

О ДЕМПФИРОВАНИИ КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЕ

Я. С. ДЕРБЕНЕВ, Н. С. ДИКАНСКИЙ

*Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск
Докладчик Н. С. Диканский*

Традиционные способы борьбы с когерентными неустойчивостями [1-8] заключается либо в соответствующем выборе бетатронных частот, либо во введении специальных устройств типа обратных связей или паразитных резонаторов. Эти методы имеют общий недостаток, так как подавляют только отдельные моды колебаний. Достаточно общим и простым способом подавления когерентных неустойчивостей является использование затухания Ландау. Однако, введение большого разброса по частотам не всегда желательно ввиду опасности приближения к «машинным» резонансам. Кроме того, из-за разброса когерентные флуктуации «замазываются», что, в отсутствие синхротронного излучения, приводит к разогреву пучка. В этом смысле опасными могут быть не только случайные, но и редкие периодические «когерентные толчки», приводящие к стохастической раскочке некогерентного движения при:

$$\frac{\partial \omega}{\partial I} \sqrt{|\Delta I|} T \gg 1$$

где $|\Delta I|$ — средняя величина толчков, T — период между ними.

По-видимому, наиболее универсальным методом подавления является бы метод, использующий излучение энергии когерентных возбуждений в широком диапазоне частот. В обычных условиях когерентное излучение «заперто» в объеме камеры. К тому же в камере с односвязным сечением возбуждение волн с частотами ниже $\omega_{кр} \sim \frac{L_1}{c}$ вообще невозможно. В то же время практически интересен именно этот диапазон частот, так как обычно длина сгустка $l_{сг} \gg L_1$. Для того, чтобы «открыть» излучение на этих частотах, необходимо сделать участок ка-

меры в виде двусвязного волновода, а выход излучения можно обеспечить, нагрузив концы волновода на сопротивление, равное волновому (см. рис. 1). Эта идея впервые была высказана в работе [8] для объяснения так называемого «быстрого затухания» [9].

1. В настоящей работе исследована динамика малых когерентных бетатронных возбуждений пучка, взаимодействующего с «главной волной» (ТЕМ) [10], на основе линеаризованной системы уравнений Власова для поля и функции распределения

$$f = f_0(I_r, I_z, P_{11}, \varphi) + \sum_{|m_z| + |m_r| \neq 0} f_m(I_r, I_z, P_{11}, \varphi) e^{i(m_z \psi_z + m_r \psi_r) - i\omega t}$$

где $I_r, I_z, \psi_z, \psi_r, P_{11}, \varphi$ совокупность канонических переменных действие — фаза бетатронных колебаний и продольного движения, f_0 — невозмущенная функция распределения. При малости взаимодействия с внешней системой, можно рассматривать различные моды колебаний f_m независимо друг от друга. Тогда задача сводится к отысканию комплексной поправки Ω к частоте нормального возбуждения: $\omega = m_z \omega_z + \Omega$

II. Непрерывный пучок $f_0 = f_0(I_r, I_z, P_{11}), f_m \sim e^{in\varphi}$

Решение системы уравнений без учета разброса дает:

$$\Omega_n = \frac{Ne^3}{c} (L_n^+ + L_n^-) (m_z \omega_z + m_r \omega_r) \left(m_z \frac{\partial |V_m|^2}{\partial I_z} + m_r \frac{\partial |V_m|^2}{\partial I_r} \right) \equiv \Omega_n^+ + \Omega_n^-$$

где

$$L_n^\pm = L_n(\omega, \beta) = \frac{1}{8\pi^2 R} \left\{ l - i \frac{1 - \exp\left\{ i \left[\frac{\omega}{c} - k_n(1-\beta) \right] l \right\}}{\frac{\omega}{c} - k_n(1-\beta)} \right\} \frac{1-\beta}{\frac{\omega}{c} - k_n(1-\beta)} \quad (1)$$

$L_n^- = L_n(\omega, -\beta)$ (частное $L_n^+ \Omega_n^+ / L_n^- \Omega_n^-$ равно отношению сил взаимодействия частиц с волнами, излучаемыми «вперед» и «назад»),

$$\omega \approx m_z \omega_z + m_r \omega_r, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

l — длина пластины, $2\pi R$ — периметр орбиты, $k_n = \frac{n}{R}$. Величины

$$V_m = \int \frac{d\psi_z d\psi_r}{(2\pi)^2} V(r, z) e^{-i(m_z \psi_z + m_r \psi_r)}$$

являются бетатронными гармониками «потенциала» электрического поля главной волны $\vec{A}_\perp = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}, \quad \vec{\nabla}^2 V = 0$ с нормировкой $\int \vec{A}_\perp^2 dS = 4\pi$,

\vec{A}_\perp может быть выражено через экспериментально измеряемые величины: $\vec{A} = \sqrt{c Z} \vec{E}/U$, где Z — волновое сопротивление \vec{E} — электростатическое поле, создаваемое разностью потенциалов U .

Как видно из (1), для одномерных возбуждений $I_m \Omega_n > 0$. Например, в случае дипольных z -колебаний при малом поперечном размере пучка

$$-I_m \Omega_n = \frac{Ne^2 Z E_z^2}{8\pi^2 \gamma m_0 U^2} \left\{ (1-\beta) \frac{\sin^2[\beta v_z - n(1-\beta)] \frac{l}{2R}}{[\beta v_z - n(1-\beta)]^2} + (1+\beta) \frac{\sin^2[\beta v_z - n(1+\beta)] \frac{l}{2R}}{[\beta v_z + n(1+\beta)]^2} \right\} \quad (2)$$

Двумерные возбуждения могут оказаться неустойчивыми, если $m_z m_r < 0$. Например, $m_z = 1$, $m_r = -1$, тогда

$$\Omega_n = -(L_n^+ + L_n^-) \cdot \frac{Ne^2}{8\pi \gamma m_0 c} (v_z - v_r) \left[\frac{\langle a_z^2 \rangle}{v_r} - \frac{\langle a_r^2 \rangle}{v_z} \right] \left| \frac{\partial A_z}{\partial r} \right|^2 \quad (3)$$

Возбуждение неустойчиво, если

$$\left(\frac{v_z}{v_r} - 1 \right) \left(\frac{v_z}{v_r} - \frac{\langle a_r^2 \rangle}{\langle a_z^2 \rangle} \right) > 0 \quad (4)$$

(см. рис. 3)). Физический смысл этой неустойчивости заключается в перераспределении энергии колебаний между степенями свободы при излучении волны. Обратим внимание на то, что данная неустойчивость, в отличие от рассматривавшихся ранее, не связана с наличием «памяти» в системе (излученная волна уходит из камеры за время l/c в то же время обнаруженный эффект не является специфическим свойством взаимодействия с главной волной).

III. **Бунчированный пучок.** В этом случае $f_0 = f_0(l)$, $f_m \sim f_m(l) e^{i\alpha} \psi_l$, где I_z , I_r , ψ_z , ψ_r , I_c , ψ_c канонические переменные бетатронного и синхротронного движения, а нормальное возбуждение ($m_c = 0$) является суперпозицией азимутальных гармоник $\sim e^{in\varphi}$ усредненных по фазовым колебаниям. Оценить спектр собственных значений Ω можно в двух предельных случаях:

(1) $l_{cr} \gg l$. Для длинноволновых возбуждений $n l_{cr} \ll 2\pi R$,

$$\Omega \approx \Omega_{n=0} \cdot \frac{2\pi R}{l} \quad (5)$$

Для коротковолновых возбуждений $n l_{cr} \gg 2\pi R$

$$\Omega \approx \Omega_n \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{2\pi R}{l} \right)^2 \quad (6)$$

Физический смысл уменьшения декремента в (6) по сравнению с (5) заключается в том, что при $pl_{cr} \gg 2\pi R$ коротковолновые возбуждения «замазываются» быстрым фазовым движением частиц.

2) $l_{cr} \ll l$ здесь возможны два случая:

а) если

$$\frac{l_{cr}}{c-v} \ll \frac{l}{c},$$

то

$$\Omega = \Omega_{max} = \sum_n \Omega_n^+ + \Omega_n^- = -i \frac{Ne^2}{2c} \left\langle m_z \frac{\partial |V_m|^2}{\partial I_z} + m_r \frac{\partial |V_m|^2}{\partial I_r} \right\rangle \frac{1}{2\pi R} \quad (7)$$

Таким образом, при колебаниях пучка как целого его затухание не зависит от азимутального размера пучка, а зависит от полного числа частиц в пучке. Обратим внимание также на то, что когерентный сдвиг частоты равен нулю.

$$\frac{l_{cr}}{c-v} \gg \frac{l}{c}$$

б) «ультрарелятивистский случай»

$$\Omega \approx \sum_n \Omega_n^- = \frac{1}{2} \Omega_{max} \quad (8)$$

то есть декремент затухания вдвое меньше по сравнению с (7). Это объясняется тем, что при условии б) излучение «вперед» перестает быть когерентным, так как волна, излученная частицами, движущимися в «хвосте» сгустка, не успевает догнать «головную» его часть за время движения волны по пластине.

IV. При учете разброса основной интерес представляет нахождение условия, когда доля когерентной энергии χ , перешедшей в тепловую в процессе затухания, мала. Приведем оценку χ в случае непрерывного пучка, с разбросом по продольным импульсам.

1. $|\operatorname{Re}\Omega| \gg |\operatorname{Im}\Omega|$. Вклад разброса может быть мал, если $|\operatorname{Re}\Omega| \gg \Delta$ (ширина разброса); при этом его роль сводится к поправке в декремент. Приближенное решение дисперсионного уравнения дает условие малости χ :

$$\chi = [\pi(\operatorname{Re}\Omega)^2 f(\operatorname{Re}\Omega) / |\operatorname{Im}\Omega|] \ll 1$$

где f — функция распределения по частотам данной моды.

2. $|\operatorname{Re}\Omega| \ll |\operatorname{Im}\Omega|$. Вклад разброса будет подавляться, если $|\operatorname{Im}\Omega| \gg \Delta$. В этом случае дисперсионный подход неудобен, т. к. возникает вопрос о продолжении функции распределения $f(\Omega)$ в комплексную плоскость. Однако, оценка χ может быть получена в общем виде приближенным решением уравнений движения на временах

$t < \frac{1}{\Delta}$. Так как $\Delta \ll |\operatorname{Im} \Omega|$ то, очевидно, когерентное движение за это время почти полностью затухнет. Для любой функции с шириной Δ выражение для κ имеет вид:

$$\kappa = (\Delta / \operatorname{Im} \Omega)^2$$

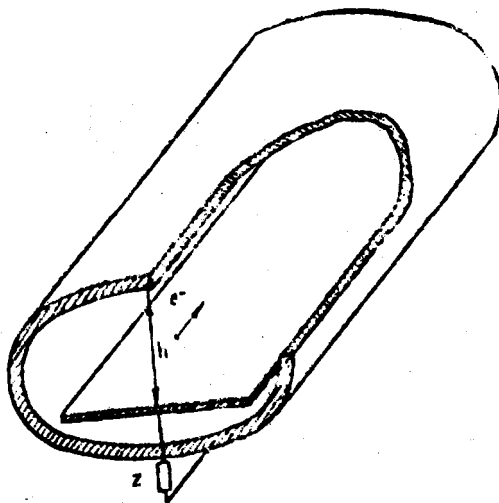


Рис. 1. Общий вид камеры.

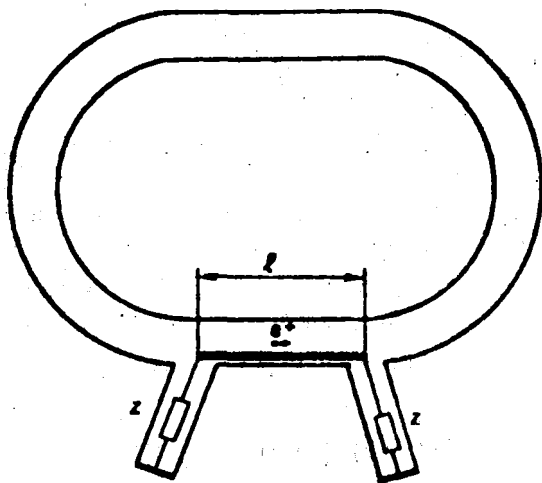


Рис. 2. Схема соединения пластин.

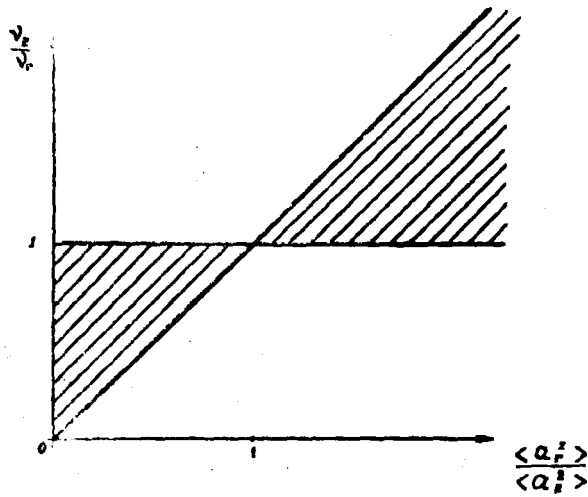


Рис. 3. Заштрихована область устойчивости двумерных возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Laslett et. al, Rev. Sci. Inst., 36 436, 1965
2. В. И. Балбеков, А. А. Коломенский, АЭ, 19, 126, 1965.
3. В. И. Балбеков, А. А. Коломенский, АЭ, 20, 270, 1966.
4. Н. С. Диканский, А. Н. Скринский, АЭ, 21, 176, 1966.
5. В. И. Балбеков, А. А. Коломенский, ЖЭТФ, т. 50, в. 6, 1966.
6. Я. С. Дербенев, Н. С. Диканский, АЭ, 22, 191 1967.
7. Я. С. Дербенев, Н. С. Диканский, Доклад на Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц, Москва, 1968.
8. Н. С. Диканский, М. М. Карлинер и др., АЭ, 22, 210, 1967.
9. В. Л. Ауслендер, Н. С. Диканский и др., АЭ, 22, 198, 1967.
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1957, стр. 375.

ДИСКУССИЯ

Пападичев: Является ли движение ионов истинно тепловым движением?

Диканский: Здесь можно, конечно, говорить об эффективной температуре ионов. Описанный эффект аналогичен стохастической раскачке Чирикова.