

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР В ТЕОРИИ ЯНГА — МИЛЛСА

А. М. АЛТУХОВ, И. Б. ХРИПЛОВИЧ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 22 июля 1969 г.)

Рассматривается поле Янга — Миллса в радиационной калибровке. Его гамильтониан выписан как явная функция независимых канонических переменных в виде ряда по константе связи. Из рассмотрения возникающих из этого гамильтониана фейнмановских графиков получено простое объяснение необходимости введения добавочных диаграмм с фиктивными частицами при ковариантном описании янг-миллсовского поля. Дано корректное определение тока самодействия янг-миллсовских частиц с учетом швингеровского разнесения аргументов. При помощи этого определения вычислен поляризационный оператор поля Янга — Миллса во втором порядке по константе связи. Показано, что в теории возмущений у янг-миллсовских частиц масса не возникает.

1. Как известно, в квантовой электродинамике обычное определение плотности тока в виде билинейной комбинации операторов заряженного поля, взятых в одной точке, приводит иногда к противоречиям [1]. Как указал впервые Швингер [1], можно избежать противоречий, если брать операторы заряженного поля в точках, разделенных пространственноподобным интервалом, и устремлять это разнесение аргументов к нулю лишь на последнем этапе вычислений. Чтобы такое доопределение не нарушало калибровочную инвариантность плотности тока, приходится вводить дополнительную явную зависимость тока от операторов электромагнитного поля [1, 2]. Указанное доопределение позволяет получить для поляризационного оператора фотона $\Pi_{\mu\nu}(k)$ выражение, естественно удовлетворяющее требованиям калибровочной и релятивистской инвариантности [2-4]. В частности, в теории возмущений условие $\Pi_{\mu\nu}(0) = 0$ выполняется при этом автоматически.

Швингеровское определение плотности фермионного тока было обобщено на случай теории с неабелевой калибровочной группой в работах [5-7]. Такое обобщение позволяет заключить, что вклад фермионных петель в поляризационный оператор янг-миллсовского кванта $\Pi_{\mu\nu}^f(k)$ обращается в нуль при $k = 0$, подобно тому, как это происходит в электродинамике. Таким образом, за счет взаимодействия только с фермионным полем янг-миллсовский квант не может приобрести массу в теории возмущений. Этот вывод достаточно очевиден, так как при обычном вычислении $\Pi_{\mu\nu}^f$ с помощью фейнмановских диаграмм получается выражение, отличающееся от результата аналогичных вычислений для поляризационного оператора фотона лишь изотопическим множителем $\delta^{\alpha\beta}$.

Однако вопрос о вкладе тока самодействия янг-миллсовского поля в его поляризационный оператор представляется не столь очевидным [8]. Более того, есть утверждение [9], что благодаря самодействию янг-миллсовского поля оно приобретает массу естественным образом уже в теории возмущений. Однако в работе [10] показано, что в теории возмущений янг-миллсовский квант не может приобрести массу даже при учете самодействия. Более того, вне рамок теории возмущений условия возникновения массы у кван-

тов поля Янга — Миллса оказываются, во всяком случае, еще жестче, чем обсуждавшиеся ранее Швингером [11] условия возникновения массы у фотона. Упомянутые результаты были получены в работе [10] путем рассмотрения спектральных свойств функций Грина поля Янга — Миллса с использованием канонических перестановочных соотношений, так сказать, непрямой способ. Вопрос о конкретном доопределении тока самодействия янг-миллсовского поля был в этой статье обойден. В настоящей работе дано обобщение швингеровского определения на случай тока янг-миллсовских частиц, а затем с учетом швингеровских добавок вычислен поляризационный оператор янг-миллсовского кванта в низшем порядке теории возмущений.

2. Ввиду известных затруднений с ковариантным описанием янг-миллсовского поля [12-16] мы будем рассматривать его в радиационной калибровке. Для простоты ограничимся рассмотрением самодействующего поля Янга — Миллса. Его лагранжиану плотность запишем в виде

$$L = -\frac{1}{4} f_{\mu\nu}^\alpha f_{\mu\nu}^\alpha, \quad (1)$$

$$f_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu b_\nu^\alpha - \partial_\nu b_\mu^\alpha + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_\mu^\beta b_\nu^\gamma. \quad (1a)$$

Канонические импульсы поля равны

$$\pi_0^\alpha = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 b_0^\alpha)} = 0, \quad (2)$$

$$\pi_m^\alpha = -\frac{\partial L}{\partial(\partial_0 b_m^\alpha)} = -f_{0m}^\alpha. \quad (3)$$

Гамильтонова плотность с точностью до трехмерной дивергенции запишется так:

$$H = \frac{1}{2} \pi_m^\alpha \pi_m^\alpha + \frac{1}{4} f_{mn}^\alpha f_{mn}^\alpha + b_0^\alpha (\partial_m \pi_m^\alpha - 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \pi_m^\beta b_m^\gamma). \quad (4)$$

Из уравнения (2) следует, что

$$\partial_0 \pi_0^\alpha = -\frac{\partial H}{\partial b_0^\alpha} = -(\partial_m \pi_m^\alpha + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta \pi_m^\gamma) = 0. \quad (5)$$

Таким образом, последнее слагаемое в (4) может быть опущено. Наложим теперь условие радиационной калибровки

$$\partial_m b_m^\alpha = 0 \quad (6)$$

и разобьем канонический импульс на трехмерно-поперечную и продольную части

$$\pi_m^\alpha = p_m^\alpha + \partial_m \varphi^\alpha; \quad \partial_m p_m^\alpha = 0. \quad (7)$$

Тогда плотность гамильтониана может быть записана в виде

$$H = \frac{1}{2} p_m^\alpha p_m^\alpha + \frac{1}{2} \partial_n b_m^\alpha \partial_n b_m^\alpha + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \partial_m b_n^\beta b_m^\alpha b_n^\gamma + g^2 (b_m^\alpha b_m^\beta b_n^\beta b_n^\alpha - b_m^\alpha b_m^\beta b_n^\alpha b_n^\beta) - \frac{1}{2} \varphi^\alpha \Delta \varphi^\alpha. \quad (8)$$

При этом в силу соотношения (5) φ^α удовлетворяет уравнению

$$\Delta \varphi^\alpha = -2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta (p_m^\gamma + \partial_m \varphi^\gamma). \quad (9)$$

Решая уравнение (9) итерациями по константе связи, нетрудно получить следующее выражение для n -го члена разложения φ^α :

$$\varphi^{(n)} = (-2g)^n D^{\alpha\alpha_1} (\varepsilon^{\alpha_1\beta_1\gamma_1} b_{m_1}^{\beta_1} \partial_{m_1} D^{\gamma_1\alpha_2}) \dots \dots (\varepsilon^{\alpha_{n-1}\beta_{n-1}\gamma_{n-1}} b_{m_{n-1}}^{\beta_{n-1}} \partial_{m_{n-1}} D^{\gamma_{n-1}\alpha_n}) \varepsilon^{\alpha_n\beta_n\gamma_n} b_{m_n}^{\beta_n} p_{m_n}^{\gamma_n}, \quad (10)$$

где для удобства введен интегральный оператор $D^{\alpha\alpha_1} = \delta^{\alpha\alpha_1} \Delta^{-1}$. Подставляя полученный для φ^α ряд по константе связи в (8), можно выразить плотность гамильтониана через независимые канонические переменные b_m^α и p_m^α в виде разложения

$$H = \frac{1}{2} p_m^\alpha p_m^\alpha + \frac{1}{2} \partial_n b_m^\alpha \partial_n b_m^\alpha + 2g \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \partial_m b_n^\alpha b_m^\beta b_n^\gamma + g^2 (b_m^\alpha b_m^\alpha b_n^\beta b_n^\beta - b_m^\alpha b_m^\beta b_n^\alpha b_n^\beta) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-2g)^{n+1} n (\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta p_m^\gamma) D^{\alpha\alpha_1} \varepsilon^{\alpha_1\beta_1\gamma_1} b_{m_1}^{\beta_1} \partial_{m_1} D^{\gamma_1\alpha_2} \dots (\varepsilon^{\alpha_n\beta_n\gamma_n} b_{m_n}^{\beta_n} p_{m_n}^{\gamma_n}). \quad (11)$$

Первые три члена этого ряда были выписаны в работе [10] в менее удобной форме. Канонические перестановочные соотношения с учетом трехмерной поперечности поля таковы:

$$[p_m^\alpha(x, t), b_n^\beta(y, t)] = i\delta^{\alpha\beta} (\delta_{mn} \delta(x-y) + \frac{1}{4\pi} \partial_m \partial_n \frac{1}{|x-y|}) \equiv i\delta^{\alpha\beta} d_{mn} \delta(x-y). \quad (12)$$

Выражение (11) для H следовало бы еще симметризовать по некоммутирующим операторам. Можно показать, однако, что слагаемые, которыми симметризованное выражение отличается от (11), сводятся к трехмерной дивергенции и поэтому могут быть опущены.

Для перехода к представлению взаимодействия в гамильтоновой плотности (11) достаточно отождествить p_m^α с каноническим трехмерно-поперечным импульсом свободного поля, т. е. с величиной $-\partial_0 b_m^\alpha$. Отметим, что, как было показано в [10], гамильтониан взаимодействия не следует записывать в виде N -произведения.

При рассмотрении фейнмановских диаграмм в обсуждаемом формализме наряду с функцией Грина физического, трехмерно-поперечного кванта, которая в импульсном представлении равна

$$D_{mn}^{\alpha\beta(0)} = \frac{d_{mn}(p)}{p^2 - \omega^2} \delta^{\alpha\beta}, \quad d_{mn}(p) = \delta_{mn} - \frac{p_m p_n}{p^2} \quad (13)$$

и изображается на графиках сплошной линией, удобно ввести фурье-образ интегрального оператора $D^{\alpha\alpha_1}$

$$D_{00}^{\alpha\beta(0)} = -\delta^{\alpha\beta} \frac{1}{p^2}, \quad (14)$$

изображаемый на графиках пунктирной линией.

Тогда наряду с обычными графиками рис. 1 и 2 гамильтониан (11) порождает бесконечный ряд первичных диаграмм, первые три из которых изображены на рис. 3—5. Явная запись первичных диаграмм очевидна из рассмотрения гамильтониана (11). Характерной чертой обсуждаемой графической техники является, как нетрудно убедиться из рассмотрения первичных диаграмм, отсутствие графиков с замкнутыми петлями, образованными только пунктирными линиями. Иными словами, в замкнутой петле хотя бы одна линия должна соответствовать физическому кванту. С нашей

точки зрения, это обстоятельство объясняет обнаруженную в работах [12—16] необходимость введения добавочных диаграмм с замкнутыми петлями, образованными фиктивными скалярными частицами и имеющими, так сказать, неправильный общий знак. Действительно, при ковариантном описании янг-миллсовского поля (а также в формализме радиационной калибровки, развитом в [16]) линия янг-миллсовского поля на диаграммах



Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

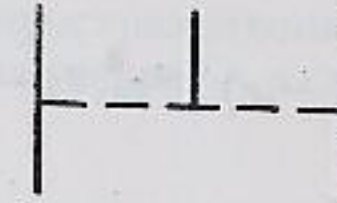


Рис. 4

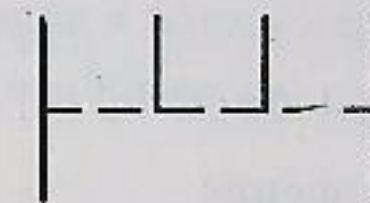


Рис. 5

соответствует сумме функций Грина физических и нефизических (временных, продольных) квантов. Поэтому в такой технике замкнутая петля, образованная этими линиями, по существу является набором петель, каждая из которых содержит наряду с функциями Грина, описывающими распространение физических квантов, функции Грина нефизических частиц. Причем в этой сумме имеется замкнутая петля, образованная только нефизическими квантами, а этой петле на самом деле быть не должно. Добавочные диаграммы, введенные в [12—16], нужны как раз для сокращения этих лишних петель. Отметим также, что вершина, соответствующая подключению сплошного отростка к пунктирной перекладине на графиках типа 4, 5 в нашей технике, совпадает с вершиной, описывающей присоединение янг-миллсовской линии к петле, образованной фиктивными частицами, в формализме радиационной калибровки, развитом в работе [15].

3. Перейдем теперь к вопросу об определении плотности тока янг-миллсовских частиц. Под плотностью тока $j_\nu^\alpha(x)$ мы будем понимать сумму всех нелинейных слагаемых в уравнении движения

$$\partial_\mu f_{\mu\nu}^\alpha(x) + 2g \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_\mu^\beta(x) f_{\mu\nu}^\gamma(x) = 0, \quad (15)$$

которое, таким образом, запишется в виде

$$-\partial_\mu (\partial_\mu b_\nu^\alpha - \partial_\nu b_\mu^\alpha) = j_\nu^\alpha. \quad (16)$$

Заметим, что, в отличие от фермионного тока, в теориях с неабелевой группой [5—7], ток самодействия янг-миллсовского поля даже без швингеровской раздвижки не является вектором относительно преобразований с переменной фазой. Поэтому мы будем исходить из требования: уравнение (15) и после разнесения аргументов в произведениях операторов должно в целом сохранить правильные трансформационные свойства.

Введем оператор $V^{\alpha\delta}(x)$, удовлетворяющий уравнению [18, 16]

$$\partial_\mu V^{\alpha\delta}(x) = 2g \varepsilon^{\beta\gamma\delta} V^{\alpha\beta}(x) b_\mu^\gamma(x). \quad (17)$$

Если в качестве $V^{\alpha\delta}(x)$ выбрать решение уравнения (17), удовлетворяющее граничному условию $V^{\alpha\delta}|_{x \rightarrow -\infty} = \delta^{\alpha\delta}$, то оно запишется в виде ряда по константе связи следующим образом:

$$V^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} + 2g \varepsilon^{\alpha\gamma\delta} \int_{-\infty}^x d\xi_\mu b_\mu^\gamma(\xi) + \dots \quad (18)$$

Ряд (18) является, очевидно, аналогом величины $\exp\left(ie \int_{-\infty}^x d\xi_\mu A_\mu(\xi)\right)$,

умножение на которую в квантовой электродинамике делает операторы заряженных полей инвариантными относительно градиентных преобразований с переменной фазой, исчезающей на $-\infty$ [19]. Величины $V^{\alpha\beta}(x)f_{\mu\nu}^\beta(x)$ соответственно инвариантны относительно изотопических вращений с параметрами, зависящими от координат и обращающимися в нуль на $-\infty$. Однако $V^{\alpha\beta}f_{\mu\nu}^\beta$ по-прежнему остаются векторами по отношению к поворотам в изотопическом пространстве с параметрами, не зависящими от координат.

Теперь ясно, что величина $V^{-1}(x)V(x-\varepsilon)f_{\mu\nu}(x-\varepsilon)$ преобразуется так же, как и $f_{\mu\nu}(x)$. Поэтому уравнение движения с доопределенным произведением $b_\mu f_{\mu\nu}$ записывается в виде

$$\partial_\mu f_{\mu\nu}^\alpha(x) + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_\mu^\beta(x) (V^{-1}(x)V(x-\varepsilon))^{\gamma\delta} f_{\mu\nu}^\delta(x-\varepsilon) = 0. \quad (19)$$

Используя соотношение

$$(V^{-1}(x)V(x-\varepsilon))^{\gamma\delta} \approx \delta^{\gamma\delta} - 2g\varepsilon^{\gamma\delta\epsilon} \varepsilon_\lambda b_\lambda^\epsilon \left(x - \frac{\varepsilon}{2}\right), \quad (20)$$

которое получается разложением обоих сомножителей, стоящих слева, в окрестности точки $x - (\varepsilon/2)$, приходим к следующему уравнению:

$$\begin{aligned} \partial_\mu f_{\mu\nu}^\alpha(x) + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_\mu^\beta(x) f_{\mu\nu}^\gamma(x-\varepsilon) - \\ - 4g^2 \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon^{\delta\epsilon} \varepsilon_\lambda b_\lambda^\epsilon \left(x - \frac{\varepsilon}{2}\right) b_\mu^\beta(x) f_{\mu\nu}^\delta(x-\varepsilon) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Чтобы получить корректное выражение для плотности тока, остается доопределить напряженности $f_{\mu\nu}^\alpha(x)$, которые сами нелинейно зависят от операторов поля $b_\mu^\alpha(x)$ (см. формулу (1)). Эта задача осложняется тем, что, в отличие от уравнения движения (15), которое может быть записано в виде $D_\mu^{\alpha\beta} f_{\mu\nu}^\beta = 0$, где введена ковариантная производная $D_\mu^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} \partial_\mu + 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_\mu^\gamma$, выражение (1) для $f_{\mu\nu}^\alpha$ нельзя представить в виде ковариантного ротора от какой-либо величины.

При доопределении удобнее иметь дело с матричным оператором

$$\begin{aligned} \tau_{\mu\nu}^\alpha(x) = \frac{1}{2} (\hat{D}_\mu(x) \tau^\alpha b_\nu^\alpha(x) - \hat{D}_\nu(x) \tau^\alpha b_\mu^\alpha(x)) + \text{э. с.}, \\ \hat{D}_\mu(x) = \partial_\mu - ig \tau^\alpha b_\mu^\alpha(x). \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь τ^α — матрицы Паули. Аналогично (17), вводя оператор $\hat{Y}(x)$, удовлетворяющий уравнению

$$\partial_\mu \hat{Y}(x) = ig \hat{Y}(x) \tau^\alpha b_\mu^\alpha(x), \quad (23)$$

можно получить доопределенный матричный оператор

$$\begin{aligned} \tau_{\mu\nu}^\alpha(x) = \frac{1}{2} \hat{Y}^{-1}(x, x-\varepsilon) \hat{D}_\mu(x-\varepsilon) (\hat{Y}(x, x-\varepsilon) \tau^\alpha b_\nu^\alpha(x)) - \\ - \frac{1}{2} \hat{Y}^{-1}(x, x-\varepsilon) \hat{D}_\nu(x-\varepsilon) (\hat{Y}(x, x-\varepsilon) \tau^\alpha b_\mu^\alpha(x)) + \text{э. с.}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\hat{Y}(x, x-\varepsilon) = \hat{Y}^{-1}(x-\varepsilon, x) \hat{Y}(x) \approx 1 - ig \tau^\alpha \varepsilon_\lambda b_\lambda^\alpha \left(x - \frac{\varepsilon}{2}\right); \quad \hat{Y}^{-1} = \hat{Y}^+$$

Мы не останавливаемся на деталях получения (24), так как швингеровские добавки к $f_{\mu\nu}^\alpha(x)$ оказываются несущественными, по крайней мере, для вычисления поляризационного оператора. Комбинируя (24) с (21) и

сравнивая результат с (16), можно получить окончательное выражение для плотности тока с учетом швингеровской раздвижки, которое мы не станем выписывать в явном виде из-за его громоздкости. В заключение следует отметить, что полученное выражение для j_μ^α следует симметризовать по некоммутирующим операторам.

4. Вычисление поляризационного оператора янг-миллсовского поля начнем с его пространственных компонент. Используя обычную редукцион-



Рис. 6

ную формулу и пространственные компоненты уравнений движения, которые могут быть записаны в радиационной калибровке с учетом сохранения тока в виде

$$\square b_m^\alpha = d_{mn} j_n^\alpha, \quad (25)$$

получаем для пространственной части функции Грина $D_{mn}^{\alpha\beta}(p)$ следующее соотношение:

$$\begin{aligned} p^4 D_{mn}^{\alpha\beta}(p) = i \int d^4 x e^{-ipx} \{d_{mk}(p) d_{nl}(p) \langle T j_k^\alpha(x) j_l^\beta(0) \rangle - \\ - \delta(x_0) d_{nl}(p) \langle [\partial_0 b_m^\alpha(x), j_l^\beta(0)] \rangle - d_{nl}(p) \partial_0 (\delta(x_0) \times \\ \times \langle [b_m^\alpha(x), j_l^\beta(0)] \rangle) + p^2 \delta(x_0) \langle [b_m^\alpha(x), \partial_0 b_n^\beta(0)] \rangle\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Весь расчет проведем во втором порядке теории возмущений, ограничиваясь расходящимися членами.

Во втором порядке по константе связи первое слагаемое в (26) соответствует обычной диаграмме рис. 6, описывающей поляризацию вакуума. На этом графике каждой линии соответствует свободная функция Грина (13), а вид вершины легко находится из записи тока в первом порядке по g :

$$j_k^\alpha(x) \approx 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta(x) [\partial_k b_m^\gamma(x-\varepsilon) - 2\partial_m b_k(x-\varepsilon)]. \quad (27)$$

При вычислении этой диаграммы следует сначала интегрировать по временной, а затем по пространственным компонентам внутреннего импульса q [3, 4]. Швингеровская раздвижка, которую достаточно провести только в одном токе, приводит к появлению под интегралом фактора $\exp i q \varepsilon$, так что $1/\varepsilon^2$ играет роль параметра обрезания. В результате довольно громоздких вычислений находим

$$\begin{aligned} id_{mk}(p) d_{nl}(p) \int d^4 x e^{-ipx} \langle T j_k^\alpha(x), j_l^\beta(0) \rangle = \\ = \delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{g^2}{3\pi^2} \left\{ \frac{4}{\varepsilon^2} + \left(\frac{27}{10} p^2 + \frac{1}{2} \omega^2 \right) \ln \frac{1}{p^2 \varepsilon^2} \right\}, \quad p_\mu = (\omega, \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (28)$$

Для вычисления одновременных коммутаторов, через которые выражаются остальные слагаемые в (26), необходимо переписать $\partial_0 b_m^\alpha$ и j_l^β через канонические переменные. В частности,

$$\partial_0 b_n^\alpha(0) \approx -p_n^\alpha(0) - \frac{g^2}{\pi} \varepsilon^{\alpha\gamma\delta} \varepsilon^{\beta\delta\epsilon} d_{nh} \left\{ b_h^\gamma(0) \int \frac{dz}{|z|} p_i^\epsilon(z-\varepsilon) b_l^\beta(z) \right\}. \quad (29)$$

Здесь в выражении для нулевой компоненты плотности тока в первом порядке по g

$$j_0^\alpha(x) \approx 2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} p_l^\beta(x - \varepsilon) b_l^\gamma(x) \quad (30)$$

также произведено швингеровское разнесение аргументов. С помощью (29) находим следующее выражение для последнего слагаемого в (26):

$$\delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) (-p^2) \left(1 + \frac{2g^2}{3\pi^2} \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2}\right). \quad (31)$$



Рис. 7

При вычислении с принятой точностью второго слагаемого в (26) следует принять $\partial_0 b_m^\alpha$ равным $-p_m^\alpha$. Не приводя довольно громоздких вычислений, выпишем вклады, которые дают различные члены в $j_l^\beta(0)$ в это слагаемое.



Рис. 8

Отметим еще раз, что, как показывают вычисления, учет швингеровских добавок к $f_{\mu\nu}^\alpha$ вообще не влияет на результат. Единственное слагаемое, появляющееся в $p^4 D_{mn}^{\alpha\beta}$ из-за учета швингеровского доопределения тока, обусловлено последним членом в (21) и равняется

$$\delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{8g^2}{3\pi^2} \frac{1}{\varepsilon^2}. \quad (32)$$

Второй член в (21) дает в $p^4 D_{mn}^{\alpha\beta}$ вклады двух сортов. Первый из них обусловлен слагаемым $-4g^2\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\varepsilon^{\nu\delta\epsilon} b_m^\beta(0) b_m^\delta(-\varepsilon) b_l^\epsilon(-\varepsilon)$ и может быть описан «пузырем» — фейнмановской диаграммой рис. 7. Он равен

$$-\delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{8g^2}{3\pi^2} \frac{1}{\varepsilon^2}. \quad (33)$$

Другой вклад соответствует слагаемому

$$2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} b_0^\beta(0) f_{0l}^\gamma(-\varepsilon) \approx 4g^2\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\varepsilon^{\beta\delta\epsilon} \Delta^{-1}(b_h^\delta p_h^\epsilon) p_l^\gamma$$

в токе, описывается диаграммой рис. 8 и равен

$$-\delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{g^2}{\pi^2} \left(\frac{4}{3\varepsilon^2} + \frac{2}{5} p^2 \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2}\right). \quad (34)$$

Наконец, последний вклад в $p^4 D_{mn}^{\alpha\beta}$ от второго слагаемого в (26) обусловлен, так сказать, неканонической частью тока, которая возникает при учете нелинейности $f_{\mu\nu}^\alpha$ в первом члене (21). Существенная для нас неканоническая часть $j_l^\alpha(0)$, равная $2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \partial_0(b_0^\beta(0) b_l^\gamma(-\varepsilon))$, может быть приве-

дена с учетом сохранения тока к виду

$$2g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \{\Delta^{-1}(\partial_m j_m^\beta) b_l^\gamma - \Delta^{-1}(j_0^\beta) p_l^\gamma\}.$$

Ее вклад в (26) описывается также диаграммой рис. 8. Он равен

$$-\delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{2g^2}{3\pi^2} p^2 \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2}. \quad (35)$$

Остается еще одно, третье слагаемое в (26). Учет симметризации тока по некоммутирующим операторам позволяет выразить его через вакуумные средние от одновременных антикоммутаторов b_m^α с p_n^β , которые, очевидно, равны нулю. Поэтому и все это слагаемое в (26) обращается в нуль.

Вводя поляризационный оператор $\Pi_s(p)$ физических квантов с помощью соотношения

$$D_{mn}^{\alpha\beta}(p) = \delta^{\alpha\beta} d_{mn}(p) \frac{1}{\Pi_s(p) - p^2}, \quad (36)$$

находим для него следующее выражение:

$$\Pi_s(p) \approx \frac{g^2}{2\pi^2} p^2 \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2}. \quad (37)$$

Учет швингеровского слагаемого (32) позволил получить для $\Pi_s(p)$ выражение, которое действительно обращается в нуль при $p=0$, так что



Рис. 9



Рис. 10

в теории возмущений у физического кванта масса не возникает. Нековариантность ответа является следствием использования радиационной калибровки и подробно обсуждается в работе [10].

Перейдем теперь к временной части янг-милсовской функции Грина $D_{00}^{\alpha\beta}$. Под этой величиной мы будем понимать интегральный оператор, соответствующий «кулоновскому» взаимодействию между реальными физическими зарядами. Иными словами, это есть обросшая пунктирная линия, переходящая и справа и слева в две сплошные.

Обрастание пунктирной линии описывается диаграммами рис. 9 и 10, первая из которых получается итерацией диаграммы рис. 3, а вторая — замыканием внутренних сплошных отростков на диаграмме рис. 5 [10]. Их вклады в $D_{00}^{\alpha\beta}$ равны соответственно

$$\frac{\delta^{\alpha\beta}}{p^2} \frac{g^2}{6\pi^2} \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2} \quad (38)$$

и

$$-\frac{\delta^{\alpha\beta}}{p^2} \frac{2g^2}{3\pi^2} \ln \frac{1}{p^2\varepsilon^2}. \quad (39)$$

Отсюда для поляризационного оператора $\Pi_t(p)$ временных квантов, который мы определим с помощью соотношения [10]

$$D_{00}^{\alpha\beta}(p) = \delta^{\alpha\beta} \frac{p^2}{p^2(\Pi_t(p) - p^2)} \quad (40)$$

с учетом вклада в $D_{00}^{\alpha\beta}(p)$ диаграммы 3, равного [10] $-\delta^{\alpha\beta}/p^2$, получаем

выражение

$$\Pi_l(p) = \frac{g^2}{2\pi^2} p^2 \ln \frac{1}{p^2 \epsilon^2}. \quad (41)$$

Отметим, что в $\Pi_l(p)$ швингеровские члены вообще не дают вклада. Дело в том, что вклад диаграммы 9, равный в принятом приближении

$$i \int d^4x e^{-ipx} \langle T j_0^\alpha(x) j_0^\beta(0) \rangle, \quad (42)$$

может быть получен аналогично (29) с помощью редукционной формулы с использованием уравнения движения

$$\Delta b_0^\alpha = j_0^\alpha. \quad (43)$$

Но так как оператор Лапласа коммутирует со знаком T -упорядочения, то одновременных коммутаторов здесь не возникает, так что швингеровские члены несущественны.

Подчеркнем, что и $\Pi_l(p)$ также обращается в нуль при $p^2 = 0$, следовательно, кулоновское дальнее действие зарядов в статическом пределе сохраняется и при учете радиационных поправок к $D_{00}^{\alpha\beta}$.

Может ли измениться этот вывод, если учесть радиационные поправки к функции Грина физического кванта и к вершине перехода пунктирной

линии в две сплошные? Источник пунктирной линии $-2g\epsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta p_m^\gamma$ отличается от плотности заряда $j_0^\alpha = -2g\epsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta (p_m^\gamma + \partial_m \varphi^\gamma + \partial_m b_0^\gamma)$

лишь трехмерной дивергенцией. Поэтому интеграл по пространству от этого источника совпадает с интегралом от j_0^α , т. е. с оператором изотопического заряда, который, конечно, коммутирует с гамильтонианом системы, а следовательно, вообще не меняется при учете радиационных поправок. Вопрос же о том, как влияют радиационные поправки к вершине и функции Грина реального кванта на взаимодействие на больших расстояниях,

сводится к вопросу о поведении фурье-образа величины $-2g\epsilon^{\alpha\beta\gamma} b_m^\beta(x) p_m^\gamma(x)$ при $p \rightarrow 0$. Но эта величина совпадает с изотопическим зарядом, так что радиационные поправки вообще ее не меняют.

Таким образом, приведенные расчеты показывают, что в теории возмущений физический янг-миллсовский квант не может приобрести массу, а кулоновское дальнее действие зарядов в статическом пределе не может исчезнуть.

Отметим, что в работе [15] приводится выражение для поляризационного оператора янг-миллсовского кванта в ковариантной калибровке. Однако вопрос о постоянной части поляризационного оператора в статье [15] по существу не обсуждается.

Выражение для поляризационного оператора, найденное в настоящей работе, соответствует с принятой точностью результату статьи [10], полученному иным способом. Это указывает на правильность предложенного в настоящей работе доопределения тока самодействия янг-миллсовских частиц и одновременно подтверждает согласованность спектральных условий и канонических перестановочных соотношений, используемых в статье [10].

В заключение авторы искренне благодарят А. И. Вайнштейна и В. В. Соколова за многочисленные ценные обсуждения.

Литература

- [1] J. Schwinger. Phys. Rev. Lett., 3, 296, 1966.
- [2] K. Johnson. Nucl. Phys., 25, 431, 1961.
- [3] В. Н. Грибов, Б. Л. Иоффе, И. Я. Померанчук. ЯФ, 6, 587, 1967.
- [4] В. В. Соколов. ЯФ, 8, 559, 1968.

- [5] В. В. Соколов, И. Б. Хриплович. ЖЭТФ, 51, 854, 1966.
- [6] В. В. Соколов, И. Б. Хриплович. ЯФ, 5, 644, 1967.
- [7] L. Kannenberg, R. Arnowitz. Ann. Physics, 49, 93, 1968.
- [8] C. N. Yang, R. L. Mills. Phys. Rev., 96, 191, 1954.
- [9] J. J. Sakurai. Ann. Physics, 11, 1, 1960.
- [10] И. Б. Хриплович. ЯФ, 10, 410, 1969.
- [11] J. Schwinger. Phys. Rev., 125, 397, 1962.
- [12] R. P. Feynman. Acta Phys. Polon., 24, 697, 1963.
- [13] B. S. De Witt. Phys. Rev., 162, 1195, 1967.
- [14] L. D. Faddeev, V. N. Popov. Phys. Lett., 25B, 30, 1967.
- [15] В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев. Препринт, ИТФ, АН УССР, Киев, 1967.
- [16] S. Mandelstam. Phys. Rev., 175, 1580, 1968.
- [17] J. Schwinger. Phys. Rev., 125, 1043, 1962; 127, 324, 1962.
- [18] I. Bialynicki-Birula. Bull. Acad. Pol. des S., XI, 135, 1963.
- [19] S. Mandelstam. Ann. Physics, 19, 1, 1962.

DEFINITION OF THE VECTOR-PARTICLE CURRENT AND POLARIZATION OPERATOR IN THE YANG — MILLS THEORY

A. M. ALTUKHOV, I. B. KHRIPLOVICH

Yang — Mills field is considered in radiation gauge. The Hamiltonian is written as an explicit function of independent canonical variables in form of a series in the coupling constant. Considering the Feynman graphs resulting from the Hamiltonian the authors get a simple explanation of the necessity to introduce additional graphs with fictive particles under covariant description of the Yang — Mills field. A correct definition of the self-interaction current for the Yang — Mills particles is given with account of the Schwinger separation of the arguments. Polarization operator for the Yang — Mills field is calculated with this definition to the second order in the coupling constant. It is shown that no mass of the Yang — Mills field arises in the perturbation theory.