

где $\varphi_0(0)$ — вакуум сферических квазичастиц; A_{20}^+ — двухквазичастичная амплитуда. Тогда из вариационного принципа (37) следует система уравнений для определения амплитуд $\Gamma_{ab}^{(l)}$, которая при $\delta \rightarrow 0$ дает чистый вибраторный спектр, а при растущей деформации — ангармонические поправки.

Литература

- [1] D. L. Hill, J. A. Wheeler. Phys. Rev., 89, 1102, 1953.
 [2] R. Dreizler, P. Federmann, B. Giraud, E. Oones. Nucl. Phys., A113, 353, 1968.
 [3] H. D. Zeh. Zs. Phys., 188, 361, 1965. H. Rouhaninejad, J. Yoccoz. Nucl. Phys., 78, 353, 1966. N. Onishi. Progr. Theor. Phys., 40/1, 49, 1968.
 [4] S. Frauendorf, D. Yanssen, L. Münchov. Nucl. Phys., A125, 369, 1969.
 [5] N. Onishi, S. Yoshida. Preprint, Tokio Institute of Technology, 1967.
 [6] С. Фрауэндорф, Д. Янссен, Л. Мюнхов. ЯФ, 12, 11, 1970.
 [7] С. Фрауэндорф, Д. Янссен, Л. Мюнхов. ЯФ, 12, 12, 1970.
 [8] V. Gillet. Sum. School of Theor. Phys., Les. Houches, 1968.
 [9] D. Judge, J. T. Lewis. Phys. Lett., 5, 190, 1963.
 [10] N. Onishi, S. Yoshida. Nucl. Phys., 80, 367, 1966.

DESCRIPTION OF COLLECTIVE MOTION WITH THE PROJECTION METHOD

S. FRAUENDORF, D. YANSSEN, L. MÜNCHOV

Scheme to calculate spectra of even-even deformed nuclei by means of the projection method is considered. Relation to the Bohr—Mottelson wave function is established; it is shown that in such an approach the coupling of the internal states is taken into account automatically. Generalization of the method is discussed in which the projected functions became eigen-states in a limited basis.

ЭФФЕКТЫ СТРУКТУРЫ КОЛЛЕКТИВНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЯДРА В ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Б. А. РУМЯНЦЕВ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 18 мая 1970 г.)

Вычислены поправки к спектрам и вероятностям $E2$ -переходов в двух феноменологических моделях — модели аксиального ядра и модели с γ -нестабильным потенциалом. Возмущением является отличие реального коллективного гамильтониана от обычно используемого гидродинамического выражения.

Введение

Широкую популярность получило описание вибрационных состояний ядер в терминах коллективных квадрупольных переменных (β, γ) [1-4]. Однако неоднозначность выбора коллективного гамильтониана $H_{coll} = T + V$ и, как следствие этого, большое число свободных параметров снижает достоинства феноменологического подхода. Идеальным решением проблемы является вычисление параметров и самой структуры H_{coll} в микроскопической модели. Такие расчеты были выполнены в работах [5-7], причем зависимость коллективного гамильтониана от β и γ оказалась настолько сложной, что затруднительно даже численное решение соответствующего уравнения Шредингера на машинах [7]. Поэтому имеет смысл проведение качественного анализа поправок к энергиям и вероятностям переходов, возникающим вследствие отличия H_{coll} от гидродинамического гамильтониана О. Бора [1], используемого в феноменологических моделях.

Поскольку все эти модели отличаются, как правило, только выбором потенциальной энергии $V(\beta, \gamma)$, тогда как в выборе кинетической энергии все авторы проявляют единство, используя выражение гидродинамической модели, в настоящей работе мы исследуем влияние зависимости массового тензора от параметров деформации. В качестве нулевого приближения будут рассмотрены две модели — модель Жана и Вилетса [3] (γ -«нестабильного» потенциала) и модель аксиального ядра. В первом порядке теории возмущений будут найдены поправки к спектрам и вероятностям $E2$ -переходов этих моделей.

1. Модель γ -«нестабильного потенциала»

Гамильтониан этой модели (за вычетом энергии β -колебаний H_β , которыми мы здесь не интересуемся) может быть записан в виде

$$H - H_\beta = -\frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \hbar^2 \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\hat{I}_\alpha^2}{2\mathcal{F}_\alpha}. \quad (1)$$

Здесь \hat{I}_α — проекция оператора момента на собственные оси ядра, а массовые коэффициенты β - и γ -колебаний и моменты инерции \mathcal{F}_α связаны

гидродинамическими соотношениями

$$B_\alpha = B_\gamma = B = \text{const}; \quad \mathcal{F}_\alpha = 4\beta^2 B \sin^2 \gamma_\alpha, \quad (2)$$

$$\gamma_\alpha = \gamma - \frac{2\pi}{3} \alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3.$$

Выпишем собственные значения (1)

$$E = \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \lambda(\lambda + 3), \quad \lambda = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

и волновые функции

$$\psi_{JM}^{(\lambda)}(\gamma; \theta_i) = \sum_{K=-J}^J g_K^{(\lambda)}(\gamma) D_{MK}^J(\theta_i),$$

найденные в работе [8]. Спектр (3) сильно вырожден по моменту J (см. рисунок, а). Состоянию $\lambda = 1$ отвечают квантовые числа $J^\pi = 2^+$, а $\lambda = 2$ — дублет с $J^\pi = 2^+$ и 4^+ . Уровень $\lambda = 3$ вырожден уже четырехкратно (0^+ , 3^+ , 4^+ , 6^+) и т. д. Легко найти приведенные $B(E2)$ для различных переходов. Принимая вероятность $E2$ -перехода из первого состояния 2^+ в основное за единицу, имеем

$$B(2' \rightarrow 0) = B(0' \rightarrow 2) = 0, \quad B(2' \rightarrow 2) = B(4 \rightarrow 2) = 10/7, \quad (4)$$

$$B(0' \rightarrow 2') = 5/3.$$

Общий вид коллективного гамильтониана в квадрупольных переменных $(\beta, \gamma, \theta_i)$ получен в [9]. Используя результаты этой работы, выпишем гамильтониан возмущения H' :

$$H' = \frac{\hbar^2}{2\beta^2 B} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \left(1 - \frac{B}{B_\gamma}\right) \frac{\partial}{\partial \gamma} +$$

$$+ \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\hat{I}_\alpha^2}{4 \sin^2 \gamma_\alpha} \left(\frac{B}{B_0 - B_1 \cos \gamma_\alpha - B_2 \cos 2\gamma_\alpha} - 1 \right) \frac{\hbar^2}{2B\beta^2}, \quad (5)$$

где функции $B_\gamma, B_{0,1,2}$ вычислены в [4]. В первом порядке теории возмущений вклад второго члена в (5) равен нулю и поправки к энергии можно записать в виде ¹⁾ (в единицах $\hbar\omega$ — энергии фонона)

$$\delta E(2) = -1/10 a, \quad \delta E(2') = -2/7 a, \quad \delta E(4) = -5/12 a, \quad (6a)$$

$$a = \int_{-1}^1 dx \left(1 - \frac{B}{B_\gamma(x)}\right), \quad x = \cos 3\gamma;$$

$$\delta E(0') = -\frac{3}{2} \int_{-1}^1 dx (1-x^2) \left(1 - \frac{B}{B_\gamma(x)}\right), \quad (6b)$$

$$\delta E(3) = -\frac{3}{4} \int_{-1}^1 dx x^2 \left(1 - \frac{B}{B_\gamma(x)}\right).$$

Из выписанных формул (6a) видно, что все уровни опускаются, причем второе состояние с моментом два ($2'$) лежит ниже уровня с $J^\pi = 4^+$. Прямые вычисления интегралов с использованием $B_\gamma(\gamma)$ из [4] (для

¹⁾ При выводе формул (6) матричный элемент от $1/\beta^2$ вычислялся для основного состояния β -колебаний.

$B_\gamma(\cos 3\gamma)$ оказывается хорошей аппроксимацией квадратичный полином по $\cos 3\gamma$ показывают, что энергия уровня $0'$ сильно уменьшается так, что (рисунок, б)

$$E(2') \approx E(4') \approx E(0'), \quad \text{а} \quad E(3)/E(2) \geq 3. \quad (7)$$

Таким образом, при учете зависимости массового коэффициента B_γ от γ выполняются все эмпирические правила для спектров четно-четных ядер, сформулированные в [9]²⁾.

Поправки к разрешенным $E2$ -переходам в первом порядке отсутствуют. Запрещенные в нулевом приближении переходы, например $B(0' \rightarrow 2)$, оказываются порядка квадрата коэффициента при $\cos 3\gamma$ в $B_\gamma(\cos 3\gamma)$, который равен нулю для ядер с наполовину заполненной оболочкой и плавно увеличивается до величины ~ 1 на ее краях [6]. Отметим, что, хотя порядок уровней (см. рисунок, б) и вероятности $E2$ -переходов (4) похожи на фоновные, волновые функции этих моделей не имеют ничего общего.

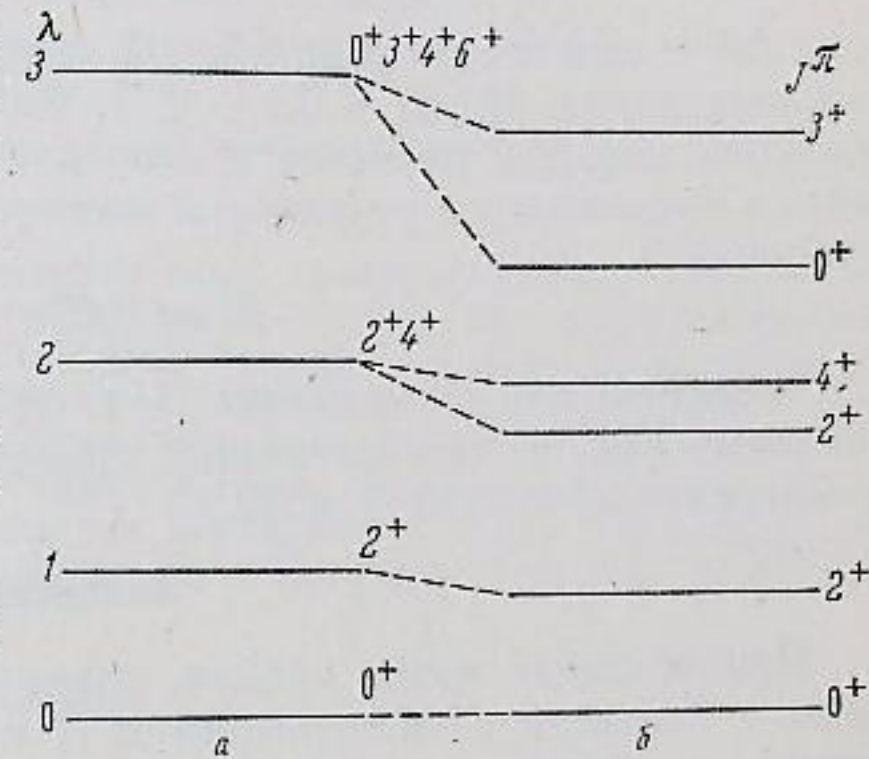
2. Модель аксиального ядра

В качестве нулевого приближения используем гамильтониан (рассматриваются сильнодеформированные ядра с $\beta_0 \sim A^{-1/3}$)

$$H \equiv H_\gamma + H_\beta = -\frac{\hbar^2}{2B\beta_0^2} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \times$$

$$\times \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{\hbar^2 K^2}{8B\beta_0^2} \frac{1}{\gamma^2} - \frac{\hbar^2}{2B} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} +$$

$$+ \frac{\beta_0^2 C_\gamma}{2} \gamma^2 + \frac{C_\beta}{2} (\beta - \beta_0)^2 \quad (8)$$



Расщепление уровней в модели Жана и Вилетса (а), определяемое зависимостью массового коэффициента γ -колебаний B_γ от γ (б).

(K — проекция момента на ось симметрии; остальные обозначения очевидны). Волновые функции и собственные значения (8) хорошо известны [2], и мы их не выписываем.

В реальном гамильтониане массовые коэффициенты β - и γ -колебаний сильно зависят от γ и, кроме того, присутствует перекрестный член вида

$$H_{\beta\gamma} = \hbar^2 \frac{(B_{\beta\gamma}/\gamma)_{\gamma=0}}{B_\beta B_\gamma} \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \equiv \alpha \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma, \quad (9)$$

т. е. константа α пропорциональна $(B_{\beta\gamma}/\gamma)_{\gamma=0}$ — недиагональному члену массового тензора. Следствием этого являются три наиболее существенных, на наш взгляд, эффекта.

1. Эффект, аналогичный рассмотренному в предыдущем разделе (зависимость B_γ от γ), приводит к расщеплению двухфононного дублета γ -колебаний с $K=0$ и $K=4$, причем уровень с $K=0$ опускается ниже.

2. Зависимость массового коэффициента β -колебаний от γ влияет на жесткость ядра по отношению к неаксиальной деформации (своеобразный «динамический потенциал» $\sim \gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$). Отметим, что глубина потенци-

альной ямы для γ -колебаний, вычисленная в микроскопической модели

²⁾ Расчеты во втором порядке теории возмущений сохраняют соотношения (7) (в интегралы (6) основной вклад вносит область $x \sim 0$, поэтому всегда $|\delta E(3)| < |\delta E(0')|$).

[10], как правило, невелика, поэтому дополнительный член $\sim \gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$

(по величине $\sim \hbar \omega_\beta \gamma^2$) вносит заметный вклад³⁾.

3. Наконец, особый интерес представляет связь β - и γ -колебаний, объясненная (9). Хотя параметр α и невелик [9], $H_{\beta\gamma}$ дает значительную поправку в $E2$ -переход между β - и γ -полосами. Простые вычисления в первом порядке по $H_{\beta\gamma}$ приводят к следующим результатам:

$$R_1 \equiv \frac{B(2_\beta^+ \rightarrow 0_g^+)}{B(2_g^+ \rightarrow 0_g^+)} = \left(\frac{\Delta\beta}{\beta_0}\right)^2 \left[1 - \frac{2\alpha}{\omega_\gamma \beta_0} \frac{\omega_\beta^2}{4\omega_\gamma^2 - \omega_\beta^2}\right]^2, \quad (10)$$

$$R_2 \equiv \frac{B(2_\gamma^+ \rightarrow 0_g^+)}{B(2_g^+ \rightarrow 0_g^+)} = \left(\frac{\Delta\beta}{\beta_0}\right)^2 \left[1 + \frac{\alpha}{2\omega_\beta \beta_0} \left(\frac{\beta_0}{\Delta\beta}\right)^2 \frac{\omega_\beta}{2\omega_\gamma - \omega_\beta}\right]^2,$$

где $\Delta\beta$ — амплитуда β -колебаний вокруг равновесного значения β_0 (в реальных ядрах $\Delta\beta/\beta_0 \sim 0,1 \div 0,3$). Видно, что поправка в R_2 значительно больше, чем для перехода в основное состояние. Таким образом, качественно объясняются результаты эксперимента [11], в котором для U^{232} было найдено

$$R_1 = 0,03, \quad R_2 = 4,8.$$

Отметим, что смешивание β - и γ -полос добавками в потенциальную энергию $V(\beta, \gamma)$ автоматически приводит к одновременному росту приведенных вероятностей R_1 и R_2 .

Заключение

Приведенные выше оценки, разумеется, не претендуют на количественное согласие с экспериментом, так как отличие реального гамильтониана от гидродинамического велико и теория возмущений неприменима, однако они могут быть использованы для проведения более целенаправленных численных расчетов. Кроме того, ценность адиабатического приближения, на наш взгляд, состоит не в получении численных результатов, а в возможности качественного учета сильной ангармоничности, поскольку в этом случае отсутствует последовательная микроскопическая теория.

Автор благодарен С. Т. Беляеву за помощь в работе и В. Г. Зелевину за полезные обсуждения.

Литература

- [1] A. Bohr. Math.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 26, 14, 1952.
- [2] А. С. Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер, Атомиздат, 1967.
- [3] L. Willets, M. Jean. Phys. Rev., 102, 788, 1956.
- [4] Н. С. Работнов, А. А. Серегин. ЯФ, 10, 286, 1969.
- [5] S. T. Belyaev. Nucl. Phys., 64, 17, 1965.
- [6] С. Т. Беляев, Б. А. Румянцев. ЯФ, 3, 234, 1966.
- [7] K. Kumar, M. Baranger. Nucl. Phys., A92, 608, 653, 1967.
- [8] D. R. Ves. Nucl. Phys., 10, 373, 1959.
- [9] T. Tamura, L. G. Komai. Phys. Rev. Lett., 3, 344, 1959.
- [10] S. T. Belyaev. Selected Topics in Nucl. Theory, Int. Atomic Energy Agency, Vienna, 1963, 291.
- [11] O. V. Nielsen. Proc. of Rutherford Jubilee Int. Conf., 317, 1961.

STRUCTURE EFFECTS OF COLLECTIVE KINETIC ENERGY OF NUCLEUS IN PHENOMENOLOGICAL MODELS В. А. РУМЯНЦЕВ

Corrections are calculated to the spectra and $E2$ -transition probabilities for two phenomenological models: model of axial nucleus and with an γ -unstable potential. Difference between the real collective Hamiltonian and the conventional hydrodynamic expression is treated as a perturbation.

³⁾ Знак этого «динамического потенциала» определяется степенью заполнения верхней оболочки ядра [9].

НУКЛОН-НУКЛОННАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ В ЯДРАХ И УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРЕ He^4

Р. И. ДЖИБУТИ, В. И. МАМАСАХЛИСОВ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ АН ГрузССР

(Поступила в редакцию 13 марта 1970 г.)

На основе нового двухнуклонного нелокального потенциала вида $\langle r|v|r' \rangle = \frac{1}{2}\{V(r)\delta(r') + V(r')\delta(r)\}$ строится аналитическое выражение корреляционной функции, наиболее полно выражающей эффект принципа Паули. Энергия связи ядра He^4 , вычисленная на основе этой функции методом Бракнера — Хартри — Фока, хорошо согласуется с экспериментальным значением. Вычисляется формфактор ядра He^4 . Показано, что предложенная корреляционная функция удовлетворительно описывает как местонахождение минимума формфактора, так и его общий ход в зависимости от переданного импульса электрона в интервале $0 \leq q^2 \leq 20 \text{ ф}^{-2}$.

1. Введение

Недавно Фрош и др. [1] в эксперименте по упругому рассеянию электронов на ядре He^4 обнаружили наличие минимума зарядового формфактора при $q^2 \simeq 10 \text{ ф}^{-2}$, где q — импульс, переданный электроном ядру. Этот факт в последнее время привлек к себе внимание теоретиков, так как он указывал на важность нуклон-нуклонных корреляций в ядрах [2]. Было выполнено несколько теоретических работ [3-7] с целью объяснения указанного выше отклонения формфактора от его формы, получаемой в простой гауссовской модели. В работах [4-7] для описания нуклон-нуклонных корреляций брались известные корреляционные функции с подгонными параметрами. Эти параметры определялись из сравнения теоретической кривой формфактора с экспериментальной. Ясно, что при такой параметризации корреляционной функции всегда остается открытым вопрос о том, насколько полученная таким путем волновая функция может объяснить энергию связи и размеры ядра He^4 . Известно, что согласование данных по энергии связи и размеров ядер, с одной стороны, и по электромагнитным свойствам — с другой, является центральной проблемой в теории структуры легчайших ядер. В работе [3] формфактор ядра He^4 был вычислен на основе волновой функции, параметризованной ранее [8] из задачи по вычислению энергии связи ядра. Однако результаты работы [3] малоудовлетворительны как по местонахождению минимума формфактора, так и по его форме в области $q^2 > 10 \text{ ф}^{-2}$, не говоря о том, что все еще остается открытым вопрос, в какой степени используемые до сих пор корреляционные функции удовлетворяют условию ортогональности $(\Phi, \chi) = 0$, где Φ — волновая функция относительного движения нерассеянной пары, χ — добавка к волновой функции, обусловленная коррелированной парой, χ — добавка к волновой функции, обусловленная эффектом корреляции. Появление минимума в формфакторе ядра He^4 является довольно тонким эффектом, и он, по-видимому, должен быть сильно критичным по отношению к указанным выше неортогональности.

В настоящей работе дана схема получения условия ортогональности корреляционной функции, которая, точно удовлетворяя условию ортогональ-