ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
том 12, вып. 3, 1970

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ АМПЛИТУД μ-ЗАХВАТА И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ

А. И. ВАЙНШТЕЙН, В. И. ЗАХАРОВ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 5 февраля 1970 г.)

На основе гипотезы частичного сохранения аксиального тока и предположения о возможности разложения амплитуды в ряд по импульсам получены предсказания для константы эффективного псевдоскаляра в μ-захвате на протоне и для пороговых сечений фото- и электророждения π-мезонов на нуклонах.

1. Введение

В настоящей работе получены низкоэнергетические теоремы для амплитуды μ-захвата на протоне и амплитуд порогового фото- и электророждения π-мезонов на нуклонах. Эти теоремы основаны на двух гипотезах: а) о частичном сохранении аксиального тока; б) о возможности разложения амплитуды в ряд по импульсам с учетом небольшого числа членов ряда. Это разложение предполагается справедливым для импульсов ∼μ — массы π-мезона — и поэтому эквивалентно допущению о малости массы пиона в масштабе масс сильных взаимодействий.

Следствия из гипотезы а) для рассматриваемых процессов были получены в работах [1–4]. Наш способ получения низкоэнергетических теорем и вычисления сечений близок к используемому в работах [5–8]. В отличие от известных вычислений мы во всех рассмотренных случаях учитываем следующий член в разложении амплитуды. В случае фото- и электророждения существенно использовались ограничения, следующие из кроссинг-симметрии.

В результате мы получаем соотношения, которые должны выполняться с точностью порядка 1—3%. Такие предсказания получены для следующих экспериментальных величин: 1) отношения пороговых сечений фоторождения заряженных π-мезонов, 2) сечений электророждения заряженных пионов на пороге, которые выражены через сечение фоторождения, радиус аксиального формфактора нуклона, электрический радиус π-мезона, 3) константы эффективного псевдоскаляра в μ-захвате, выраженной через радиус аксиального формфактора.

В связи с высокой точностью сравнение этих предсказаний с опытом могло бы служить критической проверкой гипотез а), б).

В случае фото- и электророждения нейтральных π-мезонов старшие члены разложения исчезают и поэтому точность предсказаний не так высока, как в указанных выше соотношениях. Тем не менее наше рассмотрение позволяет увеличить точность результата для рождения π^0-мезонов на протонах, а в случае рождения π^0-мезона на нейтроне впервые корректно сформулировать количественные следствия из гипотез а), б).

Порядок изложения: во втором разделе рассматривается константа эффективного псевдоскаляра в μ-захвате, в третьем получена низкоэнергетическая теорема для амплитуд фото- и электророждения пионов, которая в четвертом и пятом разделах используется для предсказания пороговых сечений фото- и электророждения.

2. Константа эффективного псевдоскляра в μ-захвате на протоне

Амплитуда μ-захвата на протоне имеет вид

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle n | v_\lambda + a_\lambda | p \rangle \bar{u}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) u_\mu, \tag{1}$$

где G — константа слабых взаимодействий, $G = 1{,}02 \cdot 10^{-5} m^{-2}$, m — масса нуклона; v_λ, a_λ — векторная и аксиальная части слабого тока адронов без изменения странности; u_μ, u_ν — волновые функции μ-мезона и нейтрино.

Нас будет интересовать матричный элемент $\langle p | a_\lambda | n \rangle$. Если предположить, как обычно, что ток a_λ имеет определенную G-четность, то матричный элемент от a_λ по нуклонным состояниям описывается двумя формфакторами $g(k^2)$, $h(k^2)$

$$\langle n | a_\lambda | p \rangle = g(k^2) \bar{u}_2 \gamma_\lambda \gamma_5 u_1 - h(k^2) k_\lambda \bar{u}_2 \hat{k} \gamma_5 u_1, \tag{2}$$

где k — переданный лептонам импульс, u_2, u_1 — волновые функции нейтрона и протона.

Из условия сохранения аксиального тока в пределе равной нулю массы π-мезона получаем [1]

$$g(k^2) = k^2 h(k^2). \tag{3}$$

Это соотношение исчерпывает для данного процесса все следствия из гипотезы о сохранении аксиального тока. Рассмотрим теперь следствия из предположения о малости массы μ, или, что то же самое, о возможности разложения амплитуды в ряд по $\mu / m_{\text{хар}}$, $m_{\text{хар}}$ — некоторая «характерная» для сильных взаимодействий масса.

В формфактор $h(k^2)$ дает вклад диаграмма с π-мезонным полюсом. Выделяя этот вклад, запишем $h(k^2)$ как

$$h(k^2) = \frac{f_\pi g_r}{m\sqrt{2}} \frac{1}{k^2 - \mu^2} + r(k^2), \tag{4}$$

где g_r — константа связи π-мезона с нуклоном, $g_r^2 / 4\pi = 14{,}6$; f_π — константа распада $\pi \to \mu\nu$, $f_\pi = 0{,}93\,\mu$.

При небольших значениях k, $k \sim \mu$, полюсной вклад пропорционален μ^{-2} и, если величина μ^2 действительно мала в масштабе масс сильных взаимодействий, он должен доминировать [9, 10]. Это предположение используется при выводе [1, 11, 12] соотношения Гольдбергера — Треймана. В случае захвата медленного μ-мезона $k^2 = k_0^2 = -m_\mu^2 (1 + m_\mu / m)^{-1}$ и для константы эффективного псевдоскаляра g_P получаем в полюсном приближении

$$g_P \equiv 2 m m_\mu h \left(k_0^2 = -\frac{m_\mu^2}{1 + m_\mu / m} \right) \approx -\frac{m_\mu f_\pi g_r \sqrt{2}}{\mu^2 - k_0^2}. \tag{5}$$

Важно, что полюсной вклад можно найти точно, не пренебрегая нигде μ^2: g_r определяется из дисперсионных соотношений для амплитуды πN-рассеяния, а константа f_π — из вероятности распада $\pi \to \mu\nu$.

Используя соотношение (3), можно найти поправку к полюсному значению g_P. Для этого подставим (4) в (3), положим $\mu^2 = 0$ и разложим $g(k^2)$, $r(k^2)$ в ряд по k^2. Тогда получим, в частности,

$$g'(0) = r(0). \tag{6}$$

Величина $g'(0) = \left. \frac{dg(k^2)}{dk^2} \right|_{k^2 = 0}$ может быть в принципе измерена независимо в нейтринном эксперименте.

Учитывая, что с принятой точностью $r(k_0^2) = r(0)$, и подставляя (6) в (4), получаем окончательно для константы эффективного псевдоскаляра

$$g_P = -\frac{f_\pi m_\mu g_r \sqrt{2}}{\mu^2 - k_0^2} - 2mm_\mu g'(0). \tag{7}$$

Соотношение (6), определяющее $r(0)$, является приближенным, поскольку при его выводе мы пренебрегали величиной $\sim \mu^2 / m_{\text{хар}}^2$ по сравнению с единицей. Но так как $r(0)$ вносит относительно небольшой, порядка 10%, вклад в g_P, то равенство (7) позволяет предсказать величину g_P с процентной точностью. Отброшенные в (7) члены по сравнению с основным составляют величину порядка $(\mu / m_{\text{хар}})^4$. Это обстоятельство и обусловливает высокую точность предсказания (7).

Обработка существующих данных по нейтринному опыту приводит к оценкам [14]

$$g'(0) = [(0,4 - 1,2) \; Гэв]^{-2}. \tag{8}$$

Соответствующая поправка к полюсному значению g_P составляет 1,5—14%. Отметим, что знак поправки уже сейчас определен однозначно.

Проверка соотношения (7) представляется очень сложной из-за трудностей в определении константы g_P (см., например, обсуждение в книге [15]). В настоящее время константа g_P измерена с 40%-ной точностью [16]. Однако следует иметь в виду, что соотношение (7) получено с использованием минимального числа гипотез и обладает высокой точностью.

3. Амплитуды фото- и электророждения π-мезона вблизи порога

В этом разделе мы получим предсказание для амплитуд фото- и электророждения π-мезона на нуклоне

$$\gamma + N \to N' + \pi, \tag{9}$$

$$e + N \to e' + N' + \pi \tag{10}$$

в пределе равного нулю трехмерного относительного импульса π-мезона и нуклона. Значения импульса виртуального фотона k в реакции (10) ограничены условием $|k^2| \lessapprox \mu^2$, для того чтобы было применимо наше рассмотрение.

Амплитуды процессов (9) и (10) записываются следующим образом:

$$T_\gamma = \sqrt{4\pi\alpha}\, \varepsilon_\lambda \bar{u}_2 M_\lambda u_1,$$

$$T_e = \frac{4\pi\alpha}{k^2} \bar{v}_2 \gamma_\lambda v_1 \bar{u}_2 M_\lambda u_1, \tag{11}$$

где ε_λ — вектор поляризации γ-кванта; v_1, v_2, u_1, u_2 — волновые функции начальных и конечных электронов и нуклонов; p_1, p_2, q, $k = p_2 - p_1 + q$ — импульсы начального и конечного нуклонов, π-мезона и фотона; $\alpha = 1/137$. В случае фоторождения $k^2 = 0$, а для электророждения величина k^2 отрицательна и мы рассматриваем область $|k^2| \lessapprox \mu^2$.

В рамках гипотезы частичного сохранения аксиального тока фото- и электророждение π-мезонов рассматривалось в целом ряде работ [7, 17–21]. При получении низкоэнергетических теорем ограничивались в разложении амплитуд M_λ по импульсам π-мезона и фотона линейными членами. Мы ниже получим выражение для M_λ, в котором будут удержаны квадратичные члены.

Рассмотрим амплитуду рождения π^+-мезона на протоне. Выделим из нее вклад нуклонных — протонного и нейтронного — и π-мезонного полюсных графиков. С рассматриваемой точностью этот вклад равен

$$M_\lambda^{pole} = -i\sqrt{2} f(q^2) \left\{ \hat{q}\gamma_5 \frac{1}{\hat{p}_2 + \hat{q} - m} \left[\gamma_\lambda (1 + k^2 F_p') - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\varkappa^p}{2m} \sigma_{\lambda\xi} k_\xi \right] + \left[\gamma_\lambda k^2 F_n' - \frac{\varkappa^n}{2m} \sigma_{\lambda\xi} k_\xi \right] \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{q} - m} \hat{q}\gamma_5 \right\} -$$

$$- i\sqrt{2} f(\mu^2)(1 + k^2 F_\pi')(2q - k)_\lambda \frac{1}{(q-k)^2 - \mu^2} (\hat{q} - \hat{k})\gamma_5, \tag{12}$$

где F_p', F_n', F_π' — значения первых производных от зарядовых формфакторов протона, нейтрона, и пиона в точке $k^2 = 0$; $\varkappa^p$, $\varkappa^n$ — аномальные магнитные моменты протона и нейтрона; $f(q^2)$ — вершинная функция πNN-взаимодействия. При $q^2 = \mu^2$ $f(q^2)$ совпадает с $PS - PV$ константой πNN-связи, $f(\mu^2) = g_r / 2m$, а при $q^2 \neq \mu^2$ величина $f(q^2)$ связана с введенными в предыдущем разделе формфакторами $g(q^2)$, $h(q^2)$:

$$g(q^2) - q^2 h(q^2) = -\frac{\sqrt{2} f(q^2)}{c} \frac{\mu^2}{q^2 - \mu^2},$$

$$c = \frac{g_r}{m g_A \sqrt{2}}, \quad g_A \equiv g(0). \tag{13}$$

Равенство (13) по существу эквивалентно (3). Отличие от нуля правой части связано с учетом явной зависимости от массы π-мезона полюсного вклада в $h(q^2)$ (см. формулу (4)).

На массовой поверхности амплитуда M_λ удовлетворяет условию поперечности $k_\lambda M_\lambda = 0$. В дальнейшем мы будем рассматривать амплитуду в нефизической области $q^2 \neq \mu^2$. При сходе с массовой поверхности π-мезона в амплитуде появляется продольная часть [5]

$$k_\lambda M_\lambda = -i\sqrt{2} f((q-k)^2) \frac{q^2 - \mu^2}{(q-k)^2 - \mu^2} (\hat{q} - \hat{k})\gamma_5. \tag{14}$$

Это соотношение определяет амплитуду с точностью до поперечных членов $M_\lambda^\perp$

$$M_\lambda = M_\lambda^{pole} + \Delta M_\lambda + M_\lambda^\perp, \quad k_\lambda M_\lambda^\perp = 0. \tag{15}$$

Явное выражение для ΔM_λ следующее:

$$\Delta M_\lambda = i\sqrt{2} f(\mu^2) F_\pi' \frac{1}{(q-k)^2 - \mu^2} k_\lambda (2kq - k^2)(\hat{q} - \hat{k})\gamma_5 -$$

$$- i\sqrt{2} f(q^2)\gamma_\lambda\gamma_5 + i\sqrt{2} f(\mu^2)(F_p' - F_n') k_\lambda \hat{q}\gamma_5. \tag{16}$$

Поперечная часть $M_\lambda^\perp$ в общем случае может быть описана шестью инвариантными функциями V_s $(s = 1, \ldots, 6)$

$$M_\lambda^\perp = \sum_{s=1}^{6} O_{\lambda,s} V_s(\nu), \tag{17}$$

где

$$\nu = \frac{1}{4m}(k + q, p_1 + p_2).$$

Учет зависимости V_s от k^2, q^2, kq в нашем случае был бы превышением точности. В качестве шести независимых инвариантов можно выбрать следующие [22]:

$$O_{\lambda,1} = i\gamma_5\sigma_{\lambda\xi}k_\xi,$$

$$O_{\lambda,2} = \frac{i}{2m}\gamma_5(\hat{q}-\hat{k})\left[(p_1+p_2)_\lambda(kq) - q_\lambda(k, p_1+p_2)\right],$$

$$O_{\lambda,3} = i\gamma_5[\gamma_\lambda(qk) - q_\lambda\hat{k}], \quad O_{\lambda,4} = \varepsilon_{\lambda\gamma\rho\sigma}\gamma_\gamma k_\rho q_\sigma, \tag{18}$$

$$O_{\lambda,5} = \frac{i}{2m}\gamma_5(\hat{q}-\hat{k})\left[k_\lambda(kq) - q_\lambda k^2\right],$$

$$O_{\lambda,6} = i\gamma_5[k_\lambda\hat{k} - \gamma_\lambda k^2].$$

Инварианты приведены к такому виду, чтобы был очевиден их порядок по k, q. Например, $\frac{1}{2m}\bar{u}_2\gamma_5(\hat{q}-\hat{k})u_1$ можно заменить на $\bar{u}_2\gamma_5 u_1$, но тогда надо учитывать, что матричный элемент $\bar{u}_2\gamma_5 u_1$ мал. Инварианты $O_{\lambda,5}$, $O_{\lambda,6}$ не дают вклада в амплитуду фотопроцесса.

Используя гипотезу частичного сохранения аксиального тока, можно выразить M_λ в пределе $q\to 0$ через одновременный коммутатор операторов аксиального заряда $A^-(t) = \int d^3x a_0^-(t, \mathbf{x})$ и электромагнитного тока $j_\mu(x)$ [3]:

$$M_\lambda \underset{q\to 0}{\to} ic\langle n|[A^-(0), j_\mu(0)]|p\rangle. \tag{19}$$

Если принять, что коммутатор равен

$$[A^-(0), j_\mu(0)] = a_\mu^-(0), \tag{20}$$

то [3, 4]

$$V_1(0) = 0, \tag{21}$$

$$V_0(0) = cg'(0) = f\sqrt{2}\,\frac{g'(0)}{g_A}. \tag{22}$$

Учитывая равенства (20), (21), для амплитуды M_λ, описывающей фото- и электророждение π^+-мезона на протоне, получаем окончательно:

$$M_\lambda = -if\sqrt{2}\Big\{-\gamma_\lambda\gamma_5 + (\hat{q}-\hat{k})\gamma_5\frac{1}{(q-k)^2-\mu^2}[(2q-k)_\lambda +$$

$$+ 2F'_\pi(q_\lambda k^2 - k_\lambda(kq))] + \hat{q}\gamma_5\frac{1}{\hat{p}_2+\hat{q}-m}[\gamma_\lambda(1+k^2F'_p) -$$

$$-\frac{\varkappa^p}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi] + \left[\gamma_\lambda k^2F'_n - \frac{\varkappa^n}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi\right]\frac{1}{\hat{p}_1-\hat{q}-m}\hat{q}\gamma_5 -$$

$$-(F'_p - F'_n)k_\lambda\hat{q}\gamma_5 - \frac{g'(0)}{g_A}\gamma_5(k_\lambda\hat{k} - \gamma_\lambda k^2)\Big\} + i\gamma_5\sigma_{\lambda\xi}k_\xi\nu\frac{\partial V_1}{\partial\nu}(0) +$$

$$+ i\gamma_5(\gamma_\lambda(qk) - q_\lambda\hat{k})V_3(0) + \varepsilon_{\lambda\gamma\rho\sigma}\gamma_\gamma k_\rho q_\sigma V_4(0) + O(\mu^3). \tag{23}$$

Величины $\frac{\partial V_1}{\partial\nu}(0)$, $V_3(0)$, $V_4(0)$ остаются неопределенными.

Амплитуда рождения π^--мезона на нейтроне связана с рассмотренной выше амплитудой рождения π^+-мезона кроссинговыми соотношениями и поэтому описывается теми же параметрами. Мы не будем выписывать соответствующую формулу.

Приведем результат для амплитуды $M_\lambda^{\pi^0p}$, описывающей фото- и электророждение π^0-мезона на протоне:

$$M_\lambda^{\pi^0p} = -if\Big\{\hat{q}\gamma_5\frac{1}{\hat{p}_2+\hat{q}-m}\left[\gamma_\lambda(1+k^2F'_p) - \frac{\varkappa^p}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi\right] +$$

$$+\left[\gamma_\lambda(1+k^2F_p) - \frac{\varkappa^p}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi\right]\frac{1}{\hat{p}_1-\hat{q}-m}\hat{q}\gamma_5 +$$

$$+\varepsilon_{\lambda\gamma\rho\sigma}\gamma_\gamma k_\rho q_\sigma V_4^{\pi^0p}(0) + O(\mu^3)\Big\}. \tag{24}$$

При выводе этого соотношения использована кроссинг-симметрия, приводящая [22] к тому, что формфакторы $V_1^{\pi^0p}(\nu)$, $V_4^{\pi^0p}(\nu)$ являются четными, а $V_3^{\pi^0p}(\nu)$, $V_6^{\pi^0p}(\nu)$ — нечетными функциями переменной ν, и поэтому $\frac{\partial V_1^{\pi^0p}}{\partial\nu}(0) = V_3^{\pi^0p}(0) = V_6^{\pi^0p}(0) = 0$. Сохранение аксиального тока дает $V_1^{\pi^0p}(0) = 0$.

Результат для рождения π^0-мезона на нейтроне получается из формулы (24) заменой

$$\gamma_\lambda(1+k^2F'_p) - \frac{\varkappa^p}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi \to \gamma_\lambda k^2F'_n - \frac{\varkappa^n}{2m}\sigma_{\lambda\xi}k_\xi,$$

$$V_4^{\pi^0p} \to V_4^{\pi^0n}.$$

При получении соотношений (23), (24), вообще говоря, следовало бы отдельно учесть вклад изобары $N^*(1238)$. Хотя формально это приводит к изменениям лишь в членах более высокого порядка по 4-импульсам мезона и фотона, соответствующая «обезразмеривающая масса» может быть малой, так как она связана с расстоянием до полюса. В частности, изобара приводит к резонансу в p-волне, который, конечно, не описывается формулами (23), (24). Мы ограничимся рассмотрением s-волны, которая не содержит резонансного вклада и может быть описана формулами (23), (24). Отметим, что изобарное промежуточное состояние в u-канале реакции дает вклад в s-волну. Однако в этом случае расстояние до полюса не мало ($\geqslant 3\ \mu$) и вычисления показывают, что соответствующий вклад оказывается весьма небольшим.

Таким образом, соотношения (23), (24), строго говоря, применимы только для описания порогового значения амплитуды. В этом пределе формулы (23), (24) упрощаются: вклады нуклонных полюсных графиков и формфактора V_4 являются величинами более высокого порядка малости, чем это непосредственно видно из (23), (24). Эти упрощения будут очевидны из результатов следующих разделов.

4. Пороговые значения сечений фоторождения π-мезонов

Формулы (23), (24) приводят к следующим выражениям для сечений фоторождения π-мезонов на пороге:

$$\sigma_p^+ = \frac{\alpha}{8\pi}\frac{f^2m^2}{(m+\mu)^2}\left[1 - \frac{\mu}{m} + \frac{\mu^2}{2m^2}(2+\varkappa^p+\varkappa^n) + 2\mu^2\gamma + O(\mu^3)\right]. \tag{25}$$

$$\sigma_n^- = \frac{\alpha}{8\pi}\frac{f^2m^2}{(m+\mu)^2}\left[1+\frac{\mu}{m}-\frac{\mu^2}{2m^2}(\varkappa^p+\varkappa^n)+2\mu^2\gamma+O(\mu^3)\right], \quad (26)$$

$$\sigma_p^0 = \frac{\alpha}{4\pi}\frac{f^2\mu^2}{(m+\mu)^2}\left[1-\frac{\mu}{m}(\varkappa^p+1)+O(\mu^2)\right], \quad (27)$$

$$\sigma_n^0 = \frac{\alpha}{4\pi}\frac{f^2\mu^2}{(m+\mu)^2}\left(\varkappa^n\frac{\mu}{2m}\right)^2(1+O(\mu)), \quad (28)$$

где мы ввели обозначения

$$\sigma_N^i = \lim_{q\to 0}\frac{|\mathbf{k}|}{|\mathbf{q}|}\frac{d\sigma}{dO}(\gamma N\to N'\pi^i),$$

$$\gamma = -\frac{1}{f\sqrt{2}}\left[\frac{\partial V_1}{\partial \nu}(0)+V_3(0)\right]. \quad (29)$$

Таким образом, удержание членов второго порядка по импульсам в амплитуде позволяет получить следующие новые результаты для пороговых сечений фоторождения.

1. Повышение точности предсказания для сечения фоторождения π^0-мезона на протоне, поскольку мы показали, что линейные по μ добавки к основному члену возникают лишь из вклада магнитного момента протона. Численно

$$\sigma_p^0 = 0{,}11 \text{ мкбн/стерад}, \quad (30)$$

что не противоречит имеющимся экспериментальным оценкам $\sigma_p^0 = (0{,}06 \pm 0{,}04)$ *мкбн/стерад* [23]. Прежнее предсказание для σ_p^0, не учитывавшее квадратичных по μ членов в амплитуде, было 0,24 *мкбн/стерад* [7], и расхождение теории с опытом рассматривалось как серьезное [24].

2. Количественное предсказание для сечения фоторождения π^0-мезонов на нейтронах

$$\sigma_n^0 = 0{,}003 \text{ мкбн/стерад}. \quad (31)$$

Отметим, однако, что нарушение соотношения (31) может быть заметным, поскольку отброшенные члены содержат только один дополнительный множитель порядка μ по сравнению с главным членом.

3. Что касается процессов рождения заряженных π-мезонов, то новый результат получается для отношения сечений фоторождения π^-- и π^+-мезонов, которое не содержит параметра γ:

$$R = \frac{\sigma_n^-}{\sigma_p^+} = 1+\frac{2\mu}{m}+\frac{\mu^2}{m^2}(1-\varkappa^p-\varkappa^n)+O(\mu^3) = 1{,}32. \quad (32)$$

Равенство R числу 1,3 было предсказано впервые в рамках грубой модели [25]. Более надежное обоснование этого предсказания было дано в работе [7], где отношение R было вычислено с точностью до линейных по μ членов. В этом же приближении в работе [7] получено предсказание для σ_p^+, которое отвечает отбрасыванию в (25) квадратичных по μ членов. Мы нашли квадратичные по μ члены в отношении R. Утверждение поэтому состоит в том, что предсказание (32) должно выполняться с очень высокой точностью, поскольку отброшенные члены имеют третий порядок малости. Возможное нарушение (32) имеет фактически порядок электромагнитных поправок и не должно превышать нескольких процентов. Экспериментально $R = 1{,}265 \pm 0{,}065$ [26]. Желательно более точное измерение этой величины.

5. Сечения электророждения π-мезонов на пороге

Сечение электророждения разобьем, как обычно, на две части, соответствующие взаимодействию с нуклоном поперечных и продольных виртуальных фотонов:

$$\frac{(-k^2)}{|\mathbf{q}|}\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_2\, dO_2}(eN\to e'N'\pi) = \frac{\alpha^2}{32\pi^2}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{1}{m\sqrt{m^2+2m(\varepsilon_2-\varepsilon_1)+k^2}}\times$$
$$\times\left[|M_T|^2 f_1(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\theta)+|M_L|^2 f_2(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\theta)\right], \quad (33)$$

$$f_1 = \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2\cos^2(\theta/2)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2-k^2}+2, \quad f_2 = \frac{(-2k^2)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2}\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2\cos^2(\theta/2)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2-k^2},$$
$$-k^2 = 4\varepsilon_1\varepsilon_2\sin^2(\theta/2),$$

где ε_1, ε_2 — энергии начального и конечного электрона, θ — угол рассеяния электрона, $\mathbf{q}$ — импульс π-мезона,

$$|M_T|^2 = |M_x|^2+|M_y|^2, \quad |M_L|^2 = |M_z|^2,$$

причем ось z направлена по импульсу виртуального кванта. Все величины, относящиеся к электронам, даны в л.с., величины, характеризующие адроны,— в с.ц.и. конечного нуклона и π-мезона.

Нас интересует предел сечения при $\mathbf{q}\to 0$. В этом пределе величины $|M_T|^2$ и $|M_L|^2$ являются функциями, зависящими только от k^2. При $k^2 = 0$ $|M_T|^2$ совпадает с квадратом матричного элемента амплитуды фоторождения на пороге.

Выражение (23) для M_λ приводит к следующим предсказаниям для вклада поперечных и продольных квантов в пороговое сечение электророждения π^+-мезонов на протоне:

$$|M_T|^2 = |M_\gamma|^2\left[1+2k^2\left(\frac{g'}{g_A}-\frac{\varkappa^n}{2m^2}-\frac{1}{8m^2}\right)\right](1+O(\mu^3)),$$

$$|M_L|^2 = 8m^2f^2\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2}{\mu^2}\left(1+\frac{\mu^2-k^2}{4m^2}\right)\left\{\frac{\mu^2}{2\mu k_0-k^2}\left[1-\frac{\mu}{2m}-(\mu^2-k^2)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\left(2F'_\pi+\frac{1}{4m^2}\right)\right]+\frac{\mu^2}{4m^2}(1+\varkappa^p-\varkappa^n)+\mu^2\left(\frac{g'}{g_A}+\gamma\right)\right\}^2, \quad (34)$$

где $k_0 = \mu-(\mu^2-k^2)/2(m+\mu)$ и величины $|M_\gamma|^2$ и γ выражаются через экспериментальное значение порогового сечения фоторождения π^+-мезона (см. формулу (25)):

$$\sigma_p^+ = \frac{\alpha}{32\pi}\frac{1}{(m+\mu)^2}|M_\gamma|^2,$$

$$|M_\gamma|^2 = 16f^2m^2\left[1-\frac{\mu}{m}+\frac{\mu^2}{2m^2}(\varkappa^n+\varkappa^p+2)+2\mu^2\gamma\right]. \quad (35)$$

Таким образом, мы выразили пороговое сечение электророждения π^+-мезонов через сечение фоторождения, радиус аксиального формфактора нуклона и электрический радиус пиона.

Оценим величину квадратичных по μ поправок к основным членам. Это позволит отчасти проверить гипотезу о возможности разложения амплитуды в ряд по импульсам.

В настоящее время не обнаружено отклонения экспериментальной величины сечения фоторождения π^+-мезонов от теоретической, если в последней удерживать только линейные по импульсу члены. Сравнивая (25) с экспериментальным значением $\sigma_p^+ = 15{,}6 \pm 0{,}5$ *мкбн/стерад*, найдем, что величина γ не превышает 0,02. Если, далее, принять для оценки $F_\pi' \approx (600\ Мэв)^{-2}$, $g'/g_A \approx (1000\ Мэв)^{-2}$, то члены второго порядка дают вклад $\sim 10\%$ в $|M_T|^2$ и $|M_L|^2$.

Из этих оценок видно, что гипотеза о возможности разложения амплитуды в быстросходящийся ряд по k, q оправдывается на примере трех первых членов разложения.

Из приведенных оценок следует также, что ожидаемая точность полученного соотношения для сечения электророждения π^+-мезона не хуже чем 1—3%.

Чтобы получить предсказание для порогового сечения электророждения π^--мезонов на нейтронах, надо в равенствах (34) сделать замену $\varkappa^p + 1 \leftrightarrow -\varkappa^n$. Кроме того, в выражении для $|M_L|^2$ надо в фигурные скобки добавить член μ/m.

В заключение приведем не содержащие неизвестных параметров выражения для пороговых сечений электророждения π^0-мезонов на протонах и нейтронах:

$$\lim_{q\to 0} \frac{(-k^2)}{|\mathbf{q}|} \frac{d\sigma}{d\varepsilon_2\, dO_2}(ep \to ep\pi^0) =$$
$$= \frac{\alpha}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sigma_p^0\left(1+\frac{\mu}{m}\right)\left[\left(1+(\varkappa^p+1)\frac{k^2}{m\mu}\right)f_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\left(1+\varkappa^p\frac{\mu}{m}+\frac{\mu}{m}\right)f_2\right].$$

$$\lim_{q\to 0} \frac{(-k^2)}{|\mathbf{q}|} \frac{d\sigma}{d\varepsilon_2\, dO_2}(en \to en\pi^0) =$$
$$= \frac{\alpha}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sigma_n^0\left(1+\frac{\mu}{m}\right)\left(1-\frac{k^2}{\mu^2}\right)^2 f_1, \tag{36}$$

где σ_p^0 и σ_n^0 даются формулами (27), (28).

Авторы благодарны за обсуждения С. Т. Беляеву, Б. Л. Иоффе, И. Ю. Кобзареву, Л. Б. Окуню, В. В. Соколову, И. Б. Хрипловичу.

Литература

[1] Y. Nambu. Phys. Rev. Lett., 4, 380, 1960.
[2] J. C. Taylor. Phys. Lett., 11, 77, 1964.
[3] S. Fubini, G. Furlan, C. Rossetti. Nuovo Cim., 40, 1171, 1965.
[4] G. Furlan, R. Jengo, E. Remiddi. Nuovo Cim., 44A, 42, 1966.
[5] S. L. Adler, Y. Dothan. Phys. Rev., 151, 1267, 1966.
[6] N. M. Kroll, M. A. Ruderman. Phys. Rev., 93, 233, 1954.
[7] G. W. Gaffney. Phys. Rev., 161, 1599, 1967.
[8] K. Yamamoto. Bull. Amer. Phys. Soc., 13, 662, 1968.
[9] M. L. Goldberger, S. B. Treiman. Phys. Rev., 111, 354, 1958.
[10] L. Wolfenstein. Nuovo Cim., 8, 882, 1958.
[11] Чжоу Гуан Чжао. ЖЭТФ, 39, 703, 1960.
[12] M. Gell-Mann, M. Levy. Nuovo Cim., 16, 705, 1960.
[13] M. L. Goldberger, S. B. Treiman. Phys. Rev., 110, 1178, 1958.
[14] D. H. Perkins. Proc. of the Topical Conference on Weak Interactions, CERN, 1969.
[15] Ц. Ли, Ц. Ву. Слабые взаимодействия, «Мир», 1968, стр. 116.
[16] A. Albaregi Quaranta, A. Bertin, G. Mantono, F. Palmonari, A. Placci, P. Dalpiaz, G. Torrelli, F. Zavattini. Phys. Lett., 25B, 429, 1967.

[17] Y. Nambu, E. Shrauner. Phys. Rev., 128, 862, 1962.
[18] Riazzudin, B. W. Lee. Phys. Rev., 146, B1202, 1966.
[19] S. L. Adler, F. J. Gilman. Phys. Rev., 152, 1460, 1966.
[20] M. S. Bhatia, P. Narayanaswany. Phys. Rev., 172, 1742, 1968.
[21] G. Furlan, N. Paver, C. Verzegnassi. Nuovo Cim., 62A, 519, 1969.
[22] P. Dennery. Phys. Rev., 124, 2000, 1960.
[23] Б. Б. Говорков, С. П. Денисов, Е. В. Минарик. ЯФ, 4, 371, 1966.
[24] D. L. Weaver. Phys. Lett., 26B, 451, 1968.
[25] M. Gell-Mann, K. Watson. Ann. Rev. Nucl. Sci., 4, 449, 1954.
[26] J. P. Burq. Ann. Phys., Paris, 10, 363, 1965.

LOW-ENERGY THEOREMS FOR AMPLITUDES OF μ CAPTURE AND PION ELECTROMAGNETIC PRODUCTION

A. I. VAYNSHTEYN, V. I. ZAKHAROV

On basis of the hypothesis of partial axial current conservation and assuming that the amplitude may be expanded in a series on the momenta, predictions are obtained for the effective pseudoscalar coupling in the proton μ capture and for the threshold cross sections of pion electro- and photoproduction on nucleons.