

К ВОПРОСУ О ПРЕДЕЛЬНОМ ПЕРЕХОДЕ К НУЛЕВОЙ МАССЕ И ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ В ТЕОРИИ МАССИВНОГО ЯНГ-МИЛЛСОВСКОГО ПОЛЯ

А. И. ВАЙНШТЕЙН, И. Б. ХРИШЛОВИЧ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 11 мая 1970 г.)

Показано, что в рамках теории возмущений для массивного янг-миллсовского поля отсутствует непрерывный предельный переход к нулевой массе и теория неперенормируема. Эти результаты являются следствием сингулярности взаимодействия квантов спиральности нуль (трехмерно-продольных), которая отсутствует для нейтрального векторного поля. Построен формализм, являющийся обобщением радиационной калибровки на случай ненулевой массы, в котором взаимодействие трехмерно-продольных квантов выделено в явном виде. Рассмотрение в этом формализме делает весьма правдоподобным утверждение о существовании непрерывного предельного перехода к нулевой массе и перенормируемости вне рамок теории возмущений.

1. Введение

Экспериментальное обнаружение векторных мезонов с ненулевой массой, а также векторная структура слабых взаимодействий привлекли внимание к теории массивного янг-миллсовского поля. В частности, уже давно обсуждается вопрос о перенормируемости этой теории [1-9]. Дело в том, что при обычном описании в формализме Прока пропагатор векторного поля $\mathcal{D}_{\mu\nu}(k) = (g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / \mu^2) (k^2 - \mu^2)^{-1}$ стремится к константе при больших импульсах, что по стандартной классификации соответствует неперенормируемой теории. Однако, как известно, сохранение тока приводит к сокращению, по крайней мере, части расходимостей. В случае нейтрального векторного бозона эти сокращения обеспечивают перенормируемость теории. Что же касается массивного янг-миллсовского поля, то вопрос оказался более сложным и результаты разных работ не совпадают.

Доказательство неперенормируемости теории массивного янг-миллсовского поля, данное в работах [2-6], существенным образом использует переход к векторным полям с фейнмановской функцией Грина $g_{\mu\nu}(k^2 - \mu^2)^{-1}$. Однако этот переход был совершен некорректно. Трудность здесь того же типа, что и в случае безмассового янг-миллсовского поля, где, как показал Фейнман [10], использование фейнмановского пропагатора $g_{\mu\nu}/k^2$ требует модификации теории — введения фиктивных скалярных частиц (см. также [11-14]). Несмотря на этот весьма существенный недостаток работ [2-6], их основной вывод, с нашей точки зрения является правильным, так как необходимая модификация теории не сказывается на старших расходимостях.

В последнее время появились работы, в которых непосредственно вычисляются радиационные поправки в низших порядках теории возмущений [7, 8, 15, 16]. Выяснилось, что пока диаграммы, описывающие процесс, содержат не более одной замкнутой петли, степенные расходимости сокращаются.

В настоящей работе исследуется вопрос о предельном переходе к нулевой массе и о перенормируемости теории массивного янг-миллсовского поля. Сначала исследование проводится в рамках обычной теории возмущений. Проблемы предельного перехода к нулевой массе и перенормируемости оказываются связанными с взаимодействием квантов, у которых трехмерный вектор поляризации направлен вдоль импульса. В отличие от случая нейтрального векторного поля сечения процессов с участием n таких квантов не обращаются в нуль при массе $\mu \rightarrow 0$, а ведут себя в первом исчезающем приближении, вообще говоря, как μ^{-2n+4} . Уже отсюда следует, что в теории возмущений нет ни предельного перехода к $\mu = 0$, ни перенормируемости.

Затем в статье строится формализм, являющийся обобщением радиационной калибровки для безмассового поля [17-20] на случай ненулевой массы. Для нейтрального векторного поля такое обобщение дано в работе [21]. Этот формализм сводится к разделению физических степеней свободы на трехмерно-поперечные (спиральность ± 1) и трехмерно-продольную (спиральность 0). Как известно, у безмассового поля трехмерно-продольная часть отсутствует. Наше описание свободных полей в отличие от формализма Прока допускает непрерывный предельный переход к нулевой массе. Сингулярными по массе оказываются только вершины взаимодействия продольных квантов. Они-то и приводят в теории возмущений к отсутствию непрерывности по массе при $\mu = 0$ и неперенормируемости.

Лагранжиан системы не представляется в виде полинома по продольным полям и, если не разложить его по константе связи, допускает непрерывный предельный переход к нулевой массе. При этом взаимодействие продольных квантов исчезает, и мы приходим к теории безмассового янг-миллсовского поля, которая, как известно, перенормируема. Поэтому нам представляется весьма правдоподобным, что вне рамок теории возмущений теория массивного янг-миллсовского поля является перенормируемой и все амплитуды в пределе нулевой массы переходят в соответствующие амплитуды безмассового янг-миллсовского поля. Под перенормируемостью понимается возможность устранения всех расходимостей с помощью задания конечного числа физических параметров.

После окончания настоящей работы авторам стало известно, что аналогичные результаты были получены Булвером [22], Славновым и Фаддеевым [23], а также Тютиным и Фрадкиным [24] с помощью метода континуального интегрирования.

2. Теория возмущений и сохранение тока

1. В этом разделе обсуждается вопрос о предельном переходе к $\mu = 0$ и перенормируемости для янг-миллсовского поля с массой в рамках обычной теории возмущений. Напомним, что изотопический триплет векторных полей $b_\mu(x)$, взаимодействующих между собой и с изодублетом фермионов $N(x)$, описывается лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4} f_{\mu\nu} f_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \mu^2 b_\mu b_\mu + \bar{N} [\gamma_\mu (i\partial_\mu + g\tau b_\mu) - m] N, \quad (1)$$

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu + 2g [b_\mu b_\nu].$$

Из уравнений следует условие четырехмерной поперечности $\partial_\mu b_\mu = 0$. Описание нейтрального векторного поля получается просто заменой изотриплета b_μ синглетом b_μ , при этом напряженность $f_{\mu\nu} \rightarrow f_{\mu\nu} = \partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu$.

Как известно, поляризация свободной векторной частицы с импульсом k_μ описывается вектором ϵ_μ , который удовлетворяет условию $k_\mu \epsilon_\mu = 0$. Из этого условия следует, что существуют три независимых состояния поляризации. В системе координат, в которой $k_\mu = (\omega, 0, 0, |k|)$, эти состоя-

ния можно описать векторами $\varepsilon_\mu^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$), нормированными условием

$$\varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon_\mu^{(k)} = -\delta^{ik};$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu^{(1)} &= (0, 1, 0, 0), & \varepsilon_\mu^{(2)} &= (0, 0, 1, 0), \\ \varepsilon_\mu^{(3)} &= \left(\frac{|k|}{\mu}, 0, 0, \frac{\omega}{\mu} \right) = \frac{k_\mu}{\mu} \frac{\omega}{|k|} - n_\mu \frac{\mu}{|k|}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $n_\mu = (1, 0, 0, 0)$. Подчеркнем, что сингулярность $\varepsilon_\mu^{(3)}$ по массе является однозначным следствием условий $k_\mu \varepsilon_\mu = 0$, $\varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon_\mu^{(k)} = -\delta^{ik}$.

Кванты, находящиеся в первом и втором состояниях поляризации, будем называть поперечными (спиральность ± 1), а находящиеся в третьем состоянии — продольными (спиральность 0), в соответствии с трехмерными свойствами векторов поляризации: $k\varepsilon^{(1, 2)} = 0, \varepsilon^{(3)} = \frac{k}{|k|} \frac{\omega}{\mu}$. Сингулярность по μ вектора $\varepsilon_\mu^{(3)}$ приводит к сингулярности функции Грина векторного поля

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{\mu^2 - k^2} \sum_{i=1}^3 \varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon_\nu^{(i)} = \frac{1}{k^2 - \mu^2} (g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / \mu^2). \quad (3)$$

Матричный элемент процесса с n квантами записывается в виде

$$M = \varepsilon_{\mu_1}(k_1) \varepsilon_{\mu_2}(k_2) \dots \varepsilon_{\mu_n}(k_n) M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}. \quad (4)$$

Здесь опущены индексы, указывающие поляризационные и зарядовые состояния векторных частиц.

Будем рассматривать амплитуды процессов в первом исчезающем приближении по константе связи g , в котором матричные элементы описываются графиками без замкнутых петель, так называемыми деревьями. При рассмотрении существенно используются некоторые идеи, высказанные Фейнманом в работе [10], посвященной в основном обсуждению безмассовых полей.

Будет показано, что в пределе $\mu \rightarrow 0$ амплитуда M процесса с участием n янг-миллсовских продольных (в трехмерном смысле) квантов ведет себя, вообще говоря, как μ^{-n+2} . Как известно, в нейтральном случае амплитуды всех процессов с участием продольных квантов обращаются в нуль при $\mu = 0$.

Из указанного результата следует, во-первых, отсутствие в теории возмущений для янг-миллсовского поля предельного перехода к нулевой массе. Во-вторых, сечения процессов с участием четырех и более продольных квантов растут с энергией, как ясно уже из соображений размерности, причем степень роста увеличивается с увеличением числа продольных квантов. Это свидетельствует о неперенормируемости теории. Действительно, рассматривая радиационные поправки, мы можем с помощью условий унитарности и аналитичности перейти от замкнутых петель к интегралам от величин, выражающихся через амплитуды процессов без радиационных поправок. Рост с энергией таких амплитуд будет приводить к расходимостям дисперсионных интегралов.

Из приведенных соображений, в частности, весьма просто следует отсутствие степенных расходимостей в амплитудах процессов с двухчастичными промежуточными состояниями, т. е. процессов, описываемых диаграммами с одной замкнутой петлей. Кроме того, амплитуды таких процессов без внешних продольных квантов остаются конечными в пределе $\mu = 0$. Ниже докажем утверждение о сингулярности матричных элементов по массе. Результат подтверждается расчетом конкретных процессов.

На конкретном примере поясняется также ковариантная техника [10-12] для безмассового янг-миллсовского поля.

2. Рассмотрим матричный элемент (см. формулу (4)) реакции с n квантами. Ясно, что амплитуда наиболее сингулярна в случае продольных квантов, поляризация которых описывается вектором $\varepsilon_\mu^{(3)} \sim 1/\mu$. Пусть первый квант обладает такой поляризацией. Тогда, используя условие поперечности

$$k_{1\mu} \varepsilon_{\mu_2}(k_2) \dots \varepsilon_{\mu_n}(k_n) M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} = 0, \quad (5)$$

следующее из сохранения тока, для амплитуды M получаем выражение

$$M = -\frac{\mu}{|k_1|} n_{\mu_1} \varepsilon_{\mu_2}(k_2) \dots \varepsilon_{\mu_n}(k_n) M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}. \quad (6)$$

Если остальные кванты трехмерно-поперечные, то при $\mu = 0$ амплитуда M обращается в нуль, т. е. в этом пределе матричные элементы процессов с участием одного продольного кванта исчезают. Отметим, что сингулярность по μ тензора $M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}$, возникающая из-за пропагаторов виртуальных бозонов (см. формулу (3)), несущественна, как будет показано в дальнейшем.

В теории нейтрального векторного поля, взаимодействующего с сохраняющимся током, аналогичный вывод справедлив для процессов с любым числом продольных квантов. Дело в том, что в нейтральном случае условие поперечности (5) может быть усилено

$$k_{i\mu} M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} = 0 \quad (i = 1, \dots, n). \quad (7)$$

Переход от равенства (5) к (7) эквивалентен введению в (5) нефизических поляризаций (не удовлетворяющих условию $k_\mu \varepsilon_\mu = 0$). Это не нарушает условия поперечности, так как нейтральные векторные частицы не являются источниками друг для друга. Продольная часть тензора $M_{\mu_1 \dots \mu_n}$ отлична от нуля только в том случае, когда в нефизических состояниях находятся заряженные частицы. При этом она определяется обобщенным тождеством Уорда. В теории Янга — Миллса векторные кванты заряжены и служат источниками друг для друга, так что перейти в условия поперечности (5) к нефизическим поляризациям нельзя.

Вернемся к выражению (6) для M . В нем вместо физического вектора поляризации $\varepsilon_{\mu_1}(k_1)$ стоит вектор $-n_{\mu_1}(\mu/|k_1|)$, не ортогональный к импульсу (в четырехмерном смысле). Поэтому если в процессе участвует еще один продольный квант (например, второй), то в возникающем для матричного элемента выражении

$$M = -\frac{\mu}{|k_1|} n_{\mu_1} \left(\frac{k_{2\mu_2}}{\mu} \frac{\omega_2}{|k_2|} - n_{\mu_2} \frac{\mu}{|k_2|} \right) \varepsilon_{\mu_3} \dots \varepsilon_{\mu_n} M_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_n} \quad (8)$$

члены, пропорциональные $k_{2\mu_2}$, не выпадают в отличие от нейтрального случая. Это утверждение имеет место, конечно, при условии, что первая и вторая частицы могут непосредственно взаимодействовать между собой.

Таким образом, амплитуда процесса с испусканием двух продольных квантов одинакового заряда обращается в нуль при $\mu \rightarrow 0$, а в случае разных зарядов остается в пределе $\mu \rightarrow 0$ конечной.

При дальнейшем увеличении числа частиц спиральности нуль, участвующих в процессе, сохранение тока не приводит, вообще говоря, к какому-либо новым сокращениям сингулярных по μ членов. Таким образом, в общем случае амплитуда процесса с n продольными квантами ведет себя при малых μ как μ^{-n+2} . Оговорка «вообще говоря» вызвана тем, что при любом числе продольных квантов существуют процессы, в которых, например, все участвующие кванты нейтральные; амплитуды таких процессов, разумеется, равны нулю при $\mu = 0$.

3. Для завершения доказательства покажем теперь, что сингулярность по массе тензора $M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}$, связанная с пропагаторами $\mathcal{D}_{\mu\nu}$ (см. (3)) виртуальных частиц, несущественна.

Как отметил Фейнман [10], в амплитудах процессов, описываемых диаграммами типа деревьев, «хвосты» пропагаторов $-k_\mu k_\nu \mu^{-2} (k^2 - \mu^2)^{-1}$ можно опустить, если все внешние частицы физические. Нам нужно обобщение этого утверждения на случай, когда один из внешних векторных квантов нефизический. Это обобщение оправдывает пренебрежение сингулярной частью $M_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}$ в проведенном выше рассмотрении.

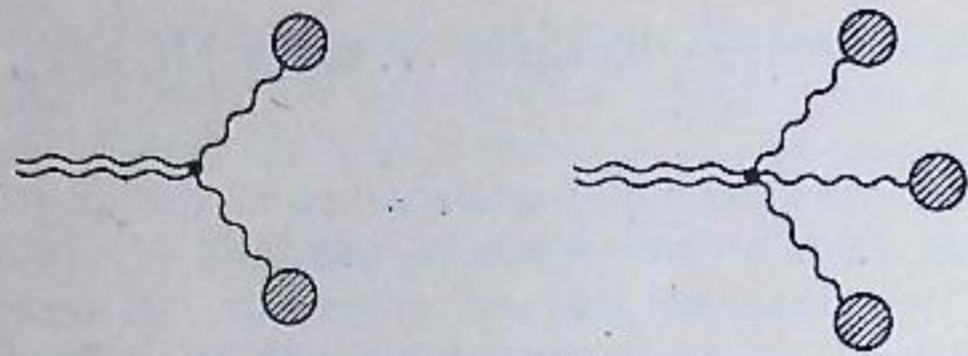


Рис. 1

Для доказательства разобьем все графики, описывающие данный процесс (напомним, что речь идет о диаграммах типа деревьев), на две группы по типу вершин (см. выражение (1) для лагранжиана), в которые входит нефизический внешний квант, помечаемый на рис. 1 двойной линией. (Мы не рассматриваем здесь взаимодействия с фермионным полем, учет которого приводит лишь к несущественной модификации доказательства.) Каждый заштрихованный блок описывает определенный процесс с одним виртуальным и несколькими реальными частицами (линии, отвечающие реальным частицам, на рис. 1 опущены). В частном случае линия, оканчивающаяся блоком, может отвечать физическому кванту.

Избавимся сначала от сингулярности по μ , которая возникает от «хвоста» пропагатора, отвечающего одной из виртуальных линий, явно изображенных на рис. 1. Вклад этой сингулярности равен нулю, так как он пропорционален четырехмерно-продольной части амплитуды соответствующего блока. Продольная часть исчезает в силу условия (5), поскольку все остальные частицы, входящие в этот блок, физические.

Теперь остаются лишь сингулярности, связанные с «хвостами» пропагаторов виртуальных линий внутри блоков. Каждый блок снова описывает процесс с одним нефизическим квантом, поэтому использованное рассуждение можно повторить для блока и так далее до полного изгнания «хвостов».

Отметим, что для приведенного выше доказательства было существенным ограничение диаграммами типа деревьев. Это ограничение позволяло работать с амплитудами процессов, содержащих лишь один нефизический квант. В нейтральном случае условие поперечности (7) имеет место при произвольном числе нефизических квантов, что позволяет изгнать «хвосты» во всех диаграммах, в том числе и в диаграммах с замкнутыми петлями. Благодаря этому теория нейтрального векторного поля перенормируема.

Конечно, возникает вопрос, нет ли в теории еще каких-либо сокращенных сингулярных по массе членов, кроме уже учтенных. Для проверки мы вычислили матричные элементы аннигиляции нуклон-антинуклонной пары в два, три и четыре продольных кванта в пределе $\mu \rightarrow 0$ и нашли, что эти амплитуды действительно пропорциональны μ^{-n+2} . Вычисления проводятся довольно просто с помощью обобщенных тождеств Уорда и вынесены в Приложение. Отметим, что, несмотря на нековариантность описания поляризации, окончательные выражения для амплитуд в пределе $\mu \rightarrow 0$ оказываются ковариантными.

4. В заключение этого раздела нам бы хотелось, хотя это не имеет непосредственного отношения к нашей работе, проиллюстрировать на конкретном примере осложнения, возникающие при ковариантном описании безмассового янг-миллсовского поля [10-14].

Рассмотрим сечение аннигиляции протон-антипротонной пары в пару заряженных безмассовых квантов $p(p_1) + \bar{p}(p_2) \rightarrow b^-(k_1) + b^+(k_2)$. Эта реакция описывается двумя диаграммами, приведенными на рис. 2. Так как обе вершины в диаграмме 2, б поперечны по импульсу виртуального кванта, то его пропагатор можно выбрать в произвольной калибровке, на-

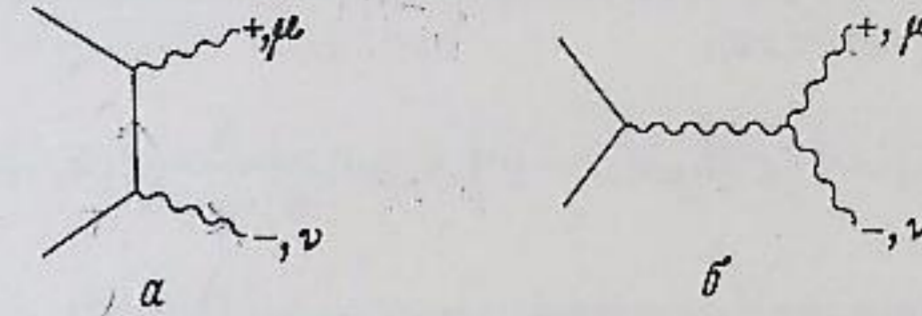


Рис. 2

пример в фейнмановской, $g_{\mu\nu}/k^2$. (Это соответствует общему утверждению [10] о калибровочной инвариантности диаграмм типа деревьев.) Выражение для амплитуды имеет вид

$$M = 2g^2 \varepsilon_\mu^{(i)}(k_2) \varepsilon_\nu^{(k)}(k_1) M_{\mu\nu}, \quad (9)$$

$$M_{\mu\nu} = -\bar{u}_2 \gamma_\nu \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{k}_2 - m} \gamma_\mu u_1 + \bar{u}_2 \gamma_\lambda u_1 \frac{1}{k^2} \Gamma_{\lambda\mu\nu},$$

где $\varepsilon_\mu^{(i)}(k_2)$, $\varepsilon_\nu^{(k)}(k_1)$ — трехмерно-поперечные поляризации безмассовых частиц (см. формулу (2) для $i, k = 1, 2$), u_1 , \bar{u}_2 — спиноры, описывающие протон и антипротон, $k = -k_1 - k_2$ — импульс виртуального кванта, а вершина взаимодействия векторных частиц $\Gamma_{\lambda\mu\nu}$ имеет вид

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu} = -g_{\mu\nu}(k_2 - k_1)_\lambda - g_{\nu\lambda}(k_1 - k)_\mu - g_{\lambda\mu}(k - k_2)_\nu. \quad (10)$$

Легко убедиться, что

$$k_{2\mu} M_{\mu\nu} = -\frac{k_{1\nu}}{k^2} \bar{u}_2 \hat{k}_1 u_1, \quad (11)$$

$$k_{1\nu} M_{\mu\nu} = \frac{k_{2\mu}}{k^2} \bar{u}_2 \hat{k}_2 u_1.$$

Отсюда следует, в частности, что $k_{1\nu} \varepsilon_\mu^{(i)}(k_2) M_{\mu\nu} = 0$. Таким образом, амплитуда четырехмерно-поперечна по импульсу одного из квантов только тогда, когда другой квант физический, — ситуация, причины которой уже обсуждались выше.

Квадрат матричного элемента просуммируем по поляризациям конечных частиц с помощью соотношения

$$d_{\mu\nu} = \sum_{i=1,2} \varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon_\nu^{(i)} = -g_{\mu\nu} + \frac{(kn)(k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu) - k_\mu k_\nu}{(kn)^2 - k^2}. \quad (12)$$

Суммирование по поляризациям первого кванта в силу соотношения $k_{1\nu} \varepsilon_\mu^{(i)}(k_2) M_{\mu\nu} = 0$ сводится к замене $d_{\nu\nu} \rightarrow -g_{\nu\nu}$. Однако после этого суммировать с помощью тензора $-g_{\mu\nu}$ по поляризациям второго кванта, как видно из соотношений (11), нельзя, по существу, из-за того, что мы ввели при замене $d_{\nu\nu} \rightarrow -g_{\nu\nu}$ нефизические поляризации первой частицы. С помощью соотношений (11) нетрудно получить следующее выражение для

просуммированного по поляризациям квадрата матричного элемента

$$\sum_{i, k=1, 2} |M|^2 = 4g^4 M_{\mu\nu}^* M_{\mu\nu} - 2g^4 \left| \bar{u}_2 \gamma_\lambda u_1 \frac{1}{k^2} (k_1 - k_2)_\lambda \right|^2. \quad (13)$$

Ясно, что аналогичный результат получается при вычислении мнимой части процесса с двумя безмассовыми квантами в промежуточном состоянии. В ковариантной технике [10-14] второе слагаемое связывается с взаимодействием фиктивных скалярных частиц.

Заметим, что в случае того же процесса, но для квантов с ненулевой массой, результат имеет вид

$$\sum_{i, k=1, 2, 3} |M|^2 = 4g^4 M_{\mu\nu}^* M_{\mu\nu} - g^4 \left| \bar{u}_2 \gamma_\lambda u_1 \frac{1}{k^2 - \mu^2} (k_1 - k_2)_\lambda \right|^2. \quad (14)$$

Отличие коэффициентов при втором слагаемом [8, 16, 22] в (13) и (14) в пределе $\mu \rightarrow 0$ связано с вкладом третьей поляризации, который, как отмечалось выше, не исчезает при $\mu = 0$ (см. также формулу (П.4) Приложения).

3. Массивное янг-миллсовское поле в радиационной калибровке

1. Из результатов предыдущего раздела видно, что сингулярность амплитуд по массе связана с взаимодействием продольных квантов, исчезающим при $\mu = 0$ в рамках теории возмущений. Поэтому естественно перейти прямо в лагранжевом описании от операторов $b_\mu(x)$ к операторам $a_\mu(x)$, описывающим трехмерно-поперечные кванты, т. е. удовлетворяющим условию $\partial_m a_m = 0$, ($m = 1, 2, 3$), и к операторам $\sigma(x)$, описывающим трехмерно-продольные кванты. Возникающий формализм является, по существу, обобщением радиационной калибровки на случай ненулевой массы. Добавим, что аналогичное описание нейтрального векторного поля [21] непрерывно переходит при $\mu = 0$ в формализм радиационной калибровки для квантовой электродинамики.

Указанный выше переход к полям a_μ и σ удобно осуществить с помощью подстановки, имеющей вид калибровочного преобразования

$$b_\mu = S^{-1} \left(a_\mu + \frac{i}{g} \partial_\mu S \cdot S^{-1} \right) S, \quad \partial_m a_m = 0, \quad (15)$$

$$N = S^{-1} \psi.$$

Для сокращения записи пользуемся в формуле (15) и ниже матричными обозначениями: каждому изотопическому вектору c ставится в соответствие матрица

$$c = \tau c = \tau^\alpha c^\alpha \quad (\text{Sp } \tau^\alpha \tau^\beta = 2\delta^{\alpha\beta}; \alpha, \beta = 1, 2, 3).$$

Матрица S зависит от поля σ и является унитарной и унимодулярной. Как известно, для такой матрицы возможны различные параметризации. При конкретном рассмотрении будем использовать две из них

$$S = \exp \left[-i \frac{g}{\mu} \sigma(x) \right], \quad (16a)$$

$$S = \frac{1 - i(g/2\mu)\sigma(x)}{1 + i(g/2\mu)\sigma(x)}. \quad (16b)$$

Лагранжиан полей a_μ и σ , получающийся при подстановке (15) в лагранжиан поля b_μ (см. (1)), имеет вид (указанная подстановка меняет

форму только массового члена)

$$L = \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ -\frac{1}{4} f_{\mu\nu}(a) f_{\mu\nu}(a) + \frac{1}{2} (\mu a_\mu + \Sigma_\mu) (\mu a_\mu + \Sigma_\mu) + a_\mu j_\mu \right\} + \bar{\psi} (i\hat{\partial} - m) \psi. \quad (17)$$

Напряженность поля $f_{\mu\nu}(a) = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu - ig[a_\mu, a_\nu]$ зависит от a_μ так же, как величина $\tau f_{\mu\nu}$ (см. (1)) зависит от b_μ ; оператор $j_\mu = \tau j_\mu$, $j_\mu = g \bar{\psi} \gamma_\mu \tau \psi$ — фермионный ток. Величина $\Sigma_\mu = i(\mu/g) \partial_\mu S \cdot S^{-1}$ при параметризациях (16a), (16b) имеет вид

$$\Sigma_\mu = \partial_\mu \sigma - \frac{i}{2} \frac{g}{\mu} [\sigma, \partial_\mu \sigma] \frac{1 + 2i(g/\mu)\sigma - \exp[2i(g/\mu)\sigma]}{2g^2 \sigma^2 / \mu^2}, \quad (18a)$$

$$\Sigma_\mu = \frac{1}{1 + i(g/2\mu)\sigma} \partial_\mu \sigma \frac{1}{1 - i(g/2\mu)\sigma}. \quad (18b)$$

Обратим внимание на то, что лагранжиан самодействующего скалярного σ -поля $L(\sigma) = \frac{1}{2} \Sigma_\mu \Sigma_\mu$ совпадает с феноменологическим лагранжианом π -мезонов. В частности, при алгебраической параметризации (18b) получаем лагранжиан в форме Вайнберга [25]

$$L(\sigma) = \frac{1}{2} \frac{\partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma}{[1 + (g^2/4\mu^2)\sigma^2]^2}.$$

Сформулируем теперь результаты, полученные в настоящем разделе, а затем вернемся к построению канонического формализма и теории возмущений.

Смысл выполненного преобразования состоит, как уже отмечалось, в том, что описание свободных полей a_μ и σ допускает в отличие от формализма Прока предельный переход к нулевой массе. Сингулярными же по массе оказываются вершины взаимодействия σ -поля, возникающие при разложении лагранжиана по константе связи g . При этом становится очевидной неперенормируемость в теории возмущений. Например, при алгебраической параметризации (18b) лагранжиан имеет вид

$$L = L(a, \psi) + \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ \mu a_\mu \frac{1}{1 + (ig/2\mu)\sigma} \partial_\mu \sigma \frac{1}{1 - (ig/2\mu)\sigma} + \frac{1}{2} \frac{\partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma}{[1 + (g^2/4\mu^2)\sigma^2]^2} \right\} = L(a, \psi) + \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ \mu a_\mu \partial_\mu \sigma - \frac{i}{2} g a_\mu [\sigma, \partial_\mu \sigma] - (g^2/4\mu) a_\mu (\sigma^2 \partial_\mu \sigma + \sigma [\sigma, \partial_\mu \sigma]) + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{g^2}{4\mu^2} \sigma^2 \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma + \dots \right\}. \quad (19)$$

В этом лагранжиане автоматически учтены все сокращения сингулярных по массе членов, обсуждавшиеся в предыдущем разделе. Заметим, что так же, как при использовании радиационной калибровки для безмассового поля, в нашем случае a_0 не является независимой динамической переменной, а выражается через a_m , σ и их первые производные по времени. (Впрочем, и при каноническом описании в формализме Прока b_0 выражается через импульс, сопряженный с полем b_m , однако в отличие от нашего формализма эта связь не допускает перехода к нулевой массе.) Используемое нами разбиение степеней свободы по спиральностям зависит от системы координат. Однако оно становится ковариантным в пределе нулевой массы.

Несмотря на то что в рамках теории возмущений предельный переход к $\mu = 0$ отсутствует, точный лагранжиан (17) с учетом (18a), (18b) допускает такой предельный переход. В этом пределе взаимодействие поля σ с

другими полями исчезает, оператор a_n описывает безмассовое янг-миллсовское поле в радиационной калибровке. Поэтому представляется вполне естественным, что в пределе нулевой массы амплитуды процессов с участием квантов спиральности ± 1 и фермионов переходят в соответствующие амплитуды безмассовой теории, которая, как известно, перенормируема. Так как в теории возмущений для янг-миллсовского поля с массой расходимости образуют ряды по величине $g^2 \Lambda^2 / \mu^2$ (Λ — параметр обрезания), то существование непрерывного предельного перехода к $\mu = 0$ означает, что при суммировании этих рядов степенные расходимости исчезают и что точная теория перенормируема и при $\mu \neq 0$. Заметим также, что полученный лагранжиан удовлетворяет критериям перенормируемости вне рамок теории возмущений, предложенным в работах [26, 27] (см. также препринт [28], где эти критерии применены к теории массивного янг-миллсовского поля в формализме Булвера [22]).

Подчеркнем, что требование непрерывности по массе при $\mu \rightarrow 0$ является естественным с физической точки зрения, если, конечно, рассматриваемые теории вообще имеют смысл. Действительно, кажется странным, чтобы, скажем, процесс аннигиляции фермионов в безмассовые частицы можно было физически отличить от аналогичного процесса с массивными частицами, комптоновская длина волны которых много больше размеров экспериментальной установки.

Если предельный переход к нулевой массе существует, то при больших энергиях (по-видимому, при $E \gg \mu/g$) амплитуды процессов без участия продольных квантов совпадают с соответствующими амплитудами безмассовой теории, а кванты нулевой спиральности не рождаются.

2. Построим теперь канонический формализм для лагранжиана (17). Выкладки приведем для случая алгебраической параметризации (18б), где они выглядят более просто. Канонические импульсы для полей a_n и σ таковы:

$$p_0 = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 a_0)} = 0, \quad (20)$$

$$p_m = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 a_m)} = (\delta_{mn} - \Delta^{-1} \partial_m \partial_n) f_{0n}, \quad (21)$$

$$p = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 \sigma)} = \frac{\partial_0 \sigma}{[1 + (g^2/4\mu^2)\sigma^2]^2} + \mu \frac{1}{1 - (ig/2\mu)\sigma} a_0 \frac{1}{1 + (ig/2\mu)\sigma}. \quad (22)$$

Обращение в нуль канонического импульса для поля a_0 означает, что это поле не является независимой переменной и выражается через другие динамические переменные. Чтобы найти это выражение, воспользуемся временной компонентой лагранжевых уравнений движения

$$\partial_\mu f_{\mu\nu} + \mu^2 a_\nu + \mu \Sigma_\nu - ig[a_\mu, f_{\mu\nu}] + j_\nu = 0. \quad (23)$$

Переходя к каноническим переменным, получаем следующее уравнение для a_0 :

$$\begin{aligned} Da_0 &= \Delta a_0 - 2ig[a_m, \partial_m a_0] - g^2[a_m, \partial_m \Delta^{-1}[a_n, \partial_n a_0]] = \\ &= j_0 - ig[a_m, p_m] + \mu \left(1 - \frac{ig}{2\mu}\sigma\right) p \left(1 + \frac{ig}{2\mu}\sigma\right). \end{aligned} \quad (24)$$

Оператор D можно также записать в виде

$$D = \Delta (1 - ig\Delta^{-1}[a_m, \partial_m \dots])^2. \quad (25)$$

Строя по обычным правилам гамильтониан, находим для него следующее выражение:

$$H = H_0(\psi) + \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ \frac{1}{2} p_m p_m + \frac{1}{2} \partial_n a_m \partial_n a_m + \frac{1}{2} \mu^2 a_m a_m - \right.$$

$$\begin{aligned} & - ig a_m [a_n, \partial_m a_n] - \frac{g^2}{4} [a_n, a_m] [a_n, a_m] + a_m j_m + \\ & + \mu a_m \frac{1}{1 + (ig/2\mu)\sigma} \partial_m \sigma \frac{1}{1 - (ig/2\mu)\sigma} - \frac{1}{2} a_0 D a_0 + \\ & \left. + \frac{1}{2} p^2 \left(1 + \frac{g^2}{4\mu^2}\sigma^2\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial_n \sigma \partial_n \sigma}{[1 + (g^2/4\mu^2)\sigma^2]^2} \right\}, \quad (26) \end{aligned}$$

где a_0 определяется из уравнения (24):

$$a_0 = D^{-1} \left\{ j_0 - ig[a_m, p_m] + \mu \left(1 - \frac{ig}{2\mu}\sigma\right) p \left(1 + \frac{ig}{2\mu}\sigma\right) \right\}. \quad (27)$$

Для квантования поля зададим канонические перестановочные соотношения

$$[a_m^\alpha(x, t), p_n^\beta(y, t)] = i\delta^{\alpha\beta} (\delta_{mn} - \Delta^{-1} \partial_m \partial_n) \delta(x - y), \quad (28)$$

$$[\sigma^\alpha(x, t), p^\beta(y, t)] = i\delta^{\alpha\beta} \delta(x - y). \quad (29)$$

Индексы α, β ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) изотопические, так что, например, $a_m = \tau a_m = \tau^\alpha a_m^\alpha$.

Чтобы закончить построение канонического формализма, заметим, что выражение (26) для гамильтониана следует симметризовать по бозе-операторам и антисимметризовать по ферми-операторам.

Прежде чем перейти к теории возмущений, приведем выражение для гамильтониана в случае экспоненциальной параметризации (см. формулу (18а) для Σ_μ). Для разнообразия воспользуемся теперь обычными изовекторными, а не матричными обозначениями

$$\begin{aligned} H &= H_0(\psi) + \frac{1}{2} p_m p_m + \frac{1}{2} \partial_n a_m \partial_n a_m + \frac{1}{2} \mu^2 a_m a_m + \\ & + 2g a_m [a_n, \partial_m a_n] + g^2 [a_n a_m] [a_n a_m] + a_m j_m + \\ & + a_m \left\{ g f_1 [\sigma \partial_m \sigma] + \frac{g^2}{\mu} f_2 [\sigma [\sigma \partial_m \sigma]] \right\} - \frac{1}{2} a_0 D a_0 + \\ & + \frac{1}{2} p^2 + \frac{1}{2} \partial_n \sigma \partial_n \sigma + \frac{1 - f_1}{2f_1 \sigma^2} [\sigma p]^2 - \frac{1 - f_1}{2\sigma^2} [\sigma \partial_m \sigma] [\sigma \partial_m \sigma], \end{aligned} \quad (30)$$

здесь

$$f_1(\xi^2) = \frac{1 - \cos 2\xi}{2\xi^2}, \quad f_2(\xi^2) = \frac{1 - (\sin 2\xi/2\xi)}{\xi^2}, \quad \xi^2 = \frac{g^2 \sigma^2}{\mu^2}, \quad (31)$$

а a_0 определяется уравнением

$$\begin{aligned} D a_0 &= \Delta (1 + 2g\Delta^{-1} a_n \times \partial_n)^2 a_0 = j_0 + 2g[a_m p_m] + \\ & + \mu p + g[\sigma p] + \frac{1}{f_1} \left(\frac{g^2}{\mu} f_2 - \mu \frac{1 - f_1}{\sigma^2} \right) [\sigma[\sigma p]]. \end{aligned} \quad (32)$$

Конечно, гамильтонианы (26) и (30) приводят к одинаковым амплитудам на массовой поверхности и выбор между ними определяется соображениями удобства.

Перейдем теперь к представлению взаимодействия. В нулевом приближении по константе связи получаем из (21), (22) и (27)

$$p_m^\alpha = \partial_0 a_m^\alpha, \quad p^\alpha = \left(1 - \frac{\mu^2}{\Delta}\right)^{-1} \partial_0 \sigma^\alpha. \quad (33)$$

Используя свободные уравнения движения и соотношения (33), находим

$$\mathcal{D}_{mn}^{\alpha\beta}(k) = i \int dx e^{ikx} \langle T a_m^\alpha(x) a_n^\beta(0) \rangle_0 = \delta^{\alpha\beta} \frac{\delta_{mn} - (k_m k_n / k^2)}{\mu^2 - k^2} \quad (34)$$

$$\mathcal{D}^{\alpha\beta}(k) = i \int dx e^{ikx} \langle T \sigma^\alpha(x) \sigma^\beta(0) \rangle_0 = \delta^{\alpha\beta} \frac{1 + (\mu^2 / k^2)}{\mu^2 - k^2}. \quad (35)$$

Вместо поля σ^α можно было бы ввести новое поле $\tilde{\sigma}^\alpha = (1 - \mu^2/\Delta)^{-1/2} \sigma^\alpha$, функция Грина которого имеет обычный вид.

Чтобы получить гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия, следует в выражениях (26) и (30) опустить члены нулевого порядка по константе связи и заменить p_m и p величинами $\partial_0 a_m$ и $(1 - \mu^2/\Delta)^{-1} \partial_0 \sigma$.

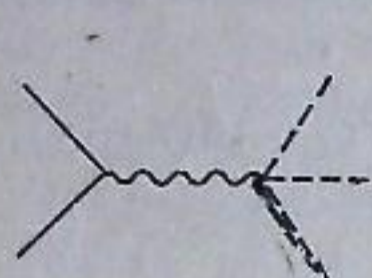


Рис. 3

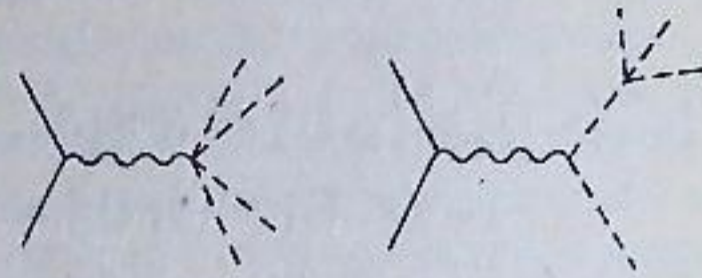


Рис. 4

Приведем для иллюстрации графики, описывающие сингулярные по μ части амплитуд процессов $p\bar{n} \rightarrow \sigma^- \sigma^+ \sigma^+$ и $p\bar{n} \rightarrow \sigma^- \sigma^+ \sigma^+ \sigma^0$ (см. рис. 3 и 4, где пунктирные линии соответствуют σ -частицам). Простые вычисления приводят к результатам, совпадающим с приведенными в Приложении.

Отметим некоторые особенности полученной теории возмущений.

Гамильтониан взаимодействия не является полиномом по полям, и число затравочных вершин бесконечно. Это обстоятельство обусловлено как неполиномиальностью той части гамильтониана, которая содержит σ -поле, так и разложением по полям [17, 20] оператора D^{-1} , возникающего в гамильтониане при подстановке a_0 .

Некоммутативность операций дифференцирования по времени и T -упорядочения приводят к появлению так называемых членов с нормальными. Как известно, обычно эти члены можно отбросить, одновременно заменив гамильтониан взаимодействия лагранжианом взаимодействия, взятым с обратным знаком. Мы проверили, что это утверждение имеет место для самодействия σ -поля. Кроме того, если не учитывать члены с нормальными, то в правую часть уравнений, определяющих a_0 , поле σ входит в комбинации Σ_0 . С учетом этого замечания в каждом порядке теории возмущений наиболее сингулярные по μ члены становятся ковариантными.

Кроме того, упомянутая модификация гамильтониана приводит к тому, что теперь он допускает переход к $\mu = 0$ (в отличие от первоначальной формы (26), (30)) и совпадает в этом пределе с гамильтонианом [18-20] безмассового янг-миллсовского поля в радиационной калибровке.

Отметим также, что запись гамильтониана взаимодействия в виде N -произведения, т. е. отбрасывание диаграмм, содержащих линии, которые начинаются и кончаются в одной точке, является, вообще говоря, недопустимой, так как такая запись приводит к противоречию с сохранением тока [19].

Можно показать, однако, что суммирование всех упомянутых диаграмм с виртуальными σ -частицами приводит к функциям типа $\exp(-g^2 \Lambda^2 / \mu^2)$ (при экспоненциальной параметризации), т. е. к исчезающей величине. С нашей точки зрения, это обстоятельство является еще одним аргументом в пользу утверждения о непрерывности по массе при $\mu = 0$ и перенормируемости вне рамок теории возмущений.

В заключение авторы искренне благодарят Б. Л. Иоффе и В. В. Соколова за неизменный интерес к работе и обсуждения.

В этом Приложении мы вычислили в пределе $\mu \rightarrow 0$ амплитуды процессов

$$p\bar{p} \rightarrow b^- b^+, \quad p\bar{n} \rightarrow b^- b^+ b^+, \quad p\bar{n} \rightarrow b^- b^+ b^+ b^0,$$

в которых все конечные частицы имеют нулевую спиральность. Расчеты основаны на использовании обобщенных тождеств Уорда, которые легко могут быть получены в формализме Прока, например, с помощью редукционной формулы. Эти тождества имеют вид

$$k_{\mu_i} M_{\mu_1 \dots \mu_i \dots \mu_j \dots \mu_n}^{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_j \dots \alpha_n}(k_1, \dots, k_i, \dots, k_j, \dots, k_n) = \\ = 2g \sum_{j \neq i} \varepsilon^{\alpha_i \alpha_j \beta_j} \mathcal{D}_{\mu_j \nu_j}^{-1}(k_j) \mathcal{D}_{\nu_j \lambda_j}(k_i + k_j) \times \\ \times M_{\mu_1 \dots \mu_j \dots \mu_n}^{\alpha_1 \dots \beta_j \dots \alpha_n}(k_1, \dots, k_i + k_j, \dots, k_n), \quad (П.1)$$

где тензор

$$M_{\mu_1 \dots \mu_i \dots \mu_j \dots \mu_n}^{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_j \dots \alpha_n}(k_1, \dots, k_i, \dots, k_j, \dots, k_n)$$

описывает процесс с n векторными квантами (не обязательно физическими), индекс α_i указывает зарядовое состояние i -й частицы с импульсом k_i . Тензор, стоящий в правой части, соответствует амплитуде процесса с $n - 1$ квантами, который получается из исходного заменой частиц i, j одной частицей с импульсом $k_i + k_j$. Все импульсы считаем выходящими. Пропагатор $\mathcal{D}_{\mu\nu}(k)$ определен формулой (3), обратная к нему величина $\mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1}(k)$ имеет вид

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1}(k) = g_{\mu\nu}(k^2 - \mu^2) - k_\mu k_\nu. \quad (П.2)$$

Амплитуда процесса, в котором кванты 1 и 2 являются продольными, определена формулой (8). Пусть для определенности первый квант имеет отрицательный заряд, а второй — положительный. С помощью тождества Уорда (П.1) можно преобразовать слагаемое в M , содержащее $k_{2\mu}$,

$$M = 2g \frac{\omega_1 \omega_2}{|k_1| |k_2|} k_{1\nu} D_{\nu\lambda}(k_1 + k_2) M_{\lambda\mu_3 \dots \mu_n} \varepsilon_{\mu_3} \dots \varepsilon_{\mu_n} + \\ + \frac{\mu^2}{|k_1| |k_2|} n_{\mu_1} n_{\mu_2} M_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_n} \varepsilon_{\mu_3} \dots \varepsilon_{\mu_n}. \quad (П.3)$$

Мы учли, что $\mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1}(k_2) = -k_{2\mu} k_{2\nu}$, так как $k_2^2 = \mu^2$.

Общая формула (П.3) приводит в случае процесса $p\bar{p} \rightarrow b^- b^+$ в пределе $\mu = 0$ к матричному элементу

$$M^{-+} = g^2 \frac{1}{(k_1 + k_2)^2} (k_1 - k_2)_\lambda \bar{u}_2 \gamma_\lambda u_1. \quad (П.4)$$

Второе слагаемое в (П.3) не дает при $\mu = 0$ вклада в M^{-+} , так как тензор $M_{\mu_1 \mu_2}^{-+}$ описывающий взаимодействие двух векторных квантов с фермионами, несингулярен по массе. «Хвост» содержащегося в нем векторного пропагатора (см. диаграмму рис. 2, б) выпадает из-за поперечности нулевой вершины.

Пусть теперь в формуле (П.3) вектор поляризации третьего кванта (для определенности положительно заряженного) является трехмерно-продольным. Снова пользуясь тождеством Уорда для преобразования членов, пропорциональных $k_{3\mu} / \mu$, получаем

$$M = -4g^2 \frac{1}{\mu} \frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{|k_1| |k_2| |k_3|} k_{1\nu} \mathcal{D}_{\nu\lambda}(k_1 + k_2 + k_3) M_{\lambda\mu_4 \dots \mu_n} \varepsilon_{\mu_4} \dots \varepsilon_{\mu_n} -$$

$$\begin{aligned}
& -2g \frac{\mu\omega_1\omega_2}{|k_1||k_2||k_3|} n_{\mu_1} k_{1\nu} \mathcal{D}_{\nu\lambda}(k_1+k_2) M_{\lambda\mu_2\mu_3\dots\mu_n} \varepsilon_{\mu_1}\dots\varepsilon_{\mu_n} - \\
& -2g \frac{\mu\omega_1\omega_3}{|k_1||k_2||k_3|} n_{\mu_2} k_{1\nu} \mathcal{D}_{\nu\lambda}(k_1+k_3) M_{\lambda\mu_1\mu_3\dots\mu_n} \varepsilon_{\mu_1}\dots\varepsilon_{\mu_n} - \\
& - \frac{\mu^3}{|k_1||k_2||k_3|} n_{\mu_1} n_{\mu_2} n_{\mu_3} M_{\mu_1\mu_2\mu_3\dots\mu_n} \varepsilon_{\mu_1}\dots\varepsilon_{\mu_n}. \quad (\text{II.5})
\end{aligned}$$

Применим эту формулу, к процессу $p\bar{n} \rightarrow b^-b^+b^+$. Учитывая поперечность нуклонной вершины, нетрудно показать, что величины

$$\begin{aligned}
& \mathcal{D}_{\nu\lambda}(k_1+k_2+k_3) M_{\lambda}^{++}(k_1+k_2+k_3), \\
& M_{\lambda\mu_1}^{0+}(k_1+k_2, k_3), \quad M_{\lambda\mu_2}^{0+}(k_1+k_3, k_2)
\end{aligned}$$

регулярны по μ , а сингулярность тензора $M_{\mu_1\mu_2\mu_3}^{++}(k_1, k_2, k_3)$ не превышает $1/\mu^2$. Поэтому в сингулярную часть рассматриваемой амплитуды дают вклад первое, второе и третье слагаемые, причем в двух последних существенны лишь «хвосты» пропагаторов $\mathcal{D}_{\nu\lambda}(k_1+k_{2(3)})$. Используя тождество Уорда для вычисления вклада этих «хвостов», находим окончательное выражение для амплитуды процесса $p\bar{n} \rightarrow b^-b^+b^+$ с точностью до членов $\sim \mu$:

$$M^{-++} = -\frac{2\sqrt{2}g^3}{\mu} \frac{1}{(k_1+k_2+k_3)^2} k_{1\lambda} \bar{u}_2 \gamma_{\lambda} u_1 + O(\mu). \quad (\text{II.6})$$

Для вычисления амплитуды процесса $p\bar{n} \rightarrow b^-b^+b^+b^0$ с продольными квантами следует в формулу (II.5) подставить явное выражение для $\varepsilon_{\mu_1}^{(3)}(k_1)$ и вновь воспользоваться тождествами Уорда. Приведем окончательный ответ

$$\begin{aligned}
M^{-++0} &= \frac{2\sqrt{2}g^4}{\mu^2} \frac{1}{(k_1+k_2+k_3+k_4)^2} \times \\
&\times \bar{u}_2 \left\{ \hat{k}_1 - \frac{(k_2+k_3)^2}{(k_1+k_2+k_3)^2} \hat{k}_4 - \frac{(k_1+k_3)^2}{(k_1+k_3+k_4)^2} \hat{k}_2 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{(k_1+k_2)^2}{(k_1+k_2+k_4)^2} \hat{k}_3 \right\} u_1 + O(\mu^0). \quad (\text{II.7})
\end{aligned}$$

Обратим внимание читателя на то, что в конкретных расчетах мы действуем в иной последовательности, чем при общем доказательстве сингулярности амплитуд.

Литература

- [1] Sh. L. Glashow. Nucl. Phys., 10, 107, 1959.
- [2] A. Komar, A. Salam. Nucl. Phys., 21, 624, 1960.
- [3] H. Umezawa, S. Kametuchi. Nucl. Phys., 23, 399, 1961.
- [4] S. Kametuchi, L. O'Raiartaigh, A. Salam. Nucl. Phys., 28, 529, 1961.
- [5] P. A. Ionides. Nucl. Phys., 28, 662, 1961.
- [6] A. Salam. Phys. Rev., 127, 331, 1962.
- [7] M. Veltman. Nucl. Phys., B7, 637, 1968.
- [8] А. А. Славнов. Препринт ИТФ-69-20, Киев, 1969.
- [9] E. S. Fradkin, I. V. Tyutin. Phys. Lett., 30B, 562, 1969.
- [10] R. P. Feynman. Acta Phys. Polon., 24, 697, 1963.
- [11] B. S. DeWitt. Phys. Rev., 162, 1195, 1967.
- [12] L. D. Faddeev, V. N. Ponomarev. Phys. Lett., 25B, 30, 1967.
- [13] В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев. Препринт ИТФ, Киев, 1967.
- [14] S. Mandelstam. Phys. Rev., 175, 1580, 1968.

- [15] J. Reiff, M. Veltman. Nucl. Phys., B13, 545, 1969.
- [16] Р. Каллош. Препринт № 18, ФИАН, 1970.
- [17] J. Schwinger. Phys. Rev., 125, 1043, 1962.
- [18] J. Schwinger. Phys. Rev., 127, 324, 1962.
- [19] И. Б. Хриплович. ЯФ, 10, 409, 1969.
- [20] А. М. Алтухов, И. Б. Хриплович. ЯФ, 11, 902, 1970.
- [21] D. G. Boulware, W. Gilbert. Phys. Rev., 126, 1563, 1962.
- [22] D. G. Boulware. Ann. of Phys., 56, 140, 1970.
- [23] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев. ТМФ, 2, 4, 1970.
- [24] E. S. Fradkin, J. V. Tyutin. Preprint N 27, Lebedev Physical Inst., Moscow, 1970.
- [25] S. Weinberg. Phys. Rev. Lett., 18, 188, 1967.
- [26] Г. В. Ефимов. ЖЭТФ, 44, 2107, 1963.
- [27] E. S. Fradkin. Nucl. Phys., 49, 624, 1963.
- [28] A. Salam. Preprint JC/70/7, Trieste, 1970.

ON THE ZERO-MASS LIMIT AND RENORMALIZABILITY IN THE THEORY OF MASSIVE YANG — MILLS FIELD

A. I. VAINSHTEIN, I. B. KHRIPOVICH

It is shown that in framework of the perturbation theory for the massive Yang — Mills field no zero-mass limit exists, and the theory is nonrenormalizable. These results are due to the singularity of interaction of the zero-helicity (space-longitudinal) quanta, that is absent for the neutral vector field. A formalism is constructed that is a generalization of the radiation gauge to the nonzero-mass case, where the interaction of the space-longitudinal quanta is represented explicitly. Considering the problem in this formalism one concludes that the continuous zero-mass limit likely exist and the theory may be renormalizable beyond the perturbation theory approach.