

## РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К СЕЧЕНИЮ ДВОЙНОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. Н. БАЙЕР, В. В. ГЕЙДТ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(Поступила в редакцию 14 июля 1970 г.)

В приближении мягких фотонов найдены радиационные поправки к сечению двойного тормозного излучения при столкновении электронов большой энергии.

Двойное тормозное излучение (ДТИ), т. е. излучение двух фотонов в противоположные стороны при столкновении электронов, или электрона и позитрона большой энергии, является одним из основных процессов, используемых для измерения светимости и нормировки сечений в опытах на встречных пучках. Впервые сечение ДТИ измерено в Новосибирске. Измерения сечения ДТИ с высокой степенью точности (до 6%) проводились в ОРСЭ (Франция) [1] и (до 20%) в Новосибирске (см., например, [2]). Результаты эксперимента полностью согласуются с теоретическим значением сечения, найденным в работах [3-5] в низшем приближении теории возмущений. При достигнутой точности эксперимента существенный интерес представляют радиационные поправки к сечению ДТИ. Вычисление радиационных поправок к сечению процесса высокого порядка, каким является ДТИ, сопряжено с большими вычислительными трудностями. Поэтому ограничимся здесь вычислением радиационных поправок в приближении мягких фотонов [6].

В этом случае сечение процесса можно представить в виде

$$d\sigma = d\sigma_0 \exp 2\alpha(B + \bar{B}), \quad (1)$$

где вклад виртуальных фотонов

$$B = \frac{-i}{8\pi^3} \int \frac{d^3k}{k^2 - \lambda^2} \sum_{i < j} z_i \theta_i z_j \theta_j \left( \frac{(2p_i \theta_i - k)_\mu}{k^2 - 2kp_i \theta_i} + \frac{(2p_j \theta_j + k)_\mu}{k^2 + 2kp_j \theta_j} \right)^2 \quad (2)$$

и вклад реальных фотонов

$$\bar{B} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\varepsilon \frac{d^3k}{(k^2 + \lambda^2)^{1/2}} \sum_{i < j} z_i \theta_i z_j \theta_j \left( \frac{p_{i\mu}}{kp_i} - \frac{p_{j\mu}}{kp_j} \right)^2. \quad (3)$$

Здесь  $p_i$  — импульсы заряженных частиц,  $z_i$  — знак заряда,  $\theta_i = +1$  для выходящих линий и  $\theta_i = -1$  для входящих линий,  $\varepsilon$  — предельно допустимая энергия дополнительного фотона.

Ограничиваясь рассмотрением процесса в  $e^{10}$  порядке теории возмущений и проводя несложные вычисления, получаем сечение ДТИ в виде

$$d\sigma = d\sigma_0(\Delta^2, \omega_1, \omega_2) \left( 1 - \frac{4\alpha}{\pi} \Phi\left(\frac{\Delta^2}{4}\right) \int_0^\varepsilon \frac{d\omega_3}{\omega_3} \right), \quad (4)$$

где  $d\sigma_0(\Delta^2, \omega_1, \omega_2)$  — сечение «упругого процесса» (формула (4) работы [3]),  $\Delta^2$  — квадрат передачи импульса,  $E$  — энергия электрона,  $\omega_1, \omega_2$  — энергии фотонов, излучаемых при ДТИ.  $\Phi(\Delta^2/4)$  — характерная функция для процессов с участием мягких фотонов

$$\Phi(x^2) = \frac{1 + 2x^2}{x\sqrt{1+x^2}} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - 1. \quad (5)$$

Отметим, что сечение «тройного» тормозного излучения (два фотона летят в одну сторону, а третий в другую) в случае мягких фотонов имеет вид (ср. [7])

$$d\sigma_{\omega_1 \omega_2 \omega_3} = \frac{8r_0^2 \alpha^3}{\pi^2} \frac{3}{5} [8\zeta(3) - 1] \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}; \quad (6)$$

$\zeta(3)$  есть  $\zeta$ -функция Римана ( $\zeta(3) = 1,201$ ).

При малых  $\Delta^2$  сечение  $d\sigma_0 \sim \Delta^2$ , поэтому малые передачи импульса несущественны и нижний предел интегрирования по  $\Delta^2$  можно положить равным нулю, верхний предел по  $\Delta^2$  порядка  $E^2$  и ввиду сходимости интегралов может быть положен равным бесконечности. Проводя простые вычисления, получаем сечение ДТИ с учетом радиационных поправок с логарифмической точностью:

$$d\sigma_{\omega_1 \omega_2} = \frac{8r_0^2 \alpha^2}{\pi} \left\{ \left( 1 - \frac{\omega_1}{E} \right) \left( 1 - \frac{\omega_2}{E} \right) \eta_1 + \left[ \left( 1 - \frac{\omega_1}{E} \right) \frac{\omega_2^2}{E^2} + \left( 1 - \frac{\omega_2}{E} \right) \frac{\omega_1^2}{E^2} \right] \eta_2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{E^4} \eta_3 \right\} \frac{d\omega_1 d\omega_2}{\omega_1 \omega_2}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_1^0 - \delta\eta_1^0 = \frac{5}{4} + \frac{7}{8}\zeta(3) - \frac{2\alpha}{\pi} \frac{3}{5} (8\zeta(3) - 1) \ln \frac{E}{\varepsilon}, \\ \eta_2 &= \eta_2^0 - \delta\eta_2^0 = \frac{1}{2} + \frac{7}{8}\zeta(3) - \frac{2\alpha}{\pi} \left( \frac{23\zeta(3)}{8} - \frac{1}{6} \right) \ln \frac{E}{\varepsilon}, \\ \eta_3 &= \eta_3^0 - \delta\eta_3^0 = \frac{7}{8}\zeta(3) - \frac{2\alpha}{\pi} \frac{7}{4} \zeta(3) \ln \frac{E}{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (8)$$

Значения каждого  $\eta_{1-3}$  приведены здесь для проинтегрированного по всем углам вылета фотонов сечения. В случае конечных интервалов углов вылета фотонов коэффициенты  $\eta_{1-3}^0$  следует взять из работы [4], а поправки  $\delta\eta_{1-3}^0$  пропорционально изменить.

Поскольку в сечение ДТИ основной вклад дают малые передачи импульса  $\Delta^2 \sim m^2$ , то радиационные поправки не содержат «больших» логарифмов типа  $\ln(E/m)$ . В формуле (8) сохранены лишь логарифмические члены в найденных поправках. Заметим, что диаграммы поляризации вакуума в них вкладов не дают.

Сечение ДТИ с хорошей численной точностью ( $< 1\%$ ) может быть представлено в мультипликативной форме (ср. [5]), т. е.

$$\eta_1^0 \eta_2^0 = \eta_2^0, \quad (9)$$

где  $\eta_i^0$  — значения коэффициентов в (7) без учета радиационных поправок. С учетом поправок соотношение (9) выполняется с той же точностью.

В проведенных экспериментах по изучению ДТИ фактически измерялось сечение процесса (7), проинтегрированное по энергии фотонов  $\omega_0 \leq \omega_1 \leq E$ ,  $\omega_0 \leq \omega_2 \leq E$ . При такой постановке опыта для нахождения сечения с учетом радиационных поправок необходимо в сечении (4) интегрировать по частотам фотонов по областям:

$$\omega_0 \leq \omega_1 \leq E, \quad \omega_0 \leq \omega_2 + \omega_3 \leq E \text{ и } \omega_0 \leq \omega_1 + \omega_3 \leq E, \quad \omega_0 \leq \omega_2 \leq E.$$

Проводя такие вычисления, получаем

$$\sigma = \sigma_0(1 - \delta), \quad (10)$$

где  $\sigma_0$  — сечение без учета радиационных поправок

$$\delta = \frac{48\alpha}{5\pi} \frac{(8\zeta(3) - 1)}{(7\zeta(3) + 10)} \ln \frac{E}{\omega_0} = 0,011 \ln \frac{E}{\omega_0}, \quad (11)$$

В конкретных условиях эксперимента в Новосибирске  $\omega_0/E = 1/100$ , тогда  $\delta = 0,05$ ; в ОРСЭ  $\omega_0/E = 1/3$ , тогда  $\delta = 0,01$ . Так что поправки следует учитывать в проведенных уже экспериментах. Возрастание поправки при уменьшении нижней границы энергии фотонов обусловлено тем, что при  $\omega_s > \omega_0$  происходит эффективное уменьшение области интегрирования по основному фотону.

Авторы благодарны В. А. Сидорову и А. Г. Хабахпашеву за обсуждение вопросов, связанных с экспериментом.

#### Литература

- [1] J. E. Augustin et al. Phys. Lett., 31B, 673, 1970.
- [2] А. Г. Хабахпашев. Диссертация, Новосибирск, 1970.
- [3] В. Н. Байер, В. М. Галицкий. Письма ЖЭТФ, 2, 259, 1965.
- [4] В. Н. Байер, В. С. Фадин, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 50, 1611, 1966.
- [5] В. Н. Байер, В. М. Галицкий, В. С. Фадин, В. А. Хозе. ЯФ, 8, 1174, 1968.
- [6] D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura. Ann. of Phys., 13, 379, 1961.
- [7] V. N. Bayer, V. M. Galitsky. Phys. Lett., 13, 355, 1964.

### RADIATIVE CORRECTIONS TO CROSS SECTION OF THE DOUBLE BREMSSTRAHLUNG

V. N. BAYER, V. V. GEIDT

Radiative corrections to cross section of the double Bremsstrahlung are found for high energy electron collision in soft photon approximation.

### ИЗУЧЕНИЕ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО $\gamma\gamma$ -РАССЕЯНИЯ ВО ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ. КИНЕМАТИКА И ОЦЕНКИ СЕЧЕНИЙ

В. М. БУДНЕВ, И. Ф. ГИНЗБУРГ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ СО АН СССР  
(Поступила в редакцию 17 июля 1970 г.)

В ускорителях со встречными  $e^+e^-$  или  $e^-e^-$ -пучками может наблюдаться процесс рождения адронов двумя тормозными фотонами. При этом квадрат энергии  $\gamma\gamma$ -системы в с.д.и.  $s$  может быть велик, а полное сечение процесса логарифмически растет с ростом энергии  $E$  пучков, достигая  $10^{-23}$  см<sup>2</sup> при энергиях порядка  $1$  Гэв. Установлена связь наблюдаемых сечений с амплитудами  $\gamma\gamma$ -рассеяния вперед в представлении спиральных амплитуд и через инвариантные функции. Оценивается возможность измерения этих величин в зависимости от  $s$  и от квадратов масс фотонов.

#### 1. Введение

В обычно наблюдаемых и изучаемых процессах образования адронов одним фотоном (аннигиляционным или тормозным) суммарный момент образовавшейся системы принимает единственное значение 1, а сечения быстро падают с ростом суммарной эффективной массы продуктов реакций. В недавней заметке [1] мы обратили внимание на механизм рождения адронов двумя фотонами («конденсацию» фотонов), который доступен для наблюдения в ускорителе со встречными  $e^+e^-$  или  $e^-e^-$ -пучками. Сечение этого процесса не должно убывать с ростом суммарной эффективной массы образовавшихся адронов, а с ростом энергии пучка оно растет как  $\ln^2(E/m_e)\ln^2(E/m_\pi)$ . На рис. 1 изображена диаграмма Фейнмана этого процесса. (Для определенности мы говорим ниже о  $e^-e^-$ -столкновениях.) Сталкивающиеся электроны теряют энергию и излучают фотоны, а уж эти фотоны («встречные фотонные пучки») конденсируются в адроны.

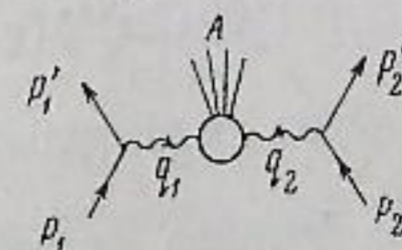


Рис. 1

Обозначим через  $p_1, p_2$  и  $p_1', p_2'$  импульсы электронов до и после рассеяния, а через  $q_1$  и  $q_2$  — импульсы фотонов. Введем квадрат суммарной эффективной массы адронов  $s$  (обычный инвариант  $s$  для  $\gamma\gamma$ -рассеяния) и вспомогательные величины  $r_i$  и  $X$ :

$$q_i = p_i - p_i', \quad r_i = p_i + p_i' \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

$$s = (q_1 + q_2)^2, \quad X = (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2.$$

Полное сечение  $\gamma\gamma$ -рассеяния при больших энергиях, подобно всем адронным сечениям, должно быть приблизительно постоянным и порядка