

## НЕКОТОРЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ $\pi N$ -РАССЕЯНИЯ

А. И. ВАЙНШТЕЙН, В. И. ЗАХАРОВ

(Поступила в редакцию 14 октября 1968 г.)

На основе предположения о малости массы  $\pi$ -мезона по сравнению с характерной массой сильных взаимодействий получены соотношения для низкоэнергетических параметров  $\pi N$ -рассеяния. Найденные соотношения согласуются с экспериментальными данными.

### 1. Введение

Гипотеза частичного сохранения аксиального тока приводит к соотношениям между амплитудами физических процессов только при дополнительном предположении о малости массы  $\pi$ -мезона  $\mu$ . Фактически используется разложение амплитуд по 4-импульсам  $\pi$ -мезонов с оставлением небольшого числа членов ряда. Представляет интерес независимая проверка этого предположения.

В этой работе на основе разложения амплитуды в ряд по 4-импульсам  $\pi$ -мезонов, без использования каких-либо других предположений, получены правила сумм для параметров  $\pi N$ -рассеяния при низких энергиях. На существование таких соотношений в случае  $\pi\pi$ -рассеяния обращалось внимание в работе Вайнберга [1]. Одно из обсуждаемых в настоящей работе соотношений было впервые получено Каварабаяши [2].

Рассматриваются величины, имеющие определенную четность относительно перекрестного преобразования, и поэтому ошибка, связанная с обрыванием ряда, не превышает  $(\mu/m_{\text{хар}})^2$ , где  $m_{\text{хар}}$  — некоторая характерная масса сильных взаимодействий. В настоящее время фазовый анализ  $\pi N$ -рассеяния при низких энергиях проведен для  $s$ - и  $p$ -волн. Те из полученных соотношений, для сравнения с опытом которых достаточно этих данных, выполняются с хорошей точностью.

Поскольку используемые предположения фактически выполнены в различных моделях низкоэнергетического  $\pi N$ -рассеяния, то в этих же моделях должны быть справедливы обсуждаемые ниже соотношения. Целью настоящей работы является получение соотношений, для вывода которых не требуется никаких динамических предположений, кроме гипотезы о малости массы  $\pi$ -мезона по сравнению с характерными массами сильных взаимодействий.

### 2. Разложение амплитуды в ряд

Введем необходимые определения. Амплитуда  $\pi N$ -рассеяния  $\pi(k) + N(p_1) \rightarrow \pi(q) + N(p_2)$  записывается в виде (см. например, [3])

$$T^\pm = \bar{u}_2 \left[ C^\pm + \frac{1}{2m} \sigma_{\mu\nu} k_\mu q_\nu B^\pm \right] u_1, \quad (1)$$

где  $u_1, u_2$  — волновые функции начального и конечного нуклонов,  $T^\pm$  — полусумма и полуразность амплитуд упругого рассеяния  $\pi^-$  и  $\pi^+$ -мезонов на протонах:

$$T^\pm = 1/2 (T_{\pi^- p} \pm T_{\pi^+ p}); \quad (2)$$

$m$  — масса нуклона.

Инвариантные функции  $C^\pm$  и  $B^\pm$  зависят от переменных  $v$  и  $t$ , которые определены следующим образом:

$$v = \frac{1}{4m} (k+q)(p_1+p_2), \quad t = (k-q)^2. \quad (3)$$

Нас будет интересовать амплитуда  $\pi N$ -рассеяния в области  $v \sim \sqrt{t} \sim \mu$ . Если бы амплитуда не имела особенностей в этой области, то предположение о малости массы  $\pi$ -мезона приводило бы к представлению амплитуды в виде полинома по  $v$  и  $t$ . Особенности в рассматриваемой области связаны с нуклонными полюсными графиками, графиками, отвечающими рассеянию через изобару  $N^*$  (1236), а также с двухчастичными промежуточными состояниями (пороговые особенности).

Что касается вклада пороговых особенностей, то он имеет порядок  $|q|a^2$ , где  $q$  — трехмерный импульс в с.ц.и.,  $a$  — длина рассеяния, и, вообще говоря, при  $|q| \sim \mu$  является величиной первого порядка по  $\mu$ . Однако экспериментально изотопически четная длина рассеяния  $a^+$  очень мала и, по существу, квадратична по  $\mu$ , что объясняется сохранением аксиального тока при  $\mu^2 = 0$  [4, 5]. Малость изотопически нечетной длины рассеяния связана с тем, что разложение  $C^-$  начинается с члена  $\sim v$  в силу кроссинг-симметрии.

С учетом требований кроссинг-симметрии амплитуды  $C^\pm$  и  $B^\pm$  записываются в виде

$$C^+ = C_p^+ + C_{33}^+ + c_1^+ + c_2^+ t + c_3^+ v^2 + O(\{k, q\}^3), \quad (4)$$

$$C^- = C_p^- + C_{33}^- + c^- v + O(\{k, q\}^3), \quad (5)$$

$$B^+ = B_p^+ + B_{33}^+ + O(\{k, q\}^1), \quad (6)$$

$$B^- = B_p^- + B_{33}^- + b^- + O(\{k, q\}^1), \quad (7)$$

где величины с индексами  $p, 33$  относятся к вкладам нуклона и изобары,  $c_i^+, c^-, b^-$  — коэффициенты разложения,  $O(\{k, q\}^n)$  означают члены порядка  $n$  по  $k, q$ . Величины  $O(\{k, q\}^n)$  включают в себя мнимые части амплитуд, неаналитические члены, связанные с пороговыми особенностями, а также члены более высоких степеней по  $v$  и  $t$ .

### 3. Полюсные вклады

При вычислении нуклонного полюсного графика вершину  $\pi NN$ -взаимодействия удобно выбрать в виде псевдовекторной связи  $f\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\delta_{\mu\nu}$ , где  $f = (1,01 \pm 0,01)\mu^{-1}$ . Если взять вершину в другом виде (например,  $2mf\bar{\psi}\gamma_5\psi$ ), то вклад нуклонного графика будет отличаться на неполюсные члены и дело сведется к переопределению коэффициентов разложения в ряд амплитуд  $C^\pm, B^\pm$ .

Вершина  $\pi NN^*$ -взаимодействия была выбрана в виде

$$\lambda\bar{\psi}\mu\psi\delta_{\mu\nu}, \quad (8)$$

где константа  $\lambda_{N^*++} \pi\pi^+$  равна  $2,16\mu^{-1}$ , что отвечает ширине изобары  $\Gamma = 120 \text{ Мэв}$ ,  $\psi_\mu$  — волновая функция частицы со спином  $3/2$  в формализ-

ме Рариты — Швингера [6]. Пропагатор в этом формализме имеет вид

$$\frac{1}{p^2 - M^2} \left\{ (\hat{p} + M) \left[ -g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{1}{3M} (\gamma_\mu p_\nu - \gamma_\nu p_\mu) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{3M^2} p_\mu p_\nu \right] - \frac{2}{3M^2} (p^2 - M^2) [\gamma_\mu p_\nu - \gamma_\nu p_\mu + (\hat{p} + M) \gamma_\mu \gamma_\nu] \right\} \quad (9)$$

где  $M$  — масса изобары,  $p$  — ее импульс.

Вклад изобары в амплитуду  $\pi N$ -рассеяния вычисляется неоднозначно, поскольку частица со спином  $3/2$  вне массовой поверхности содержит, как известно, примесь состояний со спином  $1/2$ . Эти состояния дают вклад, не содержащий резонансного множителя, который переопределяет коэффициенты разложения в формулах (4) — (7).

В дальнейшем мы будем получать некоторые соотношения, отбрасывая все члены ряда, кроме полюсных. Ясно, что это возможно только в тех случаях, когда вклады нуклона и изобары можно найти однозначно.

Вклады нуклона и изобары можно отделить однозначно, если известно число вычитаний в дисперсионном соотношении. При этом для части дисперсионного интеграла, отвечающей вкладу состояний с большей массой, предполагается разложение в ряд. Число вычитаний определяется поведением амплитуд при высоких энергиях и может быть найдено, например, в рамках гипотезы полюсов Редже. Однако оказывается, что в тех случаях, когда справедливы безвычитательные дисперсионные соотношения, вычисление полюсных членов свободно от указанных выше неоднозначностей. Поэтому мы в дальнейшем не обсуждаем дисперсионных соотношений и рассматриваем амплитуду только при низких энергиях.

Выражения для  $C_p^\pm$ ,  $C_{33}^\pm$ ,  $B_p^\pm$ ,  $B_{33}^\pm$  приведены в Приложении.

#### 4. Правила сумм для амплитуд $s$ - и $p$ -волн

Мы будем рассматривать пороговые значения амплитуд  $C^\pm$ ,  $B^\pm$  и их производных по  $v$  и  $t$ . Если ограничиться амплитудами  $s$ - и  $p$ -волн, то из эксперимента можно найти  $C^\pm|_{v=\mu}$ ,  $B^\pm|_{v=\mu}$ ,  $\partial C^\pm / \partial v|_{v=\mu}$ ,  $\partial C^\pm / \partial t|_{v=\mu}$ . Формулы для связи амплитуд  $C^\pm$ ,  $B^\pm$  и их производных с фазами  $\pi N$ -рассеяния приведены в Приложении (точнее, для  $\text{Re } C^\pm$ ,  $\text{Re } B^\pm$ ). Как видно из этих формул, необходимо знать длины рассеяния  $s$ - и  $p$ -волн и радиусы  $s$ -волн.

Наибольший интерес представляет проверка разложения (5) для амплитуды  $C^-$ , поскольку оно используется при вычислении изотопически нечетной амплитуды рассеяния в рамках алгебры токов [1, 4, 5]. Из формулы (5) следует, что в принятом приближении один коэффициент  $s$ -наряду с полюсными членами определяет как пороговое значение  $C^-$ , так и пороговое значение производной  $\partial C^- / \partial v$ . Исключая коэффициент  $s^-$ , получаем

$$\left( \frac{\partial C^-}{\partial v} - \frac{C^-}{v} \right)_{v=\mu} = \left( \frac{\partial C_p^-}{\partial v} - \frac{C_p^-}{v} \right)_{v=\mu} + \left( \frac{\partial C_{33}^-}{\partial v} - \frac{C_{33}^-}{v} \right)_{v=\mu} \quad (10)$$

Хотя вклад изобары в амплитуду  $C^-$  зависит от нерезонансной части пропагатора частицы со спином  $3/2$  и поэтому не определен однозначно, эта неоднозначность выпадает из разности  $\partial C^- / \partial v$  и  $C^- / v$ . Выбор пропагатора в форме (9) приводит к тому, что  $C_{33}^-|_{v=\mu} = 0$ .

Сравнение этого соотношения с опытом приведено в таблице. Видно, что согласие хорошее. Отметим, что нуклонный вклад в  $\partial C^- / \partial v$  имеет порядок  $\mu^0$ , в то время как отброшенные члены в силу кроссинг-симметрии составляют величину порядка  $\mu^2$ .

	Нуклонный вклад	Вклад изобары	Теоретическое предсказание	Эксперимент		
				[12]	[2] *	[12]
$C^+$	$-\frac{f^2 \mu^2}{m} = -0,15$	0	—	-0,03	-0,13	-0,17
$C^-$	$\frac{f^2 \mu^3}{2m^2} = 0,01$	0	—	1,24	1,34	1,22
$\frac{B^+}{2m}$	$-\frac{2f^2}{\mu} = -2,04$	$-0,10 \lambda^2 = -0,49$	-2,53	-2,42	-2,41	-2,16
$\frac{B^-}{2m}$	$\frac{f^2 \mu^2}{2m^3} = 0,002$	$0,22 \lambda^2 = 1,02$	—	0,75	0,84	0,99
$\frac{\partial C^+}{\partial v}$	$\frac{2f^2 \mu}{m} = 0,30$	$0,63 \lambda^2 = 2,92$	3,22	3,65	3,72	4,25
$\frac{\partial C^-}{\partial v} - \frac{C^-}{v}$	$-4f^2 = -4,09$	$-0,14 \lambda^2 = -0,67$	-4,76	-4,89	-4,75	-4,52
$\frac{\partial C^+}{\partial t}$	$\frac{f^2}{m} = 0,15$	$0,17 \lambda^2 = 0,78$	—	1,88	1,91	2,04
$\frac{\partial C^-}{\partial t}$	$-\frac{f^2}{\mu} \left( 1 + \frac{\mu}{2m} \right) = -1,10$	$-0,05 \lambda^2 = -0,23$	-1,33	-1,42	-1,37	-1,35

Примечание. Числа приведены в системе единиц  $\mu = \hbar = c = 1$ . Из работы [12] взято решение для энергий 0—100 Мэв. Звездочкой отмечены данные Самараняке и Вулкока, приведенные в [2].

Разложение (5) позволяет также найти пороговое значение  $\partial C^- / \partial t$ , которое в рассматриваемом приближении выражается только через полюсные графики:

$$\frac{\partial C^-}{\partial t} \Big|_{v=\mu} = \frac{\partial C_p^-}{\partial t} \Big|_{v=\mu} + \frac{\partial C_{33}^-}{\partial t} \Big|_{v=\mu} \quad (11)$$

Вклад нуклонного графика, как видно из таблицы, пропорционален  $1/\mu$ , а отброшенные члены имеют порядок  $\mu^1$ . Соотношение (11) также хорошо согласуется с опытом.

Аналогично можно получить:

$$B^+|_{v=\mu} = B_p^+|_{v=\mu} + B_{33}^+|_{v=\mu}, \quad (12)$$

что также подтверждается экспериментальными данными.

Нужно отметить, что величины  $\partial C^- / \partial t$  и  $B^+$  слабо зависят от выбора неполюсной части пропагатора изобары. Имеется в виду, что практически один и тот же результат возникает при вычислении этих величин с помощью пропагатора (9) и дисперсионным методом (в пренебрежении шириной изобары).

Соотношение (12) без учета  $B_{33}^+|_{v=\mu}$  было впервые получено в работе Каварабаяши [2], а вклад изобары в  $B^+$  рассматривался в работе Ямамото [7].

В случае величин  $B^-$  и  $\partial C^+ / \partial t$  вклад нуклонного графика мал, а вклад изобары не является однозначным, так что предсказаний для этих величин получить не удастся. В таблице вклад изобары вычислен с использованием пропагатора (9) и приведен из соображений полноты.

Наконец,  $\partial C^+ / \partial v$ , как видно из таблицы, дается в основном вкладом изобары, который не содержит в данном случае неопределенностей. Однако относительную величину вклада изобары и неполюсных членов в  $\partial C^+ / \partial v$  трудно оценить теоретически, и поэтому неясно, какова ожидаемая ошибка, связанная с пренебрежением неполюсными членами.

## 5. Правила сумм для высших волн

Ясно, что метод, развитый в предыдущем разделе, применим также для вычисления более высоких производных по  $v$ ,  $t$  от  $C^\pm$ ,  $B^\pm$ . Однако для сравнения таких соотношений с опытом нужно знать амплитуды  $d$ - и более высоких волн. Так, для экспериментального определения первых производных от  $B^\pm$  и вторых от  $C^\pm$  необходимо найти длины рассеяния  $d$ -волн и ход с энергией фаз  $p$ - и  $s$ -волн. Поскольку эти величины неизвестны в настоящее время, мы ограничимся перечислением соотношений.

С относительной точностью  $(\mu/m_{\text{хар}})^2$  могут быть вычислены три величины  $\partial B^+/\partial v$ ,  $\partial^2 C^-/\partial v^2$ ,  $\partial^2 C^-/\partial v \partial t$ , которые даются своими полюсными значениями. Например, для  $\partial B^+/\partial v$  имеем

$$\left. \frac{1}{2m} \frac{\partial B^+}{\partial v} \right|_{v=\mu} = \frac{2f^2}{\mu^2} \left[ 1 + \frac{3}{4} \frac{\mu^2}{m^2} \right] - 0,13\lambda^2 \mu^{-2} + O(\{k, q\}^0) \approx 1,45\mu^{-4}. \quad (13)$$

Величины

$$\frac{\partial^2 C^\pm}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 C^+}{\partial v \partial t}; \quad \frac{\partial B^-}{\partial t}; \quad \frac{\partial B^-}{\partial v}; \quad v \frac{\partial^2 C^+}{\partial v^2} - \frac{\partial C^+}{\partial v}$$

также описываются вкладами нуклона и изобары, однако точность соответствующих соотношений порядка  $(\mu/m_{\text{хар}})^1$ , поскольку не учитываются неаналитические члены. Нет предсказаний лишь для величины  $\partial B^+/\partial t$ , где вклады полюсных и неаналитических членов одного порядка.

## 6. Обсуждение полученных соотношений

Характерной чертой  $\pi N$ -рассеяния вблизи порога является большая величина  $a_{33}$  — длины рассеяния в  $p$ -волне с полным моментом и изоспином  $3/2$ . Это связано с вкладом нуклонного графика, который вычислялся, в частности, в работах [8-11]. Поскольку амплитуда рассеяния в состоянии с заданным полным изоспином не обладает определенной четностью относительно перекрестных преобразований, то полюсные члены дают  $a_{33}$ , вообще говоря, с точностью  $(\mu/m_{\text{хар}})$ . В этом смысле более предпочтительно рассмотрение комбинаций длин рассеяния, образующих  $B^+$ ,  $\partial C^-/\partial v$ ,  $\partial C^-/\partial t$ , которые могут быть вычислены, как объяснялось выше, с точностью  $(\mu/m_{\text{хар}})^2$ .

Если исключить большие длины рассеяния  $a_{33}$ ,  $a_{11}$  из  $B^+$  и  $\partial C^-/\partial v$ , то можно получить соотношение

$$\left( \frac{\partial C^-}{\partial v} - \frac{v}{m+\mu} B^+ \right)_{v=\mu} = \frac{8\pi m}{m+\mu} \left( a_{13} - a_{31} + b^- + \frac{a^-}{2m\mu} - \frac{1}{2} (a^-)^3 \right) =$$

$$= \left( \frac{\partial C_{p+33}^-}{\partial v} - \frac{v}{m+\mu} B_{p+33}^+ \right)_{v=\mu} + \frac{C^-}{v} \Big|_{v=\mu} \approx \begin{cases} 0,89\mu^{-3} \\ 0,99\mu^{-3} \end{cases} \quad (14)$$

Два числа отвечают различным значениям  $C^-|_{v=\mu}$ , взятым соответственно из работ [12] и [9] (в [9] приведены неопубликованные данные Самаранаяке и Вулкока). Точность соотношения (14) —  $(\mu/m_{\text{хар}})^2$ . Равенство (14) замечательно тем, что является правилом сумм для малых величин, которые обычно считаются неопределенными теоретически [8]. Поэтому проверка этого соотношения представляет большой интерес. Согласно имеющимся фазовым анализам  $\left( \frac{\partial C^-}{\partial v} - \frac{v}{m+\mu} B^+ \right)_{v=\mu}$  равно 0,55 [12]

и 0,78 [9]. Следует отметить, что разность  $a_{13} - a_{31}$  и радиус изотопически нечетной  $s$ -волны  $b^-$  малы и поэтому определены из экспериментальных данных недостаточно надежно.

Если увеличивать порядок производных от  $C^\pm$  и  $B^\pm$ , то сходимость ряда ухудшается и точность соотношений, основанных на оставлении небольшого числа членов ряда, падает. Это замечание не относится к соотношениям, основанным на оставлении одних полюсных членов, поскольку при дифференцировании роль ближайших особенностей, вообще говоря, возрастает. Следующими по величине после полюсных в этом случае становятся неаналитические члены, также связанные с близкими особенностями.

Заметим, что если для амплитуды справедливо разложение в ряд, то поправки, связанные с неаналитическими членами, могут быть в принципе последовательно учтены. С помощью условия унитарности можно найти вклад особенностей амплитуды, связанных с двухчастичными промежуточными состояниями. При этом в первом приближении неаналитическими членами можно пренебречь.

Авторы благодарны Н. Н. Ачасову, Б. Л. Иоффе, Л. Б. Окуню, В. В. Серебрякову, Д. В. Ширкову за полезные обсуждения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Приведем выражения для нуклонных полюсных вкладов в амплитуды  $C^\pm$ ,  $B^\pm$ :

$$C_p^+ = mf^2(t - 2\mu^2) \left[ \frac{1}{2mv + 1/2t - \mu^2} - \frac{1}{2mv - 1/2t + \mu^2} \right],$$

$$C_p^- = -2f^2v - mf^2(t - 2\mu^2) \left[ \frac{1}{2mv + 1/2t - \mu^2} + \frac{1}{2mv - 1/2t + \mu^2} \right], \quad (\text{П.1})$$

$$B_p^+ = -4m^2f^2 \left[ \frac{1}{2mv + 1/2t - \mu^2} + \frac{1}{2mv - 1/2t + \mu^2} \right],$$

$$B_p^- = -2f^2 \left[ 1 - \frac{2m^2}{2mv + 1/2t - \mu^2} + \frac{2m^2}{2mv - 1/2t + \mu^2} \right].$$

Вклад изобары  $N^*$  (1236) представляется в виде

$$C_{33}^+ = 2/3 [C_{33}(v, t) + C_{33}(-v, t)],$$

$$C_{33}^- = -1/3 [C_{33}(v, t) - C_{33}(-v, t)], \quad (\text{П.2})$$

$$B_{33}^+ = 2/3 [B_{33}(v, t) - B_{33}(-v, t)],$$

$$B_{33}^- = -1/3 [B_{33}(v, t) + B_{33}(-v, t)].$$

где

$$C_{33}(v, t) = \frac{\lambda^2}{3} \frac{1}{M^2 - m^2 - \mu^2 - 2mv + (t/2)} \left\{ 2 \frac{M+m}{M^2} \left[ \left( mv + \mu^2 - \frac{t}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} (t - 2\mu^2) \left( m^2 + 2mv + \mu^2 - \frac{t}{2} \right) \right] + \right.$$

$$\left. + v \left[ \frac{3}{2} t - 2\mu^2 + \frac{2}{M^2} \left( mv + \mu^2 - \frac{t}{4} \right)^2 \right] + \frac{t}{2M} \left( mv + \mu^2 - \frac{t}{4} \right) + \frac{2\mu^2 v}{M^2} \left( M^2 - m^2 - \mu^2 - 2mv + \frac{t}{2} \right) \right\}, \quad (\text{П.3})$$

$$\frac{1}{2m} B_{33} = -\frac{2\lambda^2}{3M^2} \left( M + m - \frac{\mu^2}{2m} \right) - \frac{\lambda^2}{3} \frac{1}{M^2 - m^2 - \mu^2 - 2mv + (t/2)} \times$$

$$\times \left[ M + m - \frac{1}{4m} (3t - 4\mu^2) - \frac{1}{M^2 m} \left( m\nu + \mu^2 - \frac{t}{4} \right)^2 + \frac{1}{M} \left( m\nu + \mu^2 - \frac{t}{4} \right) \right]. \quad (\text{II.4})$$

## 2. Величины

$$C^\pm|_{\nu=\mu}, \quad B^\pm|_{\nu=\mu}, \quad \text{Re} \frac{\partial C^\pm}{\partial \nu} \Big|_{\nu=\mu}, \quad \text{Re} \frac{\partial C^\pm}{\partial t} \Big|_{\nu=\mu}$$

выражаются через длины рассеяния  $s$ - и  $p$ -волн и радиусы  $s$ -волн следующим образом [12]:

$$\begin{aligned} C|_{\nu=\mu} &= 4\pi \left( 1 + \frac{\mu}{m} \right) a, \\ \frac{1}{2m} B|_{\nu=\mu} &= 4\pi \left( a_1 - a_3 + \frac{1}{4m} a \right), \\ \text{Re} \frac{\partial C}{\partial \nu} \Big|_{\nu=\mu} &= \frac{8\pi m \mu}{m + \mu} \left[ 2a_3 + a_1 + \frac{a}{2m\mu} + b - \frac{1}{2} a^3 \right], \\ \text{Re} \frac{\partial C}{\partial t} \Big|_{\nu=\mu} &= \frac{4\pi}{m + \mu} \left[ \left( m + 3\mu + \frac{3}{2} \frac{\mu^2}{m} \right) a_3 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m}{2} a_1 - \frac{m - \mu}{8m^2} a - \frac{\mu}{2} \left( b - \frac{1}{2} a^3 \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

где  $a$  —  $s$ -волновые длины рассеяния,  $a_1, a_3$  — длины рассеяния  $p$ -волн в состояниях с полным моментом  $J = 1/2, 3/2$  (изотопические индексы опущены), которые связаны с фазами рассеяния  $s$ - и  $p$ -волн соотношениями

$$\delta^s = a|q| + b|q|^3 + O(|q|^5), \quad (\text{II.6})$$

$$\delta_{2J}^p = a_{2J}|q|^3 + O(|q|^5),$$

где  $q$  — трехмерный импульс в с.ц.и.

Связи амплитуд  $T^\pm$  с амплитудами рассеяния  $T_{3/2}, T_{1/2}$  в состояниях с полным изотопическим спином  $3/2, 1/2$  имеют вид

$$T^+ = \frac{1}{3} (T_{1/2} + 2T_{3/2}), \quad T^- = \frac{1}{3} (T_{3/2} - T_{1/2}). \quad (\text{II.7})$$

## Литература

- [1] S. Weinberg. Phys. Rev. Lett., 17, 616, 1966.
- [2] K. Kawarabayashi. Progr. Theor. Phys., 25, 780, 1961.
- [3] К. Нишиджима. Фундаментальные частицы, «Мир», 1965.
- [4] Y. Tomozawa. Nuovo Cim., 46A, 707, 1966.
- [5] A. R. Balachandran, M. G. Gundzik, F. Nicodemi. Nuovo Cim., 44A, 1257, 1966.
- [6] Х. Умэдэва. Квантовая теория поля, ИИЛ, М., 1958.
- [7] K. Yamamoto. Preprint, SU-4206-147, Syracuse University, 1968.
- [8] G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, Y. Nambu. Phys. Rev., 106, 1337, 1957.
- [9] K. Raman. Phys. Rev., 159, 1501, 1967.
- [10] H. Schnitzer. Phys. Rev., 158, 1471, 1967.
- [11] H. S. Mani, Y. Tomozawa, York-Peng Yao. Phys. Rev. Lett., 18, 1084, 1967.
- [12] H. W. Hamilton, W. S. Woolcock. Rev. Mod. Phys., 35, 737, 1963.
- [13] L. D. Roper, R. M. Wright, B. T. Feld. Phys. Rev., 138, B190, 1965.

## SOME RELATIONS FOR LOW-ENERGY PARAMETERS OF $\pi N$ SCATTERING

A. I. VAINSHTEIN, V. I. ZAKHAROV

Some relations for low-energy parameters of  $\pi N$  scattering are obtained basing on the assumption that the pion mass is small as compared to the characteristic mass of strong interactions. The relations obtained are in agreement with the experimental data.

## ОБРАЗОВАНИЕ ФАЙЕРБОЛОВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В. Н. АКИМОВ, И. И. РОЙЗЕН

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П. Н. ЛЕБЕДЕВА АКАДЕМИИ НАУК СССР

(Поступила в редакцию 23 сентября 1968 г.)

На основе развитого ранее метода [1, 2] нами рассмотрены процессы с образованием одного файербола в  $pp$ -взаимодействиях. Найдены основные характеристики этих процессов, показано, что они играют существенную роль в области энергий  $E_L \sim 30 \div 250$  Гэв.

Ранее было показано [1, 2], что точное уравнение Бете — Солпитера при  $t = 0$  совместно с дисперсионными соотношениями по энергии, оптической теоремой и предположением об асимптотическом постоянстве (или же приблизительном постоянстве) полного сечения естественным образом приводит к образованию файерболов при взаимодействии частиц высокой энергии. Были найдены по порядку величины основные параметры, характеризующие процессы с образованием файерболов: среднее значение массы файербола  $M_f = 3 \div 4$  Гэв<sup>2</sup> и квадрата передаваемого 4-импульса  $k^2 \sim 1$  Гэв<sup>2</sup>; набор моментов  $l$ , которые играют существенную роль при образовании файерболов,  $0 \leq l \leq 15$  (верхний предел может оказаться и выше); среднее значение числа файерболов при полной энергии взаимодействия  $E_L = s/2M$ ,  $\bar{n}_f = a \ln(s/M_f^2)$ , где  $a$  — коэффициент, который может, вообще говоря, зависеть от конкретной модели. Отсюда, в частности, следует, что файербол не является резонансом в обычном смысле слова, так как он не обладает определенным спином. Поэтому понятие «файербол» следует рассматривать как метод описания, позволяющий расклассифицировать частицы в конечном состоянии по группам, которые обладают, например, такими характерными кинематическими свойствами: массой (энергией группы частиц в собственной с.ц.и.), скоростью движения центра масс группы частиц, величиной квадрата импульса  $k^2$ , передаваемого от одной группы частиц к другой. Разумеется, говорить о таких группах частиц можно только в том случае, если их угловое распределение в собственной с.ц.и. не является слишком анизотропным<sup>1)</sup>. Предположение о достаточной изотропии этого распределения представляется нам весьма правдоподобным, однако строго обосновать его не удается.

Перечисленные выше результаты вытекают из весьма общих представлений современной теории, но, во-первых, они были получены в предположении, что во взаимодействии принимают участие только частицы одного сорта (например,  $\pi$ -мезоны) (см. рис. 1), и, во-вторых, совершенно очевидно, что они дают только качественную картину процессов с участием файерболов. При рассмотрении реальных процессов (например,  $NN$ -взаимодействия) мы будем под неприводимой частью уравнения Бете — Солпитера понимать сумму диаграмм, которые нельзя рассеять так, чтобы в промежуточном состоянии  $t$ -канала оказалось только два

<sup>1)</sup> В противном случае нельзя было бы отделить эти группы друг от друга.