{aligned} H_I(x_0) &= -e \int dx \{ j_\mu^{(0)}(x) A^\mu(x) + e j_{\mu\nu}(x) A^\mu(x) A^\nu(x) + \\ &+ e^2 j_{\mu\nu\lambda}(x) A^\mu(x) A^\nu(x) A^\lambda(x) + \dots \}, \end{aligned} \quad (15)$$

где симметричные по своим индексам величины  $j_{\mu\nu\dots\rho}(x)$  содержат лишь фермионные операторы  $\psi$  и  $\bar{\psi}$ , а  $j_\mu^{(0)}$  определяется формулой (5). Подставив (15) в первое из условий (14), найдем

$$j_\mu(x) = j_\mu^{(0)}(x) + 2e j_{\mu\nu}(x) A^\nu(x) + 3e^2 j_{\mu\nu\lambda}(x) A^\nu(x) A^\lambda(x) + \dots, \quad (16)$$

так что

$$\begin{aligned} e^2 j_{\mu\nu}(x) &= \frac{i}{2!} \int dx' [j_\mu(x'), \hat{A}_\nu(x)]_{\epsilon=0}, \\ e^2 j_{\mu\nu\lambda}(x) &= \frac{(i)^2}{3!} \int dx'' dx' [[j_\mu(x''), \hat{A}_\nu(x')] \hat{A}_\lambda(x)]_{\epsilon=0} \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Как гамильтониан взаимодействия, так и оператор тока будут определены, если мы сумеем выяснить явный вид  $j_{\mu\nu\dots\rho}(x)$ . Чтобы сделать это, воспользуемся законом сохранения тока  $\partial^\mu j_\mu = 0$ , который дает в представлении взаимодействия

$$\partial^\mu j_\mu(x) = i[j_0(x), H_I(x_0)]. \quad (17)$$

Если подставить сюда (15) и (16) и приравнять коэффициенты при одинаковых степенях заряда, то получатся соотношения

$$\begin{aligned} \partial^\mu j_\mu^{(0)}(x) &= 0, \\ \partial^\mu (j_{\mu\nu}(x) A^\nu(x)) &= -\frac{i}{2} \int dx' [j_0^{(0)}(x), j_\nu^{(0)}(x')] A^\nu(x'), \\ \partial^\mu (j_{\mu\nu\lambda}(x) A^\nu(x) A^\lambda(x)) &= -\frac{i}{3} \int dx' \{ [j_0^{(0)}(x), j_{\nu\lambda}(x')] A^\nu(x') A^\lambda(x') + \\ &+ 2[j_{0\nu}(x), j_\lambda^{(0)}(x')] A^\nu(x) A^\lambda(x') \} \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (18)$$

Первое из этих равенств является следствием уравнений движения для  $\psi$ . Коммутируя же второе с  $A_\rho(y, x_0)$ , обнаруживаем, что

$$j_{0\nu}(x) = j_{\nu 0}(x) = 0.$$

Учитывая это и коммутируя третье равенство с  $A_\rho(y, x_0) A_\sigma(z, x_0)$ , находим далее

$$j_{0\nu\lambda}(x) = 0.$$

Аналогично убеждаемся, что и вообще

$$j_{0\nu\lambda\dots\rho}(x) = 0, \quad (19)$$

в то время как при пространственных значениях индексов эти операторы удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$\partial_m \underbrace{(j_{mn\dots l}(x) A_n(x) \dots A_l(x))}_r = \frac{i}{r} \int dx' [j_0^{(0)}(x), \underbrace{j_{n\dots l}(x')}]_{r-1} A_n(x') \dots A_l(x'). \quad (20)$$

После коммутирования с  $\hat{A}_n(y, x_0) \dots \hat{A}_l(z, x_0)$  это переходит в

$$j_{mn\dots l}(x) \partial_m \delta(x' - x) = \frac{i}{r} [j_0^{(0)}(x'), j_{n\dots l}(x)].$$

Умножая последнее равенство на  $x'_m$  и интегрируя по трехмерному пространству, получаем окончательно

$$\underbrace{j_{mn\dots l}(x)}_r = \frac{i}{r} \int dx' x'_m [j_0^{(0)}(x'), \underbrace{j_{n\dots l}(x)}_{r-1}] \quad (21)$$

и, в частности,

$$j_{mn}(x) = \frac{i}{2} \int dx' x'_m [j_0^{(0)}(x'), j_n^{(0)}(x)]. \quad (22)$$

Таким образом, все операторы  $j_{mn\dots l}(x)$  мы выразим через повторные коммутаторы оператора (5). Если при вычислении последних воспользоваться приемом Швингера, то легко установить, что

$$\begin{aligned} \underbrace{j_{mn\dots l}(x)}_r &= \frac{(-i)^{r-1}}{r!} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon_m \epsilon_n \dots \frac{1}{2} \left[ \bar{\psi}\left(x - \frac{\epsilon}{2}\right), \gamma_l \psi\left(x + \frac{\epsilon}{2}\right) \right] = \\ &= \frac{(-i)^{r-1}}{r!} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon_m \epsilon_n \dots j_l^{(0)}(x; \epsilon), \end{aligned} \quad (23)$$

а оператор тока равен <sup>2)</sup>

$$j_0(x) = j_0^{(0)}(x), \quad j_n(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} j_n^{(0)}(x; \epsilon) \exp\{i\epsilon_m A_m(x)\} \quad (24)$$

<sup>2)</sup> Вводя пространственноподобный вектор  $\epsilon_\mu$ , имеющий в фиксированной системе компоненты  $(0, \epsilon)$ , можно переписать оператор тока в ковариантном виде (3).



Плотность гамильтониана взаимодействия можно тогда записать следующим образом:

$$\mathcal{H}_I(x) = -e \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 ds j_\mu^s(x; \varepsilon) A^\mu(x), \quad (25)$$

причем  $j_\mu^s(x; \varepsilon)$  получается из  $j_\mu(x; \varepsilon)$  заменой  $e$  на  $se$ .

Перейдем теперь к уравнениям движения фермионного поля и рассмотрим остальные два условия (14). Поскольку

$$\begin{aligned} \delta(x_0)[j_\mu^{(0)}(x), \psi(0)] &= -\gamma_0 \gamma_\mu \psi(x) \delta(x), \\ \delta(x_0)[j_\mu^{(0)}(x), \bar{\psi}(0)] &= \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma_0 \delta(x), \end{aligned} \quad (26)$$

то

$$\begin{aligned} \gamma_0 \left[ -e \int dx' j_\mu^{(0)}(x') A^\mu(x'), \psi(x) \right] &= e \hat{A}(x) \psi(x), \\ \left[ -e \int dx' j_\mu^{(0)}(x') A^\mu(x'), \bar{\psi}(x) \right] \gamma_0 &= -e \bar{\psi}(x) \hat{A}(x). \end{aligned} \quad (27)$$

В то же время, например,

$$\begin{aligned} \delta(x_0)[j_{mn}(x), \psi(0)] &= -\frac{i}{2} \int dx' x'_m \delta(x_0) \delta(x'_0) \{[\psi(0), j_0^{(0)}(x')] j_n^{(0)}(x) + \\ &+ [j_n^{(0)}(x), \psi(0)] j_0^{(0)}(x')\} = 0. \end{aligned}$$

Здесь мы воспользовались тождеством Якоби, перестановочными соотношениями (26) и учли, что в результате вычисления коммутаторов не появляются сингулярные произведения спинорных операторов. С помощью (21) теперь нетрудно убедиться, что

$$\delta(x_0)[j_{mn\dots l}(x), \psi(0)] = \delta(x_0)[j_{mn\dots l}(x), \bar{\psi}(0)] = 0. \quad (28)$$

На основании этих выкладок можно, на первый взгляд, заключить, что фермионные источники имеют обычный вид

$$J(x) = \hat{A}(x) \psi(x), \quad \bar{J}(x) = \bar{\psi}(x) \hat{A}(x).$$

Однако до сих пор мы игнорировали тот факт, что в коммутаторах (14) величины типа (28) умножаются на сингулярные произведения фотонных операторов. В результате в этих коммутаторах мы сталкиваемся с неопределенными выражениями. Так, воспользовавшись (23), видим, что второй член в (15) дает в  $\gamma_0 [H_I, \psi]$  вклад

$$-\frac{ie}{2} \varepsilon_m \gamma_n A_m \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) A_n \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) \psi(\varepsilon). \quad (29)$$

Матричные элементы этого выражения, диагональные по состояниям фотонов, носят неопределенный характер. Например,

$$\frac{1}{2} \varepsilon_m \gamma_n \left\langle T \psi(\varepsilon) \bar{\psi}(x) A_m \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) A_n \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\rangle = \frac{1}{2} \varepsilon \gamma S(\varepsilon - x) D(0)$$

или в импульсном представлении

$$\frac{1}{2} S(p) \varepsilon \gamma e^{ip\varepsilon} D(0) \rightarrow \frac{i}{6} \varepsilon^2 p \gamma D(0). \quad (30)$$

Функция  $D(0)$  квадратично расходится. Если обрезать ее интеграл Фурье на импульсах  $1/\varepsilon$ , то получится конечный и отличный от нуля результат. Вклады такого типа окажутся существенными, если мы перейдем к уравнению для функции Грина фермиона. Как будет видно из дальнейшего,

при вычислении массового оператора возникает аналогичное нековариантное слагаемое. Последнее сокращается с формулой (30), в результате чего получается полностью ковариантное выражение. Аналогичное положение имеет место и при вычислении вершинного оператора. Впрочем, при вычислении элементов  $S$ -матрицы учет такого рода членов практически не является существенным, так как вследствие тождества Уорда они в любом порядке теории возмущений компенсируют друг друга.

Если воспользоваться представлением гамильтониана в форме (25), то оказывается, что

$$J(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{A}(x) \psi \left( x + \frac{\varepsilon}{2} \right) \int_0^1 ds \exp \{ i s e \varepsilon_m A_m(x) \},$$

$$\bar{J}(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \bar{\psi} \left( x - \frac{\varepsilon}{2} \right) \hat{A}(x) \int_0^1 ds \exp \{ i s e \varepsilon_m A_m(x) \}.$$

Можно проверить, переходя в гейзенберговское представление, что при такой форме  $J(x)$  из уравнений движения фермионов следует сохранение тока, получающегося при переходе в это представление из (24). Так как в (24) отсутствуют временные производные, для этого достаточно заменить операторы в представлении взаимодействия гейзенберговскими операторами.

#### 4. $S$ -матрица в теории возмущений

Разложение матрицы рассеяния в ряд теории возмущений имеет вид

$$\begin{aligned} S = T \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 H_I(x_0) \right\} &= 1 + ie \int dx j_\mu^{(0)}(x) A^\mu(x) + \\ &+ ie^2 \int dx j_{mn}(x) A_m(x) A_n(x) - \\ &- \frac{1}{2} e^2 \int dx dy T(j_\mu^{(0)}(x) j_\nu^{(0)}(y) A^\mu(x) A^\nu(y)) + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

Это разложение явно содержит теперь нековариантные члены. Последние компенсируют нековариантные части  $T$ -произведений, в результате чего  $S$ -матрица оказывается полностью ковариантной.

Рассмотрим, например, поправки второго порядка. Стандартным путем получаем для поляризационного оператора

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(x) &= e^2 \langle T(j_\mu^{(0)}(x) j_\nu^{(0)}(0)) \rangle - 2ie^2 \delta(x) \langle j_{mn}(0) \rangle = \\ &= e^2 \langle T(j_\mu^{(0)}(x) j_\nu^{(0)}(0)) \rangle + e^2 \delta(x) \int dx' x'_m \delta(x'_0) \langle [j_0^{(0)}(x'), j_n^{(0)}(0)] \rangle. \end{aligned} \quad (32)$$

Добавку в (32) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \int dx' x'_m \delta(x_0) \langle [j_0^{(0)}(x'), j_n^{(0)}(0)] \rangle &= \int dx' x'_m \partial^\mu \langle T(j_\mu^{(0)}(x'), j_n^{(0)}(0)) \rangle = \\ &= - \int dx' \langle T(j_m^{(0)}(x'), j_n^{(0)}(0)) \rangle. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = e^2 \int dx e^{ikx} \langle T(j_\mu^{(0)}(x) j_\nu^{(0)}(0)) \rangle - e^2 \int dx \langle T(j_m^{(0)}(x) j_n^{(0)}(0)) \rangle. \quad (33)$$

Поскольку (интегрируем сначала по  $p_0$  и затем вводим импульс обрезания



$L$  интеграла по трехмерному импульсному пространству)

$$\int dx \langle T(j_\mu^{(0)}(x)j_\nu^{(0)}(0)) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dp \frac{\text{Sp} \gamma_\mu(\hat{p} + m)\gamma_\nu(\hat{p} + m)}{(p^2 - m^2)^2} =$$

$$= (g_{\mu\nu} - g_{\mu 0}g_{\nu 0}) \frac{i}{3\pi^2} L^2,$$

то только при учете второго слагаемого в (33) получается ковариантное и обращающееся в нуль в точке  $k = 0$  выражение для  $\Pi_{\mu\nu}(k)$ .

Нетрудно показать, что, пользуясь (23), мы снова приходим к (33). С другой стороны, в этом случае  $\langle j_{mn}(0) \rangle$  можно изобразить графически с помощью диаграммы рис. 1, которая получается из обычной диаграммы поля-



Рис. 1

ризации вакуума стягиванием в точку одного из фермионных пропагаторов. Интеграл Фурье, отвечающий такой диаграмме, обрезается фактором  $e^{ip\epsilon}$ , в то время как в вершине имеется множитель  $\epsilon_m \gamma_n$ . При  $\epsilon \rightarrow 0$  такая диаграмма ведет себя как  $1/\epsilon^2$ , т. е. квадратично расходится.

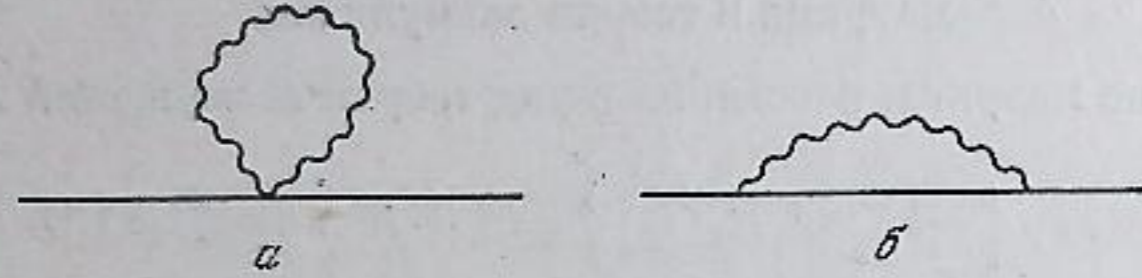


Рис. 2

Аналогично из (31) получается добавка к электронной собственно-энергетической части, описываемая диаграммой рис. 2, а и равная (после усреднения по направлениям перехода к пределу)

$$(ie^2/6) \gamma \rho \epsilon^2 D(0) \quad (34)$$

(ср. с (30)). Рассмотрим вместе с диаграммой рис. 2, а обычную собственно-энергетическую диаграмму рис. 2, б, равную

$$\Sigma^\sigma(p) = \frac{2e^2}{(2\pi)^4} (2m - \hat{p}) \int \frac{dk e^{ik\epsilon/2}}{k^2(k^2 - m^2)} + \frac{4e^2}{(2\pi)^4} p^\mu \gamma^\nu J_{\mu\nu}(\epsilon) + \Sigma_R(p),$$

$$J_{\mu\nu}(\epsilon) = \int dk \frac{e^{ik\epsilon/2} k_\mu k_\nu}{k^2(k^2 - m^2)^2}. \quad (35)$$

(Мы использовали здесь швингеровское представление (23) для  $j_\mu^{(0)}$  и отбросили исчезающий после усреднения линейно расходящийся интеграл.) Логарифмически расходящийся при  $\epsilon \rightarrow 0$  интеграл  $J_{\mu\nu}$  имеет нековариантную конечную часть. Чтобы убедиться в этом, достаточно проинтегрировать по  $k_0$ . После вычисления оставшегося интеграла по трехмерному импульсу получаем

$$J_{\mu\nu}(\epsilon) = g_{\mu\nu} \frac{\pi^2 i}{2} \left( \ln \frac{4}{m\epsilon} - \gamma + \frac{1}{4} \right) - g_{mn} \frac{\pi^2 i}{6} \quad (36)$$

( $\gamma$  — постоянная Эйлера). Следовательно,  $\Sigma^\sigma(p)$  содержит нековариантное слагаемое

$$\frac{ie^2}{24\pi^2} \rho \gamma.$$

Если, с другой стороны, обрезать диаграмму рис. 2, а на импульсе  $1/\epsilon$ , то (34) дает

$$-\frac{ie^2}{24\pi^2} \rho \gamma$$

и в сумме диаграмм рис. 2, а и б нековариантные члены сокращаются. Наряду с диаграммой рис. 2, а следует рассматривать диаграмму третьего порядка рис. 3, а, приводящую к вкладу

$$-\frac{ie^2}{6} \gamma m^2 D(0) = -\frac{\partial}{\partial p^m} \frac{ie^2}{6} \rho \gamma \epsilon^2 D(0) \quad (37)$$

и сокращающую нековариантную часть диаграммы рис. 3, б. Отметим, что в результате равенства (37) во всех матричных элементах вклады диаграмм рис. 2, а и 3, а взаимно компенсируются. Поэтому их учет играет

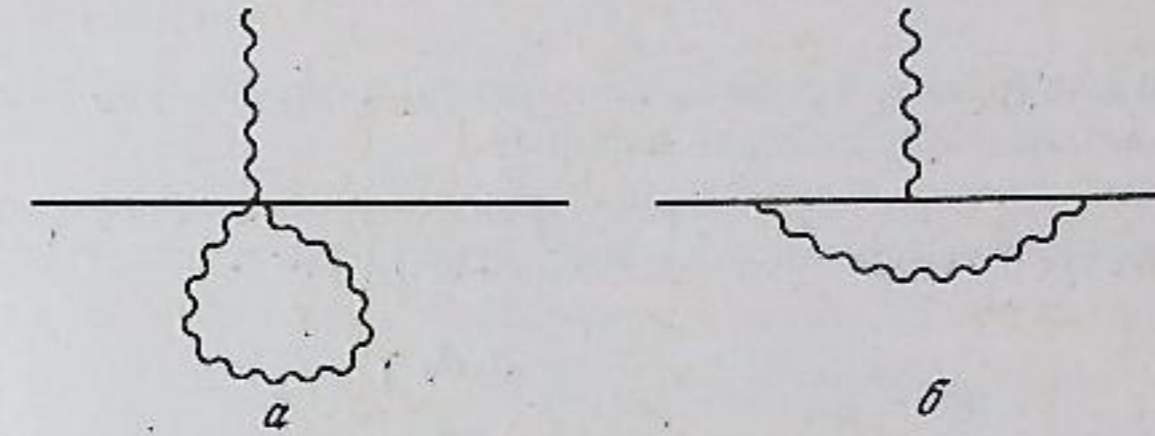


Рис. 3

роль лишь при выделении перенормировочных членов в фермионной функции Грина и вершинной части в виде множителей.

Непосредственным вычислением можно убедиться, что во втором порядке никаких других поправок не возникает.

С помощью представления (23) легко определить вклады добавочных членов и в высших порядках теории возмущений. Разобьем для этого все диаграммы, возникающие при разложении  $S$ -матрицы, на два класса. К одному из них отнесем диаграммы, получающиеся только из первого члена в (15). Эти, основные, диаграммы имеют обычный вид и содержат вершины с одной фотонной линией. К другому отнесем остальные диаграммы, исчезающие, если опустить в (15) все члены, кроме первого. Любая такая добавочная диаграмма данного порядка теории возмущений может быть получена из некоторой основной с помощью стягивания определенного числа фермионных пропагаторов. Пусть  $K$  — индекс сходимости основной диаграммы [7]. Диаграмма является сходящейся, если  $K > 0$ , и расходящейся, если  $K \leq 0$ . Стягивание одного пропагатора уменьшает  $K$  на единицу. Одновременно с этим диаграмма приобретает множитель  $\epsilon$ . Поэтому все добавочные диаграммы, получающиеся из сходящихся основных, при  $\epsilon \rightarrow 0$  обращаются в нуль. К ненулевым вкладом приводят лишь расходящиеся основные диаграммы. В квантовой электродинамике в любом порядке по  $e$  имеется четыре типа основных примитивно расходящихся диаграмм [7]:

1. Диаграммы собственной энергии фотона, расходящиеся квадратично. Все добавочные диаграммы при  $\epsilon \rightarrow 0$  также квадратично расходятся и сокращают нековариантные и квадратично расходящиеся части основных диаграмм.

2. Логарифмически расходящиеся диаграммы рассеяния фотона на фотоне. Добавочные диаграммы при  $\epsilon \rightarrow 0$  конечны и сокращают нарушающие градиентную инвариантность постоянные части основных диаграмм.

3. Линейно расходящиеся диаграммы собственной энергии фермиона. Добавочные диаграммы после усреднения по всем направлениям перехода к пределу оказываются конечными.



4. Логарифмически расходящиеся вершинные диаграммы. Добавочные диаграммы конечны.

Добавочные диаграммы типа 3 и 4 в каждом порядке теории возмущений вследствие тождества Уорда взаимно компенсируются.

Таким образом, роль швингеровских членов в квантовой электродинамике сводится к автоматическому восстановлению градиентной и релятивистской инвариантности во всех порядках теории возмущений.

В заключение отметим, что в (15) оказались существенными все члены разложения по  $\epsilon$ . Так как последние выражаются через повторные коммутаторы (21), заключение о  $c$ -числовом характере швингеровских членов, сделанное в работе [3], неправильно.

Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность А. И. Вайнштейну и И. Б. Хриповичу за многочисленные обсуждения, советы и критику. Автор чрезвычайно признателен Б. Л. Иоффе за обсуждение результатов.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим вакуумное среднее коммутатора операторов электромагнитного поля. Его можно представить в форме

$$\langle [A_\mu(x), A_\nu(0)] \rangle = -i \int d\kappa^2 \left\{ \rho_1(\kappa^2) \left( g_{\mu\nu} + \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\kappa^2} \right) - a \delta(\kappa^2) \partial_\mu \partial_\nu - \rho_2(\kappa^2) \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\kappa^2} \right\} \Delta(x, \kappa^2). \quad (\text{П.1})$$

Спектральная функция  $\rho_1(\kappa^2)$  положительна, не зависит от калибровки и удовлетворяет правилу сумм

$$\int d\kappa^2 \rho_1(\kappa^2) = 1. \quad (\text{П.2})$$

Величины  $a$  и  $\rho_2(\kappa^2)$  зависят от калибровки; в частности,  $a$  меняется при калибровочных преобразованиях с калибровочной функцией, удовлетворяющей условию  $\square \Lambda = 0$ .

Из (П.1) с учетом (П.2) получаем одновременные коммутаторы

$$\delta(x_0) \langle [A_\mu(x), A_\nu(0)] \rangle = i(g_{\mu 0} \delta_{\nu n} + g_{\nu 0} \delta_{\mu n}) \partial_n \delta(x) \int d\kappa^2 \left[ \frac{\rho_1(\kappa^2) - \rho_2(\kappa^2)}{\kappa^2} - a \delta(\kappa^2) \right], \quad (\text{П.3})$$

$$\delta(x_0) \langle [A_\mu(x), A_\nu(0)] \rangle = -i g_{\mu\nu} \delta(x) + i g_{\mu 0} g_{\nu 0} \delta(x) \int d\kappa^2 [\rho_1(\kappa^2) - \rho_2(\kappa^2)] - i(g_{\mu 0} g_{\nu 0} \nabla^2 + \delta_{\mu n} \delta_{\nu n} \partial_n \partial_n) \delta(x) \int d\kappa^2 \left[ \frac{\rho_1(\kappa^2) - \rho_2(\kappa^2)}{\kappa^2} - a \delta(\kappa^2) \right]. \quad (\text{П.4})$$

Удобно считать все четыре компоненты  $A_\mu$  независимыми каноническими координатами электромагнитного поля. Для этого следует положить

$$\int d\kappa^2 \left[ \frac{\rho_1(\kappa^2) - \rho_2(\kappa^2)}{\kappa^2} - a \delta(\kappa^2) \right] = 0. \quad (\text{П.5})$$

В дальнейшем мы ограничимся калибровками, для которых (П.5) имеет место.

В квантовой электродинамике физические состояния удовлетворяют условию  $\langle n' | \partial^\mu A_\mu | n \rangle = 0$ . Поэтому достаточно, чтобы оператор  $A_\mu$  удовлетворял уравнению

$$\square A_\mu + a \partial_\mu \partial^\nu A_\nu = e j_\mu \quad (\text{П.6})$$

с произвольным  $a \neq 1$  (случай  $a = 1$  является вырожденным, так как канонический импульс  $\pi_0 \equiv 0$ ). Коэффициент  $a$  меняется при калибровоч-

ных преобразованиях, если  $\square \partial_\nu \Lambda \neq 0$ . Чтобы форма уравнений (П.6) не изменялась, необходимо, однако, выполнение условия  $\square^2 \Lambda = 0$ . Из (П.6) следует

$$\square \partial^\mu A_\mu = 0, \quad (\text{П.7})$$

откуда можно заключить [8], что

$$\rho_2(\kappa^2) = c \delta(\kappa^2). \quad (\text{П.8})$$

Постоянная  $c$  определяется выбором калибровки.

Поскольку спектральные функции  $\rho_1(\kappa^2)$  и  $\rho_2(\kappa^2)$  содержат  $\delta$ -функции, в условие (5) входят неопределенные выражения  $\delta(\kappa^2) / \kappa^2$ . Этой неопределенности, возникшей из-за отсутствия массы у фотона, отвечает существование калибровочных преобразований, меняющих постоянную  $a$  и допустимых лишь в отсутствие массы [8]. Если функцию  $\delta(\kappa^2) / \kappa^2$  понимать как  $-\delta'(\kappa^2)$ , то константа  $a$  должна быть выбрана равной

$$\int d\kappa^2 \frac{\sigma_1(\kappa^2)}{\kappa^2} = a,$$

где  $\sigma_1(\kappa^2)$  — несингулярная часть спектральной функции  $\rho_1(\kappa^2)$ .

Постоянная  $c$  остается пока полностью произвольной и зависит от выбора  $a$ . Если подставить (П.6) в (П.1), перейти к  $x_0 = 0$  и учесть, что ток  $\mathbf{j}$  не зависит от  $\Lambda$  и коммутирует с  $A$ , то легко найти

$$(1 - a)c = \int d\kappa^2 \rho_1(\kappa^2) = 1, \quad a = (c - 1)/c. \quad (\text{П.9})$$

Форма уравнения (П.6) отличается от обычной. Однако его всегда можно переписать в виде (12), если ввести сохраняющийся в силу (П.7), но зависящий от калибровки «ток»

$$\mathbf{j}_\mu(x; a) = \mathbf{j}_\mu(x) - a \partial_\mu \partial^\nu A_\nu(x). \quad (\text{П.10})$$

Такой ток содержит явно  $\Lambda$  и не коммутирует с  $A$ . В частности, при  $c = Z_3$ ,  $a = (Z_3 - 1)/Z_3$  для  $\mathbf{j}_\mu(x; a)$  получаются перестановочные соотношения, совпадающие с найденными Гешкенбейном [9]. Исключением является случай  $c = 1$ ,  $a = 0$ , когда остается лишь нетривиальная и калибровочно инвариантная зависимость  $\mathbf{j}_\mu$  от  $A$ . В этой калибровке, которая использовалась в данной работе,

$$\begin{aligned} \delta(x_0) \langle [A_\mu(x), A_\nu(0)] \rangle &= -i g_{\mu\nu} \delta(x), \\ \delta(x_0) \langle [A_\mu(x), \mathbf{j}_\nu(0)] \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

$$\begin{aligned} \delta(x_0) e \langle [A_\mu(x), \mathbf{j}_\nu(0)] \rangle &= i(g_{\mu\nu} - g_{\mu 0} g_{\nu 0}) \delta(x) \int d\kappa^2 \kappa^2 \rho_1(\kappa^2), \\ \delta(x_0) e^2 \langle [\mathbf{j}_\mu(x), \mathbf{j}_\nu(0)] \rangle &= i(g_{\mu 0} \delta_{\nu n} + g_{\nu 0} \delta_{\mu n}) \partial_n \delta(x) \int d\kappa^2 \kappa^2 \rho_1(\kappa^2). \end{aligned}$$

Отметим также, что при такой калибровке

$$-\delta(x_0) \langle [\partial_m A_m(x), \mathbf{j}_n(0)] \rangle = \delta(x_0) e \langle [\mathbf{j}_0(x), \mathbf{j}_n(0)] \rangle = i \partial_n \delta(x) \int d\kappa^2 \kappa^2 \rho_1(\kappa^2). \quad (\text{П.12})$$

Определим, наконец, функцию Грина фотона:

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}(x) = \langle T(A_\mu(x), A_\nu(0)) \rangle &= \frac{1}{2} \epsilon(x_0) \langle [A_\mu(x), A_\nu(0)] \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \langle \{A_\mu(x), A_\nu(0)\} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

Вакуумное среднее антикоммутатора равно

$$\langle \{A_\mu(x), A_\nu(0)\} \rangle = -i \int d\kappa^2 \left\{ \rho_1(\kappa^2) \left( g_{\mu\nu} + \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\kappa^2} \right) - \right.$$



$$-(a+b)\delta(x^2)\partial_\mu\partial_\nu - \rho_2(x^2)\frac{\partial_\mu\partial_\nu}{x^2}\} \Delta_1(x, x^2).$$

Оно содержит новую постоянную  $b$ , которая меняется при калибровочных преобразованиях, удовлетворяющих условиям

$$\square\Lambda = 0, \quad [\Lambda(x), \Lambda(0)] = 0$$

и не меняющих ни  $a$ , ни  $c$ . Следовательно,

$$D_{\mu\nu}(x) = - \int d\kappa^2 \left\{ \rho_1(\kappa^2) \left( g_{\mu\nu} + \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\kappa^2} \right) - a\delta(x^2)\partial_\mu\partial_\nu - \rho_2(\kappa^2)\frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\kappa^2} \right\} \Delta_c(x, \kappa^2) + \frac{i}{2} b\partial_\mu\partial_\nu\Delta_1(x, 0) - g_{\mu\nu}g_{\nu 0}\delta(x) \int d\kappa^2 \left[ \frac{\rho_1(\kappa^2) - \rho_2(\kappa^2)}{\kappa^2} - a\delta(\kappa^2) \right]. \quad (\text{П.14})$$

В силу условия (П.5) нековариантная часть выпадает. С помощью этого условия можно, далее, переписать (П.14) следующим образом:

$$D_{\mu\nu}(k) = -i \int d\kappa^2 \rho_1(\kappa^2) \left[ \left( g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) / (k^2 - \kappa^2 + i\epsilon) \right] - ic \frac{k_\mu k_\nu}{k^4} - \frac{i}{2} b k_\mu k_\nu \delta(k^2). \quad (\text{П.15})$$

При  $c = 1, b = 0$  (П.15) переходит, в отсутствие взаимодействия, в обычный фейнмановский пропагатор; при  $c = b = 0$  получается пропагатор в калибровке Ландау. Как видно из (П.9), если  $c \rightarrow 0$ , то  $a \rightarrow \infty$ . Уравнение (П.6) сводится тогда к

$$\square A_\mu = e j_\mu, \quad \partial^\mu A_\mu = 0,$$

что соответствует лоренцевой калибровке в классической электродинамике.

#### Литература

- [1] J. Schwinger. Phys. Rev. Lett., 3, 296, 1959.
- [2] K. Johnson. Nucl. Phys., 25, 435, 1961.
- [3] D. Boulware. Phys. Rev., 151, 1024, 1966.
- [4] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, 1957.
- [5] I. Goldberg, E. Marx. Nucl. Phys., B3, 25, 1967.
- [6] Н. И. Усюкина. Препринт Е-2-3539, ОИЯИ, 1967.
- [7] А. И. Ахизер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, 1959.
- [8] А. И. Вайнштейн, В. В. Соколов, И. Б. Хриплович. ЯФ, 1, 908, 1965.
- [9] В. В. Гешкенбейн. Препринт № 530, ИТЭФ, 1967.

#### SCHWINGER TERMS AND THE INTERACTION HAMILTONIAN IN THE QUANTUM ELECTRODYNAMICS

V. V. SOKOLOV

The fact that components of the electromagnetic current density do not commute necessitates a variation of the interaction Hamiltonian in the quantum electrodynamics. The Hamiltonian constructed in the present work contains some terms leading to Feynman graphs with several photon lines in a vertex. These graphs are obtained from the usual ones contracting the fermion propagator lines. Nonvanishing contributions are given only by the graphs that are derived from the divergent primary graphs. Only after these contributions are taken into account, the  $S$  matrix became Lorentz- and gauge-invariant in any order of the perturbation theory. The latter is related to the noncovariant structure of the  $T$ -product of operators composed from the field operators taken at the same point. In particular, an introduction of a photon-mass counter-term proves to be unnecessary.

#### ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ АМПЛИТУД НЕУПРУГИХ БИНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

И. И. РОЙЗЕН

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П. Н. ЛЕБЕДЕВА АКАДЕМИИ НАУК СССР

(Поступила в редакцию 25 декабря 1967 г.)

Рассмотрено влияние соотношения унитарности в прямом  $s$ -канале на асимптотическое поведение амплитуд неупругих бинарных процессов. Показано, что наиболее естественной является асимптотика существенно нереджевского типа. Эта асимптотика может быть обусловлена только неподвижной особенностью в  $l$ -плоскости. Дана оценка энергии, начиная с которой вклад нереджевского типа должен стать существенным.

Метод полюсов Редже приводит к удовлетворительному согласию с экспериментом в области энергий примерно до  $20 \text{ Гэв}$ . По-видимому, самым существенным недостатком такого описания является то, что при этом никак не учитывается соотношение унитарности в прямом  $s$ -канале. Между тем его учет необходим и может внести существенные изменения в асимптотическое поведение амплитуд, что видно хотя бы на примере упругого рассеяния [1].

В настоящей работе показано, что учет унитарности в  $s$ -канале для неупругих бинарных процессов может, в принципе, изменить картину так, что асимптотика будет описываться неподвижными особенностями, а метод Редже останется справедливым в предасимптотической области лабораторных энергий примерно до  $70-100 \text{ Гэв}$ .

Соотношение унитарности в  $s$ -канале для процесса  $a + b \rightarrow c + d$ , где  $c$  и  $d$  — частицы или состояния, которые обладают отличными от  $a$  и  $b$  квантовыми числами (помимо спина), может быть записано в следующем виде (при условии, что  $s$  много больше, чем  $|t|$  и квадраты масс частиц  $a, b, c, d$ ):

$$\begin{aligned} \text{Im } A_{ab \rightarrow cd}(s, t) = \\ = \frac{1}{8\pi^2 s} \int \frac{[\text{Im } A_{ab \rightarrow ab}(s, t_1) + \text{Im } A_{cd \rightarrow cd}(s, t_1)] \text{Im } A_{ab \rightarrow cd}(s, t_2) dt_1 dt_2}{[4t_1 t_2 - (t - t_1 - t_2)^2]^{1/2}} + \\ + \Phi_{ab \rightarrow cd}(s, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\Phi_{ab \rightarrow cd}$  — сумма вкладов в интеграл от произведений вещественных частей амплитуд и от многочастичных промежуточных состояний. Ее свойства играют фундаментальную для дальнейшего роль. Аналогичное соотношение для амплитуды упругого рассеяния может выполняться только при условии, что ее асимптотическое поведение при  $t < 0$  определяется неподвижной особенностью, которая расположена в точке  $l \equiv 1$ <sup>1)</sup>. Этот результат был получен [1] в предположении, что справедливо соотношение  $\Phi_{el}(s, t) \geq 0$  ( $\Phi_{el}$  — соответствующая сумма в случае упругого рассеяния) в конечной, хотя бы и сколь угодно малой, области  $\Delta t$ , которая не сжимает-

<sup>1)</sup> Это означает, в частности, что при  $t < 0$  и  $s \rightarrow \infty$  амплитуда упругого рассеяния чисто мнимая, так что функция  $\Phi_{ab \rightarrow cd}(s, t)$  фактически представляет собой только вклад многочастичных промежуточных состояний.