Литература

[1] И. М. Дремин, И. И. Ройзен, Р. Б. Уайт, Д. С. Чернавский. ЖЭТФ, 48, 952, 1965.
[2] В. Н. Акимов, И. М. Дремин, И. И. Ройзен, Д. С. Чернавский. Изв. АН СССР, серия физ., 30, 1584, 1966.
[3] В. Н. Акимов, И. М. Дремин, И. И. Ройзен, Д. С. Чернавский. ЯФ, 7, 629, 1968.
[4] И. И. Ройзен. Диссертация, ФИАН, 1964.
[5] И. И. Ройзен. ЯФ, 5, 663, 1967.
[6] V. Barger, Talks presented at the symposium on Regge Poles, December, 15, 1966, стр. 16.
[7] Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский. ЖЭТФ, 45, 1252, 1963.
[8] P. Cioc, I. Gierula, R. Holynsky, A. Jurak, M. Miesowich, T. Saniewiska, O. Stansz, I. Pernegr. Nuovo Cim., 8, 166, 1958; 10, 741, 1958.
[9] В. В. Гусева, Н. А. Добротин, Н. Г. Зелевинская, К. А. Котельников, А. М. Лебедев, С. А. Славатинский. Изв. АН СССР, серия физ., 26, 549, 1962.
[10] И. М. Дремин. ЯФ, 5, 1286, 1967.
[11] В. Н. Акимов, И. М. Дремин. Препринт № 62, ФИАН, 1966.

FIREBALLS PRODUCTION FROM THE STANDPOINT OF QUANTUM FIELD THEORY

V. N. AKIMOV, I. I. ROISEN

Using the method previously developed [1, 3] we have considered the processes involving one fireball production in pp interactions. Main parameters of these processes are obtained. It is shown that they are important in the energy region $E_L \sim 30 \div$ $\div 250$ GeV.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 9, вып. 5, 1969

МУЛЬТИПОЛЬНАЯ ТЕОРИЯ АДРОНОВ

Ю. Б. РУМЕР, А. И. ФЕТ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 4 августа 1968 г.)

Предлагается новый вывод формулы масс в $SU(6)$-теория (Бега — Синга), основанный на прямой аналогии с динамическим описанием тонкой структуры атомных термов. При этом группа $SU(6)$ рассматривается как группа симметрии G-спина адрона (объединения обычного спина с унитарным), тогда как ее подгруппа $SU(3)$ интерпретируется как группа симметрии адрона в целом.

1. Введение

Поскольку в этой работе оператор энергии адрона строится по аналогии с оператором энергии, описывающим тонкую структуру энергетических уровней атома, изложим в удобной для нас форме принципы теории тонкой структуры.

Состояние атома характеризуется значением его спина S и значением создаваемого атомными токами момента L. Спин атома S обладает сферической симметрией, которая нарушается системой его токов, имеющей (за исключением S-состояния) лишь аксиальную симметрию. Это значит, что всевозможные состояния атомного спина образуют комплексное евклидово пространство (размерности $2S+1$ при $L>S$), где определено некоторое неприводимое представление группы $O(3)$; состояния же атома в целом преобразуются друг в друга операторами подгруппы $O(2)$ вращений вокруг оси, действующими в том же пространстве. Как известно, выражение оператора энергии атома имеет вид

$$H = H_0 + \alpha(\mathbf{L}, \mathbf{S}), \tag{1}$$

где H_0 — оператор энергии атома, рассматриваемого в приближении, не учитывающем спина, $\mathbf{L}$ — оператор орбитального момента атома, $\mathbf{S}$ — оператор спина атома, α — числовой множитель.

Предполагается, что взаимодействие спина с орбитальным моментом слабо; тем самым волновая функция может быть записана в виде

$$\psi_L(x, s) = \varphi_L(x)\chi(s), \tag{2}$$

где x означает совокупность координат электронов, а s — спиновые координаты $(s = 1, \ldots, 2S+1)$; $\varphi_L(x)$ есть собственная функция H_0 со значением момента L и энергией E_L.

Усредняя выражение энергии по состоянию φ_L, получаем

$$\langle H\rangle = E_L + (\mathbf{S}, \vec{\mathscr{H}}), \tag{3}$$

где S_k — образующие операторы $(2S+1)$-рядного представления группы $O(3)$; $\mathscr{H}_k$ — компоненты магнитного поля, также преобразующиеся по группе $O(3)$, и α — числовой коэффициент.

Выражение (1) допускает, однако, и другое истолкование, по аналогии с которым ниже будет построено выражение энергии адрона. Именно, принимая за ось z направление орбитального момента, получаем

$$H = H_0 + \alpha L_3 S_3. \tag{4}$$

Можно считать, что в (4) операторы L_3, S_3 представляют единственную инфинитезимальную образующую подгруппы $O(2)$ вращений вокруг оси — группы симметрии атома в целом.

Поскольку группа $O(2)$ абелева, здесь участвует ее единственное неприводимое представление. Образующая S_3 есть простейшее (линейное) алгебраическое выражение, составленное из образующих S_1, S_2, S_3 группы $O(3)$ (и аналогично L_3). Усреднение приводит к формуле

$$\langle H\rangle_L = E_L + S_3\mathscr{H}_3. \tag{5}$$

Все рассматриваемые операторы S_k, L_k действуют в $(2S+1)$-мерном пространстве неприводимого представления группы $O(3)$.

2. Оператор массы адрона

Будем рассматривать адрон как систему, обладающую некоторым видом спина (G-спин, см. Приложение) и некоторым аналогом орбитального момента, создаваемым системой его «квазитоков». G-спин принимает состояния, описываемые векторами некоторого конечномерного комплексного евклидова пространства, где задано неприводимое представление группы $SU(6)$.

Мы исходим из предположения, что адрон в целом имеет меньшую группу симметрии, а именно подгруппу $SU(3)$ группы $SU(6)$ (см. Приложение, (П.5)), и что G-спин слабо связан с системой «квазитоков»; это значит (на групповом языке), что $SU(6)$-симметрия адрона лишь слабо нарушена. Тогда волновая функция адрона $\psi(q, g)$ может быть представлена в виде произведения

$$\psi(q, g) = \varphi(q)\chi(g), \tag{6}$$

где (g) — совокупность дискретных координат, описывающих состояния G-спина, а (q) — совокупность координат, описывающих состояния системы «квазитоков» в невозбужденном состоянии адрона. Через $\varphi(q)$ обозначена собственная функция H_0 — оператора энергии для системы квазитоков. Мы не уточняем здесь физического смысла координат q, что для наших целей несущественно.

Мы предположим, что по аналогии с формулой (4) выражение энергии адрона строится из тензороператоров, задающих неприводимые представления группы симметрии адрона $SU(3)$. С нашей точки зрения, неправильно использовать для этой цели представления группы $SU(6)$, которая является группой симметрии лишь для G-спина адрона.

Зададим оператор энергии адрона в виде

$$H = H_0 + \sum \alpha(p, q) D^{(p)}_{(q)} M^{(q)}_{(p)}, \tag{7}$$

где тензороператоры $D^{(p)}_{(q)}$, $M^{(q)}_{(p)}$, по аналогии с (4), преобразуются по всевозможным неприводимым представлениям группы $SU(3)$ (напомним, что в (4) участвовало только одно представление, так как группа $O(2)$ абелева). Каждый из операторов $D^{(p)}_{(q)}$ действует в пространстве состояний G-спина, т. е. на векторы состояния $\chi(g)$, тогда как операторы $M^{(q)}_{(p)}$ действуют на векторы состояния $\varphi(q)$; $\alpha(p, q)$ — числовые коэффициенты, зависящие от представления.

Усредняя по состоянию $\varphi(q)$, рассматриваемому как «основное» состояние адрона, мы считаем $\varphi(q)$ собственной функцией оператора H_0 энергии адрона в приближении, не учитывающем G-спина. Тогда из (7),

(6) получаем

$$\langle H\rangle = E_0 + \sum D^{(p)}_{(q)} Z^{(q)}_{(p)}, \tag{8}$$

где E_0 — собственное значение H_0, а

$$Z^{(q)}_{(p)} = \alpha(p, q)\langle\varphi| M^{(q)}_{(p)} |\varphi\rangle. \tag{9}$$

Последовательность тензороператоров $\{D^{(p)}_{(q)}\}$ назовем унитарным моментом адрона, а последовательность числовых тензоров $\{Z^{(q)}_{(p)}\}$ — унитарным полем, создаваемым адроном.

Предыдущий вывод оператора (8) позволяет рассматривать расщепление массы адрона по аналогии с теорией тонкой структуры атомных термов. Слагаемые в (8) аналогичны мультипольным членам в выражении энергии системы токов.

Как мы увидим, хорошее согласие с опытом получается, если в ряде (8) сохранить лишь синглетный и октетный члены

$$DZ, \quad D^a_b Z^b_a. \tag{10}$$

В силу неприводимости всех участвующих в (8) представлений тензоры D^a_b Z^b_a бесследны, т. е.

$$D^c_c = 0, \quad Z^c_c = 0. \tag{11}$$

При этом получается формула масс Бега и Синга [1].

По аналогии с (5) мы считаем, что $D^{(p)}_{(q)}$ алгебраически выражаются через инфинитезимальные образующие группы $SU(6)$. В нашем изложении G-спиновые состояния адрона описываются векторами пространства неприводимого представления группы $SU(6)$. В соответствии с этим слово «адрон» в данной статье надо понимать как «35-плет мезонов», или «56-плет барионов», «70-плет барионов» и т. п. Для барионов спектр оператора (8) определяет массы частиц, а для мезонов, как принято считать,— квадраты масс. Придавая такой условный смысл оператору (8), будем его впредь обозначать через M.

Подчеркнем существенно нерелятивистский характер формулы (8).

3. Унитарный момент и унитарное поле

В качестве образующих алгебры Ли группы $SU(6)$ возьмем шестирядные матрицы Окубо A^A_B $(A, B = 1, \ldots, 6)$, матричные элементы которых задаются соотношениями

$$\langle C|\mathrm{A}^A_B|D\rangle = \delta^A_D\delta^C_B - {}^1/_6\delta^A_B\delta^C_D. \tag{12}$$

Ясно, что эти матрицы бесследны, т. е.

$$\sum_C \langle C|\mathrm{A}^A_B|C\rangle = 0, \tag{13}$$

и связаны единственным соотношением

$$\mathrm{A}^C_C = 0. \tag{14}$$

Таким образом, $SU(6)$ — группа Ли размерности 35. Введем для A^A_B также двухиндексное обозначение $\mathrm{A}^{\alpha a}_{\beta b}$, полагая $\alpha = 1$, $a = A$ при $1 \leqslant A \leqslant 3$, $\alpha = 2$, $a = A - 3$ при $4 \leqslant A \leqslant 6$, и аналогично для B. Наконец, будем обозначать теми же буквами операторы Окубо в любом представлении группы $SU(6)$.

Подгруппа $SU(3)$, лежащая в основе нашего построения, задается инфинитезимальными образующими

$$A_b^a = \mathrm{A}_{\gamma b} \quad (a, b = 1, 2, 3, \quad \gamma = 1, 2). \tag{15}$$

В частности, известные из $SU(3)$-теории операторы изоспина имеют вид

$$T_{\bar{b}}^{\bar{a}} = A_{\bar{b}}^{\bar{a}} - {}^1/_2\, \delta_{\bar{b}}^{\bar{a}}\, A_{\bar{c}}^{\bar{c}} = \mathrm{A}_{\gamma\bar{b}}^{\gamma\bar{a}} - {}^1/_2\, \delta_{\bar{b}}^{\bar{a}}\, \mathrm{A}_{\gamma\bar{c}}^{\gamma\bar{c}}, \tag{16}$$

где индексы с чертой принимают значения 1, 2.

Согласно разделу 2, мы должны найти алгебраическое выражение операторов унитарного момента D, D_b^a через операторы Окубо, действующие в том же представлении $SU(6)$. По правилам тензорной алгебры можно составить свертки любого числа операторов A_B^A. Можно показать, что свертки более чем пяти таких операторов линейно выражаются через более короткие. Мы ограничимся, однако, полиномами второй степени. Именно линейная зависимость D, D_b^a от A_B^A приводит к заведомо неправильной массовой формуле, а в массовую формулу $SU(3)$-теории (Гелл-Манна — Окубо) квантовые числа входят квадратично. Если мы хотим, чтобы эта формула была следствием нашей теории, то проще всего взять полиномы второй степени, что и приводит к удовлетворительным результатам. Поскольку массовая формула, выводимая из этих предпосылок, приводит к полному расщеплению масс, влияние опускаемых членов, по-видимому, мало. Заметим еще, что в случае (5) алгебраическое выражение образующей подгруппы $O(2)$ через образующие $O(3)$ имеет по необходимости линейный характер, поскольку произведения матриц Паули σ_k линейно выражаются через эти же матрицы и единичную матрицу.

Существует три способа построить из операторов $A_{\beta b}^{\alpha a}$ скалярный оператор D:

$$\begin{aligned} \overset{(1)}{D} &= \mathrm{A}_{\beta c}^{\alpha c} \mathrm{A}_{\alpha d}^{\beta d}, \\ \overset{(2)}{D} &= \mathrm{A}_{\alpha d}^{\alpha c} \mathrm{A}_{\beta c}^{\beta d}, \\ \overset{(3)}{D} &= \mathrm{A}_{\beta d}^{\alpha c} \mathrm{A}_{\alpha c}^{\beta d}. \end{aligned} \tag{17}$$

Далее, существует четыре способа построить из операторов $\mathrm{A}_{\beta b}^{\alpha a}$ тензоператор валентности D_b^a — один линейный и три квадратичных (при этом должно быть соблюдено условие неприводимости представления $D_c^c = 0$):

$$\begin{aligned} \overset{(0)}{D}{}_b^a &= \mathrm{A}_{\alpha b}^{\alpha a}, \\ \overset{(1)}{D}{}_b^a &= \mathrm{A}_{\beta c}^{\alpha a} \mathrm{A}_{\alpha b}^{\beta c} - {}^1/_3 \delta_b^a\, \mathrm{A}_{\beta c}^{\alpha d} \mathrm{A}_{\alpha d}^{\beta c}, \\ \overset{(2)}{D}{}_b^a &= \mathrm{A}_{\alpha c}^{\alpha a} \mathrm{A}_{\beta b}^{\beta c} - {}^1/_3 \delta_b^a\, \mathrm{A}_{\alpha c}^{\alpha d} \mathrm{A}_{\beta d}^{\beta c}, \\ \overset{(3)}{D}{}_b^a &= \mathrm{A}_{\beta b}^{\alpha a} \mathrm{A}_{\alpha c}^{\beta c} - {}^1/_3 \delta_b^a\, \mathrm{A}_{\beta d}^{\alpha d} \mathrm{A}_{\alpha c}^{\beta c}. \end{aligned} \tag{18}$$

Мы должны, следовательно, искать синглетный и октетный члены унитарного момента в виде

$$\begin{aligned} D &= \rho \overset{(1)}{D} + \sigma \overset{(2)}{D} + \tau \overset{(3)}{D}, \\ D_b^a &= \varkappa \overset{(0)}{D}{}_b^a + \lambda \overset{(1)}{D}{}_b^a + \mu \overset{(2)}{D}{}_b^a + \nu \overset{(3)}{D}{}_b^a, \end{aligned} \tag{19}$$

где $\rho, \ldots, \nu$ — коэффициенты, зависящие от выбранного представления $SU(6)$ (в котором действуют все операторы).

Перейдем теперь к выражению унитарного поля Z, Z_a^b. Поставим сначала задачу — описать расщепление масс до изотопических мультиплетов, т. е. пренебрегая различием между массами внутри таких мультиплетов. Тогда оператор массы (8) должен быть перестановочен с операторами изоспина (16). Из всех операторов (18) этим свойством обладают лишь те, у которых $a = b = 3$. Следовательно, поле Z_a^b в (8) должно быть таким, чтобы после свертывания с D_b^a остались лишь указанные члены, т. е. чтобы окончательное выражение M имело вид

$$M = M_0 + DZ + \xi D_3^3. \tag{20}$$

Поэтому (для получения масс изотопических мультиплетов) следует положить равными нулю все недиагональные компоненты Z_a^b, диагональные же, в силу неприводимости представления, должны быть связаны соотношением

$$Z_c^c = 0. \tag{21}$$

Положим

$$\sigma = Z_1^1 + {}^1/_2 Z_3^3, \qquad \tau = Z_2^2 + {}^1/_2 Z_3^3, \tag{22}$$

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} -{}^1/_2\, Z_3^3 & 0 & 0 \\ 0 & -{}^1/_2\, Z_3^3 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3^3 \end{bmatrix}.$$

В силу соотношения $D_c^c = 0$, выражающего неприводимость представления D_b^a,

$$D_b Z_a^b = {}^3/_2 D_3^3 Z_3^3,$$

откуда, выражая $Z_a{}^b$ через $\tilde{Z}_a{}^b$, имеем

$$M = M_0 + DZ + {}^3/_2 D_3^3 Z_3^3 + \sigma D_1^1 + \tau D_2^2.$$

Но это выражение имеет вид (20) лишь при $\sigma = \tau = 0$. Поэтому унитарное поле имеет вид

$$Z = C \begin{bmatrix} {}^1/_3 & 0 & 0 \\ 0 & {}^1/_3 & 0 \\ 0 & 0 & -{}^2/_3 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

где C — постоянная.

Таким образом, из нашей теории в сочетании с экспериментальным фактом близости масс внутри изотопических мультиплетов вытекает, что тензор унитарного поля Z_a^b пропорционален оператору гиперзаряда Y $SU(3)$-теории.

Дальнейшее расщепление изотопических мультиплетов на элементарные частицы является малым эффектом типа сверхтонкой структуры атомных термов. В первом приближении можно и здесь отбросить недиагональные члены унитарного поля; из диагональных же, в силу (21), достаточно учесть слагаемое вида

$$Z' = C' \begin{bmatrix} {}^2/_3 & 0 & 0 \\ 0 & -{}^1/_3 & 0 \\ 0 & 0 & -{}^1/_3 \end{bmatrix} \tag{24}$$

(здесь опять соблюдается требование бесследности тензора). Мы видим, что добавочное слагаемое унитарного поля пропорционально оператору заряда Q в $SU(3)$-теории.

Выражение оператора массы в $SU(6)$-теории (без учета слагаемого (24)) имеет вид (ср. (10), (11))

$$
\begin{aligned}
M = M_0 &+ \\
&+ \alpha_1 \overset{(1)}{D} + \alpha_2 \overset{(2)}{D} + \alpha_3 \overset{(3)}{D} + \\
&+ \beta \overset{(0)}{D}{}_3^3 + \\
&+ \gamma_1 \overset{(1)}{D}{}_3^3 + \gamma_2 \overset{(2)}{D}{}_3^3 + \gamma_3 \overset{(3)}{D}{}_3^3 .
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Учет слагаемого (24) приводит к правильному качественному описанию расщепления массы адрона; именно, как можно показать, все собственные значения полученного оператора — простые, и, следовательно, отброшенные члены могут привести не к расщеплению, а только к сдвигу собственных значений.

Соответствующие собственные векторы изображают элементарные частицы, интерпретируемые как состояния 56-плета или 35-плета и т. п.

4. Вывод формулы масс Бега и Синга

Массовая формула Бега и Синга получается из нашей основной формулы (25) несложными преобразованиями.

Пользуясь антикоммутатором $\{A, B\} = AB + BA$ и операторами Казимира (см. Приложение), выразим $\overset{(k)}{D}{}_b^a$ (см. (18)) в виде

$$
\begin{aligned}
\overset{(1)}{D}{}_b^a &= {}^1\!/_2 \{A_{\beta c}^{\alpha a}, A_{\alpha b}^{\beta c}\} - {}^1\!/_3\, \delta_b^a C_2(6) - 3\overset{(0)}{D}{}_b^a, \\
\overset{(2)}{D}{}_b^a &= {}^1\!/_2 \{A_{\alpha c}^{\alpha a}, A_{\beta b}^{\beta c}\} - {}^1\!/_3\, \delta_b^a C_2(3) - {}^3\!/_2 \overset{(0)}{D}{}_b^a, \\
\overset{(3)}{D}{}_b^a &= {}^1\!/_2 \{A_{\beta b}^{\alpha a}, A_{\alpha c}^{\beta c}\} - {}^1\!/_3\, \delta_b^a C_2(2)_J .
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Перепишем теперь (25) в виде

$$
\begin{aligned}
M = M_0 &+ \mu_0 C_2(6) + \\
&+ \mu_1 C_2(3) + \mu_2 C_2(2)_J + \\
&+ \mu_3 (-A_{\alpha 3}^{\alpha 3}) + \\
&+ \mu_4 [\{A_{\beta c}^{\alpha 3}, A_{\alpha 3}^{\beta c}\} - C_2(6)] + \mu_5 [\{A_{\alpha c}^{\alpha 3}, A_{\beta 3}^{\beta c}\} - C_2(3)] + \\
&+ \mu_6 [\{A_{\beta 3}^{\alpha 3}, A_{\alpha c}^{\beta c}\} - C_2(2)_J].
\end{aligned}
\tag{27}
$$

Далее, выражения в квадратных скобках можно преобразовать следующим образом (индексы с чертой принимают значения 1, 2):

$$
\begin{aligned}
\{A_{\beta c}^{\alpha 3}, A_{\alpha 3}^{\beta c}\} - A_{\beta c}^{\alpha d} A_{\alpha d}^{\beta c} &= A_{\alpha 3}^{\beta 3} A_{\beta 3}^{\alpha 3} - A_{\beta \bar{c}}^{\alpha \bar{d}} A_{\alpha \bar{d}}^{\beta \bar{c}}, \\
\{A_{\alpha c}^{\alpha 3}, A_{\beta 3}^{\beta c}\} - A_{\alpha c}^{\alpha d} A_{\beta d}^{\beta c} &= A_{\alpha 3}^{\alpha 3} A_{\beta 3}^{\beta 3} - A_{\alpha \bar{c}}^{\alpha \bar{d}} A_{\beta \bar{d}}^{\beta \bar{c}}, \\
\{A_{\beta 3}^{\alpha 3}, A_{\alpha c}^{\beta c}\} - A_{\beta d}^{\alpha d} A_{\alpha c}^{\beta c} &= A_{\alpha 3}^{\beta 3} A_{\beta 3}^{\alpha 3} - A_{\alpha \bar{c}}^{\beta \bar{c}} A_{\beta \bar{d}}^{\alpha \bar{d}}.
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Подставляя в (27) выражения (28) и пользуясь соотношениями (П.7), (П.17) из Приложения, мы приходим к формуле Бега и Синга:

$$
\begin{aligned}
M = M_0 &+ \mu_0 C_2(6) + \\
&+ \mu_1 C_2(3) + \mu_2 \cdot 2J(J+1) + \\
&+ \mu_3 Y + \\
&+ \mu_4 [2S(S+1) + {}^1\!/_4 Y^2 - C_2(4)] + \\
&+ \mu_5 [2T(T+1) - {}^1\!/_2 Y^2] + \\
&+ \mu_6 [2N(N+1) - 2S(S+1)].
\end{aligned}
\tag{29}
$$

Как известно (см. [1], формулы (23)—(26)) для 56-плета барионов из (29) следует формула Гюрши и Радикати

$$
M = M_0 + M_1 J(J+1) + M_2 Y + M_3 [T(T+1) - {}^1\!/_2 Y^2], \tag{30}
$$

содержащая, в свою очередь, формулу масс $SU(3)$-теории Гелл-Манна — Окубо. Для 35-плета мезонов, содержащего наряду с частицами их античастицы, масса не должна меняться при изменении знака Y; таким образом, для 35-плета должно быть $\mu_3 = 0$. Формула (29) для 35-плета хорошо согласуется с опытом, если положить в ней, кроме того, $\mu_5 = \mu_6$ [1].

5. Заключительные замечания

Учет «зарядового» слагаемого унитарного поля (24), как мы уже отметили, приводит к правильному качественному описанию расщепления массы адрона на массы элементарных частиц. Однако количественное описание зарядового расщепления, не привлекающее плохо обоснованных дополнительных предположений, пока отсутствует.

Попытаемся понять физическую причину этого факта. Мы исходили из общего выражения (8) оператора массы, но считали все его члены, кроме синглетного и октетного, пренебрежимо малыми. Если бы мы учли только синглетный член, то получили бы, например, в массовой формуле для 56-плета выражение вида

$$
M = M_0' + \mu_1' C_2(3) + \mu_2' \cdot 2J(J+1) \tag{31}
$$

(коэффициенты M_0', μ_1', μ_2' не равны здесь соответствующим коэффициентам в (29), поскольку октетный член, как мы видели, также вносит в них вклад). Формула (31) отнюдь не лишена смысла: она описывает самое грубое расщепление массы 56-плета и дает массу «октета» и массу «декуплета». Учет октетного члена в (8) приводит к формуле (29), описывающей с большей точностью расщепление на изотопические мультиплеты. Тем самым синглетный и октетный члены формулы (8) вполне физически осмысленны, что является аргументом в пользу всей концепции, положенной в основу вывода этой формулы. Но если эта концепция принимается, то нет причин сомневаться в существовании высших мультипольных членов оператора массы (8), соответствующих другим неприводимым представлениям группы $SU(3)$; вопрос только в том, насколько они влияют на значения масс. Если речь идет о «гиперзарядовом» расщеплении, то учет синглетного и октетного членов уже превосходно согласуется с опытом, так что другие представления для этой цели несущественны. Иначе обстоит дело для «зарядового» расщепления. Это расщепление накладывается на картину «гиперзарядового» как малый эффект, аналогичный сверхтонкой структуре атомных термов. Нет никаких оснований предполагать, что влияние на массу, например, 27-плетного члена унитарного поля пренебрежимо и по сравнению с этим малым эффектом. Высшие члены унитарного поля приводят к множеству параметров, которые при современном состоянии теории не могут быть связаны соотношениями. Поэтому количественное описание зарядового расщепления встречает принципиальные затруднения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Операторы G-спина. Алгебра Ли группы $SU(6)$ состоит из бесследных эрмитовых матриц, которые выражаются через матрицы Окубо в виде

$$\mathrm{A}=\omega_A^B\mathrm{A}_B, \quad \omega_A^B=\overline{\omega_B^A}. \tag{П.1}$$

Перестановочные соотношения для операторов Окубо имеют вид

$$[\mathrm{A}_B^A, \mathrm{A}_D^C]=\delta_D^A\mathrm{A}_B^C-\delta_B^C\mathrm{A}_D^A. \tag{П.2}$$

Ранг группы $SU(6)$, т. е. наибольшее число линейно независимых перестановочных друг с другом операторов в ее алгебре Ли, равен пяти. Приведя эти операторы одновременно к диагональному виду, мы можем записать их как линейные комбинации диагональных матриц Окубо. В их числе получаются операторы заряда и гиперзаряда в $SU(6)$-теории:

$$Q=\mathrm{A}_{\gamma 1}^{\gamma 1}, \quad Y=-\mathrm{A}_{\gamma 3}^{\gamma 3}. \tag{П.3}$$

Так же обозначаются операторы, действующие в любом представлении группы $SU(6)$.

Из операторов A_B^A строится квадратичный оператор Казимира группы $SU(6)$:

$$C_2(6)=\mathrm{A}_B^A\mathrm{A}_A^B=\mathrm{A}_{\beta b}^{\alpha a}\mathrm{A}_{\alpha a}^{\beta b}. \tag{П.4}$$

Этот оператор кратен единичному на каждом пространстве неприводимого представления группы $SU(6)$.

Подгруппа $SU(3)$, лежащая в основе нашего построения (раздел 2) задается образующими ее алгебры Ли (операторами F-спина):

$$A_b^a=\mathrm{A}_{\gamma b}^{\gamma a} \quad (a, b=1, 2, 3, \ \gamma=1, 2). \tag{П.5}$$

Рассматривая данное представление $SU(6)$ на подгруппе $SU(3)$ и разлагая его на неприводимые представления, получаем неприводимые подпространства F-мультиплетов. Оператор Казимира группы $SU(3)$

$$C_2(3)=A_d^cA_c^d=\mathrm{A}_{\gamma d}^{\gamma c}\mathrm{A}_{\delta c}^{\delta d} \tag{П.6}$$

кратен единичному на пространстве каждого F-мультиплета.

В $SU(6)$-теории играют роль и некоторые другие подгруппы $SU(6)$. $SU(4)$ (подгруппа Вигнера). Образующие ее —

$$W_{\beta\bar b}^{\alpha\bar a}=\mathrm{A}_{\beta\bar b}^{\alpha\bar a}-{}^1/_4\,\delta_\beta^\alpha\delta_{\bar b}^{\bar a}\,\mathrm{A}_{\gamma\bar c}^{\gamma\bar c}, \quad \bar a, \bar b, \bar c=1, 2. \tag{П.7}$$

Редукция представления $SU(6)$ по подгруппе $SU(4)$ приводит к W-мультиплетам, и оператор Казимира подгруппы $SU(4)$

$$C_2(4)=W_{\beta\bar b}^{\alpha\bar a}W_{\alpha\bar a}^{\beta\bar b}=\mathrm{A}_{\beta\bar b}^{\alpha\bar a}\mathrm{A}_{\alpha\bar a}^{\beta\bar b}-{}^1/_4\,Y^2 \tag{П.8}$$

кратен единичному на пространстве каждого W-мультиплета.

$SU(2)_J$ (подгруппа обычного спина) имеет образующие

$$a_\beta^\alpha=\mathrm{A}_{\beta c}^{\alpha c} \quad (\alpha, \beta=1, 2, \ c=1, 2, 3) \tag{П.9}$$

и оператор Казимира

$$C_2(2)_J=a_\beta^\alpha a_\alpha^\beta=\mathrm{A}_{\beta c}^{\alpha c}\mathrm{A}_{\alpha d}^{\beta d}, \tag{П.10}$$

кратный единичному на пространстве каждого J-мультиплета. (Обычный спин обозначается здесь через J, так как S употребляется для обозначения странного спина (П.16).)

$SU(2)_T$ (подгруппа изоспина) имеет образующие

$$T_{\bar b}^{\bar a}=\mathrm{A}_{\gamma\bar b}^{\gamma\bar a}-{}^1/_2\,\delta_{\bar b}^{\bar a}\,\mathrm{A}_{\gamma\bar c}^{\gamma\bar c}, \ \bar a, \bar b, \bar c=1, 2 \tag{П.11}$$

и оператор Казимира

$$C_2(2)_T=T_{\bar b}^{\bar a}T_{\bar a}^{\bar b}=\mathrm{A}_{\alpha\bar d}^{\alpha\bar c}\mathrm{A}_{\beta\bar c}^{\beta\bar d}-{}^1/_2\,Y^2, \tag{П.12}$$

кратный единичному на пространстве каждого T-мультиплета (изотопического мультиплета).

$SU(2)_N$ (подгруппа нестранного спина) имеет образующие

$$N_\beta^\alpha=\mathrm{A}_{\beta\bar c}^{\alpha\bar c}-{}^1/_2\,\delta_\beta^\alpha\,\mathrm{A}_{\gamma\bar c}^{\gamma\bar c}, \quad \bar c=1, 2 \tag{П.13}$$

и оператор Казимира

$$C_2(2)_N=N_\beta^\alpha N_\alpha^\beta, \tag{П.14}$$

кратный единичному на пространствах N-мультиплетов.

$SU(2)_S$ (подгруппа странного спина) имеет образующие

$$S_\beta^\alpha=\mathrm{A}_{\beta 3}^{\alpha 3}-{}^1/_2\delta_\beta^\alpha\mathrm{A}_{\gamma 3}^{\gamma 3} \tag{П.15}$$

и оператор Казимира

$$C_2(2)_S=S_\beta^\alpha S_\alpha^\beta, \tag{П.16}$$

кратный единичному на пространствах S-мультиплетов.

Для вектора, принадлежащего пространству J-, T-, N- и S-мультиплета, определим значения J, T, N, S соответственно формулами

$$C_2(2)_J=2J(J+1), \quad C_2(2)_T=2T(T+1), \quad C_2(2)_N=2N(N+1), \quad C_2(2)_S=2S(S+1). \tag{П.17}$$

Таблицы значений $C_2(3)$, $C_2(4)$, J, T, N, S для частиц 56-плета барионов и 35-плета мезонов приведены в [1].

Отметим еще, что проекции J-спина

$$J_1=\frac{1}{2}(a_1^2+a_2^1), \quad J_2=\frac{1}{2i}(a_1^2-a_2^1), \quad J_3=a_1^1=-a_2^2$$

связаны с соответствующими проекциями N- и S-спинов соотношениями

$$J_k=N_k+S_k, \quad k=1, 2, 3. \tag{П.18}$$

Литература

[1] M. B. Bég, V. Singh. Phys. Rev. Lett., 13, 418, 1964.

MULTIPOLE THEORY OF HADRONS

Yu. B. RUMER, A. I. FET

A new method is presented to derive the mass formula in the $SU(6)$ theory (Bég — Singh), based on the direct analogy with the dynamical description of the fine structure of atomic terms. The $SU(6)$ group is considered as a symmetry group of the hadronic G-spin (that is conventional spin combined with the unitary spin), and its subgroup $SU(3)$ is interpreted as the symmetry group of the hadron as a whole.