ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 13, вып. 6, 1971

ОЦЕНКА СНИЗУ СОБСТВЕННОЙ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ С ТВЕРДЫМ КОРОМ

О. Я. САВЧЕНКО

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 28 июля 1970 г)

Приводится простой способ оценки снизу энергии системы частиц с твердым кором. Этот способ используется для оценки сверху энергии связи нуклонов в модели ядра, в котором коры нуклонов расположены в почти плотной упаковке.

Данные по np-, pp- и πN-рассеянию в диапазоне нескольких сотен *Мэв* [1-3] указывают на возможность короткодействующих сил отталкивания между нуклонами. Поэтому определенный интерес представляют оценки энергий связи частиц в модели атомного ядра с нуклонами, между которыми существуют и обычные силы отталкивания на малом расстоянии и силы притяжения на несколько бо́льших расстояниях [4]. В работе [5] приведен метод, позволяющий учесть влияние на энергию связи частиц кора с малым радиусом. В предлагаемой статье дается способ оценки снизу энергии системы частиц с твердым кором, который используется затем для оценки сверху энергии связи системы частиц с протяженным кором.

Волновая функция системы частиц с твердым кором определяется следующим уравнением Шредингера:

$$(V_n + U_{r_0} - \Delta_n)\Psi_n = \lambda_n \Psi_n, \tag{1}$$

где

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j<i}^{n-1} V_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad \Delta_n = \sum_{i=1}^{n} \nabla_i^2, \; \nabla_i^2 = \frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_i^2}\right), \tag{2}$$

U_{r_0} — функция, обращающаяся в ∞ при $r_0 > |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ и в 0 при $r_0 < |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ (r_0 — радиус твердого кора), $V_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ — отрицательная часть энергии взаимодействия i-й и j-й частиц. Используя формальное равенство

$$U_{r_0} = nU_{r_0}, \tag{3}$$

оператор уравнения (1) можно записать в виде следующей суммы:

$$V_n + U_{r_0} - \Delta_n = \sum_{i=1}^{n}\left(-\nabla_i^2 + U_{r_0} + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}^{n} V_{ij}\right), \quad V_{ji} = V_{ij}. \tag{4}$$

Поэтому [6]

$$\lambda_n \geqslant \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^{(m)}, \tag{5}$$

где $\lambda_i^{(m)}$ — собственные числа уравнений

$$\left(\nabla_i^2 - U_{r_0} - \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}^{n} V_{ij} - \varepsilon_i\right)\Psi^{(i)} = 0, \tag{6}$$

взятые при значениях $\mathbf{r}_j$, которые осуществляют максимум величины ε_i. Таким образом, верхнюю границу энергии связи с твердым кором можно найти как сумму энергий связи частиц, каждая из которых двигается в половинном поле остальных частиц, закрепленных в точках, обеспечивающих максимальное значение энергии связи движущейся частицы в поле закрепленных частиц. Расстояние между закрепленными частицами должно быть больше (или равно) радиусу кора. Для системы n одинаковых частиц верхняя граница энергии связи будет равна увеличенной в n раз максимальной энергии связи одной из таких частиц. Зависимость энергии связи движущейся частицы от расстояния между закрепленными частицами не монотонна. С уменьшением этого расстояния потенциальная энергия (в случае монотонного отрицательного потенциала) вплоть до расстояний r_0 уменьшается, а кинетическая энергия из-за уменьшения области движения частицы возрастает. На больших расстояниях энергия связи, которая является суммой потенциальной и кинетической энергии, взятой с отрицательным знаком, с уменьшением расстояния увеличивается. На малых же расстояниях, где более существенным является эффект увеличения кинетической энергии, энергия связи уменьшается. Поэтому на определенных расстояниях между закрепленными частицами энергия связи движущейся частицы достигает максимальной величины. Если монотонный отрицательный потенциал достаточно глубок, чтобы вызвать появление связанных уровней в системе из двух частиц, максимизирующее расстояние меньше $r_0\sqrt{3}$. В этом случае движущаяся частица будет «упакована» в одной из ячеек закрепленными частицами, которые ограничивают область движения выделенной частицы бесконечным потенциальным барьером. Если ширина отрицательной части потенциала меньше или соизмерима с радиусом кора, при расчетах можно пренебречь действием закрепленных частиц, которые расположены за границей ячейки. Эти частицы находятся на расстояниях порядка радиуса кора или на бо́льших расстояниях и поэтому их потенциал в области ячейки будет очень мал. В этом случае энергия связи частицы, движущейся в ячейке, будет определяться действием на нее лишь двенадцати ближайших закрепленных частиц.

Рассмотрим модель ядра с нуклонами, обладающими твердым кором с радиусом $r_0 > a$, где a — ширина области с отрицательным потенциалом. Потенциал ядерных сил достаточно велик, чтобы обеспечить связанные или почти связанные состояния двух нуклонов. Поэтому верхнюю границу энергии связи нуклона в тяжелом ядре можно оценить по энергии связи одного из нуклонов в ячейке, окруженной двенадцатью нуклонами, равномерно закрепленными на сфере. Радиус этой сферы должен выбираться из условия максимума энергии связи выделенного нуклона. Будем предполагать, что отрицательный потенциал взаимодействия нуклонов в синглетном и триплетном состоянии можно аппроксимировать одним и тем же отрицательным прямоугольным потенциалом $-V_0$. Плотность волновой функции движущегося нуклона максимальна в центре ячейки. Поэтому можно пренебречь вкладом в энергию связи нуклона областей, лежащих между соседними корами закрепленных нуклонов, и принять за область движения выделенного нуклона ячейку в виде сферы. Радиус ячейки должен быть равен разности радиусов сферы, на которой закреплены нуклоны, и кора. При радиусе ячейки, меньшем $^1/_2 a$, среднее поле, действующее на движущийся нуклон, близко к $-6V_0$. Поэтому энергия связи нуклона в этой области связана с параметрами потенциала соотношением

$$[2\mu(6V_0 - \varepsilon')]^{1/2} R \simeq \pi\hbar; \tag{7}$$

R — варьируемый радиус ячейки. С другой стороны, известно, что [4]

$$[4\mu V_0]^{1/2} a \simeq \pi\hbar. \tag{8}$$

Составляя (7) и (8), получаем

$$\varepsilon' \simeq 2V_0[3-(a/R)^2]. \qquad (9)$$

Таким образом, при радиусе ячейки, меньшем $^1/_2 a$, энергия связи нуклона в ячейке отрицательна. Максимальное значение энергии связи нуклона лежит в области значений радиуса ячейки, близких к a. В этом случае на частицу в ячейке действует в основном потенциал $-3V_0$. Поэтому энергия связи движущегося нуклона определяется соотношением

$$[2\mu(3V_0-\varepsilon'')]^{1/2} a \simeq \pi\hbar. \qquad (10)$$

Потенциал	Ширина a, ф	Глубина, *Мэв*	Верхняя оценка энергии связи ε'', *Мэв*
V_{I}	1,70	48,05	73
V_{II}	1,50	59,73	88
V_{III}	2,04	35,4	56

При условии (8) эта энергия связи близка к V_0. Следовательно, в рамках рассматриваемой модели энергия связи нуклона в ядре не меньше глубины отрицательного потенциала взаимодействия двух нуклонов. Реальная энергия связи нуклона в тяжелых ядрах составляет около 16 *Мэв* [7]. Поэтому рассматриваемая модель допускает наличие в ядре двухчастичных потенциалов с глубиной не меньше 16 *Мэв*. В таблице даны верхние границы энергии связи нуклонов в ядре для трех разных прямоугольных ям, подогнанных к энергии связи дейтрона [5]. Из таблицы видно, что верхняя граница энергии связи нуклона несколько больше глубины ямы, но существенно меньше максимально возможной энергии связи, которая в рамках рассматриваемой модели в шесть раз больше глубины ямы [6]. Следовательно, в модели ядра как системы частиц, расположенных в почти плотной упаковке, условие малости энергии связи нуклонов в дейтроне [4] уменьшает энергию связи нуклонов в ядре настолько, что она становится почти на порядок меньше максимально возможной энергии связи. По-видимому, более тщательный расчет дал бы еще меньшее и, следовательно, более близкое к 16 *Мэв* значение верхней границы энергии связи нуклона. Однако в предлагаемой статье не ставилась задача определения энергии связи сверху с максимально возможной точностью. Приведенный в тексте расчет следует рассматривать как наиболее простую иллюстрацию использования соотношения (5) для оценки энергии нуклонов в модели ядра с протяженным кором.

Литература

[1] Ю. М. Казаринов, И. Н. Силин. ЖЭТФ, 34, 692, 1962.
[2] R. Wilson. The Nucleon — Nucleon Interaction, Publ. New York — London, 1963.
[3] О. Я. Савченко. ЯФ, 6, 645, 1967.
[4] Г. А. Бете, Р. Ф. Бечер. Физика ядра, 1, ОНТИ, Харьков, 1938.
[5] А. М. Бадалян, Ю. А. Симонов. ЯФ, 11, 1112, 1970.
[6] О. Я. Савченко. ЯФ, 8, 1259, 1968.
[7] Дж. Блатт, В. Вайскопф. Теоретическая ядерная физика, ИИЛ, 1954.

LOW ESTIMATE FOR THE SELF-ENERGY OF SYSTEM WITH A HARD CORE

O. Ya. SAVCHENKO

A simple method is presented to get a low estimate for the energy of the system of particles with a hard core. The method is used for upper estimate of the bound energy of the nucleons in a nucleus where the nucleon cores are almost compactly packed.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 13, вып. 6, 1971

О ВКЛАДЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ЭНЕРГИЮ СВЯЗИ ЯДЕР

А. А. САДОВОЙ

(*Поступила в редакцию 16 ноября 1970 г.*)

Для вычисления матричных элементов от различных локальных нуклон-нуклонных потенциалов в методе K-гармоник применяется преобразование Тальми — Мошинского. Это позволяет в самом общем случае выразить матричные элементы (м.э.) между произвольными угловыми гармониками в виде однократных интегралов. Приводятся явные выражения для м.э. от центральных, тензорных, спин-орбитальных и зависящих от l^2 ядерных сил. Полученные формулы значительно облегчают расчет м.э. от потенциальной энергии ядра и, кроме этого, дают возможность исследовать вклад различных типов ядерных взаимодействий в энергию связи ядер.

1. Предложенные в работах [1,2] ядерные волновые функции успешно применяются для исследования различных характеристик ядер. Так, в работах [3–10] методом гиперсферических функций (МГСФ) определялись энергии связи серии ядер с числом нуклонов в области $A = 3 \div 240$, вычислялись среднеквадратичные радиусы, распределение плотности вещества в ядрах, определялся спектр нижайших уровней. В связи с разработкой метода учета высших гармоник [11] появляется реальная возможность значительно расширить класс уже изучаемых характеристик ядер, дополнив их теми, которые обусловлены примесью высших конфигураций. Относительная простота расчетных формул МГСФ, универсальность метода, позволяющая на равных основаниях изучать легкие, средние и тяжелые ядра, возможность получения дополнительной информации о силах, действующих в ядрах,— все это ставит вопрос о разработке расчетного аппарата МГСФ подобно модели оболочек [12]. Основным этапом по трудоемкости в МГСФ является вычисление матрицы эффективных потенциалов $U^{K\nu}_{K'\nu'}(\rho)$, при котором необходимо выполнить интегрирование по углам на $(3A-3)$-мерной гиперсфере. Первоначально предложенный метод вычисления матричных элементов (м.э.) в работе [2] был затем упрощен в работах [10,13] для гармоник с K_{min}. В результате расчет м.э. был сведен к вычислению двухчастичных м.э. по волновым функциям гармонического осциллятора с переменной частотой и к усреднению результатов по частоте осциллятора, т. е. м.э. выражались в виде суммы семи- или шестикратных интегралов. В работе [14] был предложен метод сведения диагональных м.э. с K_{min} к однократным интегралам. Однако при этом были введены новые многопараметрические коэффициенты.

В связи с исследованием связи МГСФ и модели оболочек [13] естественным является использование методов, развитых в рамках модели оболочек. В данной работе преобразование Тальми — Мошинского, как известно, широко используемое в модели оболочек, применяется в МГСФ для сведения м. э. от потенциальной энергии ядер между гармониками с произвольными K к сумме однократных интегралов. Отличительной чертой предлагаемого метода вычисления м.э. является то, что м.э. от всех