

ИЗУЧЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПУЧКА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПРОХОЖДЕНИИ РЕЗОНАНСА БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Г. Н. КУЛИПАНОВ, С. И. МИШНЕВ, А. Н. СКРИНСКИЙ

*Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск
Докладчик Г. Н. Кулипанов*

1. Эксперименты проводились на электронном накопителе ВЭП-1 [2]. Изучалось поведение пучка при периодическом прохождении резонанса вертикальных бетатронных колебаний, возбуждаемого резонансной раскачкой пучка на частоте $f=f_0-f_z$ [3]

Параметры накопительной дорожки: частота обращения $f_0=110,5 \times 10^6$ гц, частота вертикальных бетатронных колебаний $f_z=85 \times 10^6$ гц, кубическая нелинейность $\frac{\partial f_z}{\partial a_z^2}=8,5 \times 10^5 \frac{\text{гц}}{\text{см}^2}$, стабильность частоты бетатронных колебаний за счет пульсаций тока в обмотке накопителя $\frac{\Delta f}{f_z} < 5 \times 10^{-5}$. Эксперименты проводились на $E=125$ Мэв. Время жизни электронов было обычно $\tau=600$ сек, установившийся вертикальный размер пучка $2\delta_z=0,1$ мм.

Параметры резонанса: частота малых фазовых колебаний (f_ϕ) в области бетатронной автофазировки (ОБА), равновесная амплитуда (a_0) ОБА и размер ОБА по амплитудам (Δa_s) — могли точно измеряться [3] и изменяться в следующем диапазоне:

$$f_\phi=0 \div 60 \text{ кгц}; \quad a_0=0 \div 5 \text{ мм}; \quad (\Delta a_s)=0 \div 3 \text{ мм}.$$

Периодическое прохождение осуществлялось путем введения частотной модуляции ВЧ-напряжения, подаваемого на пластины раскачки. Частота модуляции f_m и глубина модуляции (девиация) Δf могли изменяться в довольно большом диапазоне ($f_m=0 \div 60$ кгц; $\Delta f=0 \div 200$ кгц).

Используя синхротронное излучение электронов, можно было наблюдать за поперечным сечением пучка визуальнo, а также с помощью диссектора получать осциллограммы распределения плотности

пучка [4]. Поскольку частота сканирования диссектора $F=25$ гц, то в случае быстрого изменения положения равновесной амплитуды ОБА с частотой $> F$, с выхода диссектора наблюдалась стробоскопическая картина (см. рис. 2).

В некоторых случаях использовался быстрый ФЭУ со щелевой диафрагмой, который позволял наблюдать когерентные колебания пучка с частотой до 30 мгц.

2. Характер движения частиц при периодическом прохождении резонанса существенно зависел от параметров Δf , f_m и f_ϕ , которые и определяли положение той или иной характерной области (см. рис. 1).

Следует отметить, что резкой границы при переходе из одной области в другую нет, однако, используя некоторые характеристики переходных областей (об этом см. ниже), можно условно говорить о границе. Рассмотрим области, изображенные на рис. 1 и границы между ними более подробно, кроме того, особо выделим область малых Δf , где наблюдалось периодическое чередование устойчивых и неустойчивых областей:

а) **Медленное («адиабатическое») прохождение.** По осциллограммам распределения плотности электронного пучка (рис. 2) видно, что при малых частотах модуляции (рис. 2в) все частицы захвачены в ОБА и пучок как целое перемещается в диапазоне амплитуд Δa (по

измерениям $\Delta a = \sqrt{\frac{\Delta f}{\partial f_z / \partial a^2}}$). При увеличении f_m появляются части-

цы, не захваченные в ОБА, которые «размазываются» в том же диапазоне амплитуд (рис. 2д). С увеличением частоты модуляции доля захваченных частиц уменьшается (рис. 2е) и, наконец (рис. 2ж), все частицы становятся диффузно «размазанными», что говорит о полном разрушении ОБА. По оценкам работы [1] полное разрушение ОБА

должно наблюдаться в случае $\frac{f_\phi^2}{\Delta f \cdot f_m} \sim 1$ (1). В результате экспери-

ментального изучения оказалось, что качественно формула (1) очень хорошо определяет границу полного разрушения только для случая $\Delta f > f_\phi$. Экспериментально измеренная граница полного разрушения соответствует тому, что

$$\frac{f_\phi^2}{f_m \Delta f} \approx 4 \quad (2)$$

б) **Стохастическая неустойчивость.** Кроме диффузного размытия пучка по амплитудам с увеличением частоты модуляции, одновременно наблюдалось уменьшение сигнала на частоте $f=f_0-f_z$ с диафрагми-

рованного ФЭУ. В случае $\frac{f_\phi^2}{f_m \Delta f} < 4$ ВЧ-сигнал пропадал полностью,

что говорило об отсутствии какой-либо фазировки частиц, о полном

разрушении ОБА. Характер изменения амплитуд бетатронных колебаний становился стохастическим.

Коэффициент диффузии D , характеризующий скорость изменения квадрата амплитуды бетатронных колебаний $D = \frac{[\Delta(a^2)]^2}{t}$ (3) при периодическом прохождении через резонанс, мощность которого $B(a')$ при условии $\Delta f \gg f_m$ записывается в виде [1].

$$D = \frac{\pi B^2 f_0^2}{\Delta f} \quad (4)$$

Наличие диффузии и радиационного затухания должно приводить к установлению равновесного размера $\overline{\Delta a}$. Учитывая (3), (4), а также

$$\overline{\Delta a} = \frac{f_\Phi^2}{2a_0 \partial f / \partial a^2} \sqrt{\frac{\pi \tau_z}{\Delta f}} \quad (5)$$

где f_Φ — частота малых фазовых колебаний в ОБА, расположенной вблизи равновесной амплитуды a_0 , τ_z — время затухания вертикальных бетатронных колебаний. Выражение (5) проверялось экспериментально. По осциллограммам рис. 3 видно, что распределение плотности пучка при малых мощностях резонанса близко к распределению Гаусса, при большой мощности оно становится обрезанным со стороны больших амплитуд, причем граница равна $a_0 = \sqrt{\frac{\pi \tau_z}{\partial f / \partial a^2}}$. Это говорит о том, что диффузия возможна только в определенной области амплитуд, определяемой девиацией частоты.

Измерения показали, что размер пучка в стохастической области (см. рис. 4): $\overline{\Delta a}_{\text{изм}} \sim \frac{f_\Phi^2}{\Delta f^{1/2}}$ и не зависит от частоты модуляции. Количественные оценки были сделаны для следующих параметров: $f_\Phi = 6,5 \times 10^3$ гц; $a_0 = 0,2$ см; $\Delta f = 10^5$ гц. Расчет по формуле (5) дает $\overline{\Delta a}_{\text{расч}} = 1,7$ мм, а измерения (рис. 4а) $\overline{\Delta a}_{\text{изм}} = 1,45$ мм. Поэтому можно сделать заключение, что и качественно и количественно эксперимент хорошо согласуется с теоретическими предсказаниями.

в) «Модуляционные» резонансы. По осциллограммам распределения плотности электронного пучка (см. рис. 2 и-к), полученным при большой величине частоты модуляции, можно говорить о возникновении новых устойчивых областей автофазировки — «модуляционных» резонансов. Условие перехода из области «модуляционных» резонансов в стохастическую область физически означает перекрытие областей автофазировки «модуляционных» резонансов и записывается в виде [1]

$$\frac{f_\Phi}{f_m^{3/4} (\Delta f)^{1/4}} \sim 1 \quad (6). \text{ Экспериментально граница перехода определя-}$$

лась по изменению функции распределения плотности электронов. Хорошее качественное согласие с формулой (6), получилось при $\Delta f > 2f_\phi$. Экспериментально измеренная граница соответствует то-

$$\text{му, что } \frac{f_\phi}{f_m (\Delta f)^{1/4}} \approx 0,5$$

г) **Область малых девиаций.** Определение границы полного разрушения ОБА при малых девиациях показало, что в определенных областях частот модуляции наблюдалось частичное или полное разрушение ОБА даже в случае $\frac{f_\phi}{f_m \Delta f} \gg 4$ (см. рис. 1). Если обозначить

через $f_1 = 30$ кгц, то области разрушения ОБА лежат вблизи частот модуляции $2f_1$; f_1 ; $\frac{2}{3}f_1$; $\frac{1}{2}f_1$; $\frac{2}{5}f_1$; $\frac{1}{3}f_1$... Следуя идеологии работы [1], разрушение ОБА можно объяснить взаимодействием областей автофазировки второго порядка, образующихся в результате возбуждения параметрического, либо субгармонического резонансов в ОБА. Возбуждение этих резонансов возможно потому, что частотная модуляция напряжения раскачки приводит к двум эффектам: 1) к изменению положения равновесной амплитуды ОБА, следовательно, к возбуждению субгармонических резонансов в ОБА при $f_m = \frac{f_\phi}{m}$ 2) к модуляции частоты фазовых колебаний в ОБА, следовательно, к возбуждению параметрических резонансов в ОБА при $f_m = \frac{2f_\phi}{m}$ ($m=1, 2, \dots$).

Поскольку в случае субгармонического резонанса независимо возбуждается параметрический резонанс, это приводит к усилению таких резонансных полос. Тот факт, что области разрушения ОБА лежат не вблизи частот $f_m = \frac{2f_\phi}{m}$, а вблизи $f_m = \frac{f_\phi}{m}$, где $f_1 \approx 0,82f_\phi$, (f_ϕ — частота малых фазовых колебаний в ОБА), по-видимому, объясняется существенной нелинейностью колебаний в ОБА. Поскольку перекрытие резонансных зон и дает собственно стохастическую область (см. рис. 1), то полученные результаты являются наглядной иллюстрацией основного критерия стохастической неустойчивости [1].

В заключение авторы выражают свою глубокую признательность Б. В. Чирикову, постоянное общение с которым во многом способствовало выполнению данной работы, Н. С. Диканскому, С. Г. Попову, С. Г. Тумайкину за полезные обсуждения, А. П. Чабанову за помощь при проведении экспериментов.

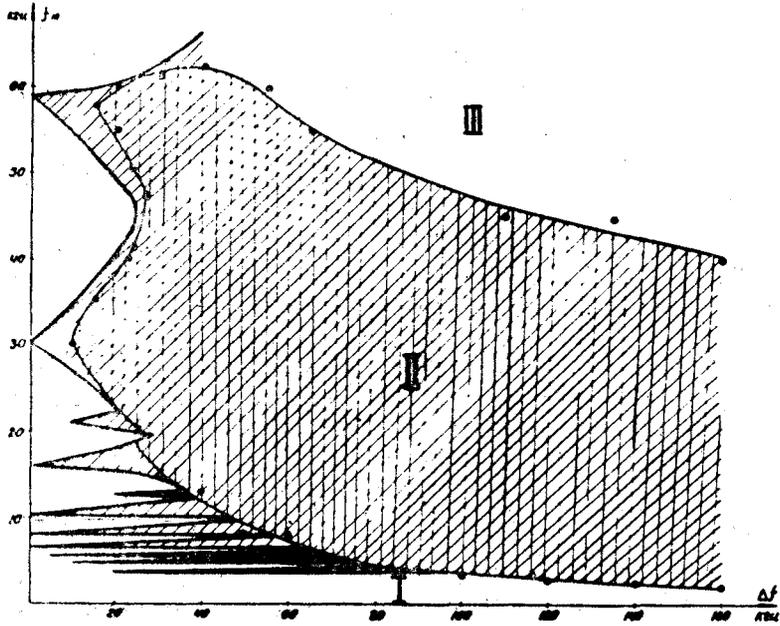


Рис 1. Диаграмма устойчивости движения при периодическом прохождении резонанса ($f_{\phi} = 36$ кГц) I — медленное («адиабатическое») прохождение, II — стохастическая область (дважды заштрихованная область — полное разрушение ОБА, одинарно — частичное разрушение ОБА), III — «модуляционные» резонансы (аналог синхротронных резонансов).

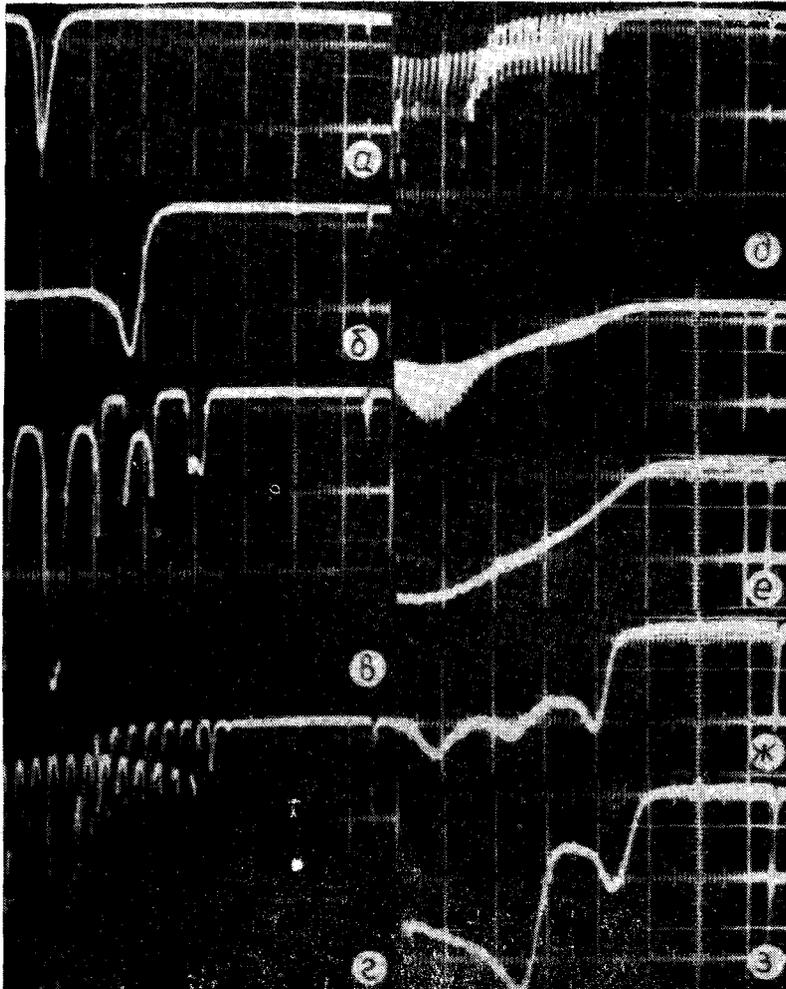


Рис. 2. Осциллограммы распределения плотности электронного пучка, характерные для разных областей: а) резонанса нет; б) резонанс без периодического прохождения; в), г), д) — переход от медленного прохождения к стохастической неустойчивости; е) стохастическая неустойчивость; ж), з) — «модуляционные» резонансы.

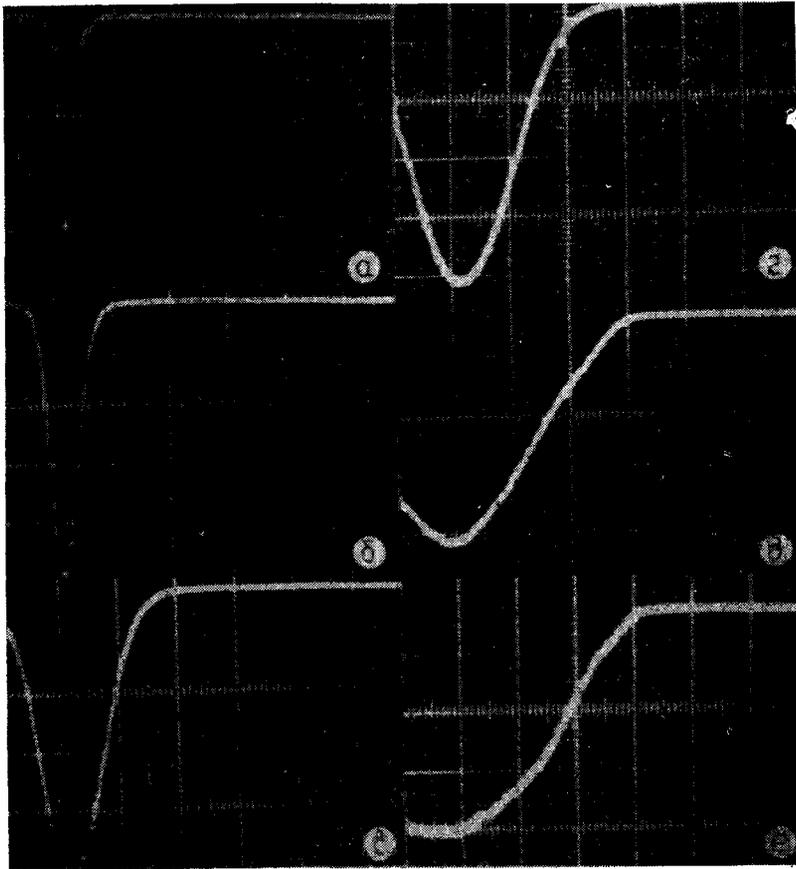


Рис. 3. Осциллограммы распределения плотности пучка в стохастической области ($f_M = 50$ гц $\Delta f = 100$ кгц) в зависимости от $f_\Phi = 0 \div 8$ кгц

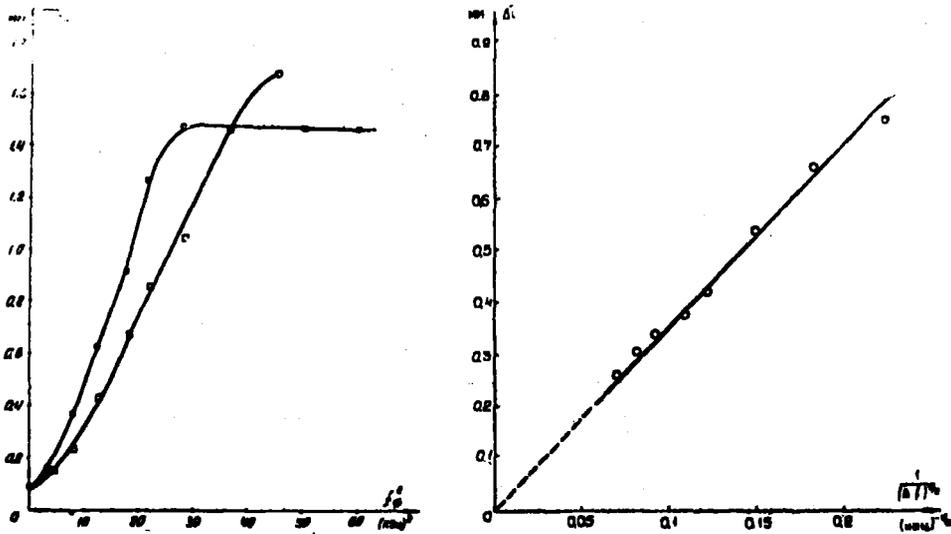


Рис. 4. Зависимость размера пучка в стохастической области от: а) частоты фазовых колебаний в ОБА $\square - \Delta f = 100$ кГц; $\circ - \Delta f = 30$ кГц; б) от девиации $f_\phi = 3,5$ кГц

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Чириков, Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности, диссертация, Новосибирск, 1969 г.
2. Г. И. Будкер, А. А. Наумов и др., Труды Международной конференции по ускорителям, стр. 275, Дубна, 1963 г.
3. Г. Н. Кулипанов и др., Труды Всесоюзного совещания по ускорителям, Москва, 1968 г.
4. Э. И. Зинин, Труды Всесоюзного совещания по ускорителям, Москва, 1968 г.

ДИСКУССИЯ

Шендерович: Является ли непрерывное распределение электронов по амплитудам бетатронных колебаний достаточным доказательством стохастичности?

Кулипанов: Нет, однако я не имел времени, чтобы рассказать о всех экспериментах, доказывающих стохастический характер изменения частот бетатронных колебаний (измерение частотного спектра, прохождение частиц через область разрушения ОБА и т. д.) Этот эксперимент описан в препринте.

Коломенский: Насколько далеко простирается аналогия между областями неустойчивости в уравнении Матье и областями неустойчивости в полученной диаграмме?

Кулипанов: Полной аналогии нет, поскольку мы имеем существенно нелинейные колебания, в отличие от уравнения Матье. Нелинейность колебаний объясняет особенности в положении отдельных зон неустойчивости, а также их перекрытие в области больших девиаций.