сичности его движения в отличие от обычных случаев применения метода Вейцзеккера — Вильямса [8].

Проводя в (42) интегрирование с логарифмической точностью, получаем

$$\sigma(\gamma=0)=\frac{5\alpha^3 s}{18M^4}\ln\frac{\sqrt{s}}{m}. \tag{45}$$

Для случаев $\gamma\neq 0$ метод Вейцзеккера — Вильямса не применим, поскольку выражения для T_1 и T_2 содержат t в качестве множителя в числителе старших членов. При $\gamma=-1$ асимптотическое поведение сечения определяется диаграммами I (причем дают вклад только диаграммы *б* и *в*). В этом случае

$$\sigma(\gamma=-1)=\frac{\alpha^3}{32M^6}s^2. \tag{46}$$

Для $\gamma=1$ асимптотическое поведение сечения определяется диаграммами II и равно

$$\sigma(\gamma=+1)=\frac{\alpha^3 s}{36M^4}\ln\frac{\sqrt{s}}{m}. \tag{47}$$

Формулы (38), (39), (45), (46) расходятся с соответствующими формулами работы [11].

Авторы глубоко благодарны Б. Л. Иоффе за интерес к работе и полезные обсуждения, а также С. С. Герштейну, С. Г. Матиняну, Ю. Ф. Пирогову, М. В. Терентьеву, В. С. Фадину и В. Н. Фоломешкину за полезные обсуждения.

Литература

[1] N. Cabibbo, R. Gatto, Nuovo Cim., 20, 185, 1961; Phys. Rev., 124, 1577, 1961.
[2] А. А. Комар. Тр. совещ. по слабым взаимодействиям, ОИЯИ, Дубна, 1961.
[3] Нгуен Ван Хьеу. ЖЭТФ, 42, 1611, 1962.
[4] А. Д. Долгов, В. В. Соловьев. ЯФ, 1, 860, 1965.
[5] С. М. Дарбинян, Ю. Г. Шахназарян. ЯФ, 3, 1079, 1966.
[6] Э. А. Чобан. ЯФ, 7, 375, 1968; 13, 624, 1971.
[7] F. A. Berends, G. B. West. Phys. Rev., D1, 122, 1970.
[8] А. М. Алтухов, И. Б. Хриплович. ЯФ, 13, 633, 1971. А. М. Алтухов. ЯФ, 13, 637, 1971.
[9] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 946, 1965.
[10] В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.
[11] В. Г. Компаниец. ЯФ, 12, 826, 1970.
[12] В. Н. Грибов, В. А. Колкунов, Л. Б. Окунь, В. М. Шехтер. ЖЭТФ, 41, 1839, 1961.
[13] С. А. Хейфец, В. А. Хозе. Препринт ЕФИ-ТФ-2-71.
[14] Б. Л. Иоффе, М. В. Терентьев. ЖЭТФ, 47, 744, 1964.
[15] Б. Л. Иоффе. ЖЭТФ, 47, 975, 1964.
[16] D. Yennie, S. Frautschi, H. Suura. Ann. Phys., 13, 379, 1961.
[17] В. Н. Байер, В. С. Фадин, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 50, 156, 1966.

ON ELECTROMAGNETIC PRODUCTION OF *W*-MESON PAIRS

N. L. TER-ISAAKYAN, V. A. KHOZE

The integral cross sections of the photon emission in annihilation of the e^+e^- pair into *W*-meson pair are obtained. The photoproduction of a *W*-meson pair on electron is considered. Explicit expressions for cross sections are given for the case of anomalous magnetic moment of the *W*-meson $\gamma=0$. For the cases of $\gamma=\pm 1$ the results are given in the asymptotic energy region. It is shown that at $\gamma=0$ the asymptotic cross section of the process $\gamma+e^-\to e^-+W^+W^-$ may be obtained using the Weizzekker — Wilyams method.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 15, вып. 1, 1972 г.

ОБРАЗОВАНИЕ ПАР НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ В ОПЫТАХ НА ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ

В. Н. БАЙЕР, В. С. ФАДИН

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 7 июля 1971 г.)

Найдено сечение электророждения пар мюонов и пионов на большие углы при столкновении электронов и позитронов большой энергии. В случае рождения пионов рассмотрено образование резонансных промежуточных состояний 0^+, 2^+.

1. Сечение процессов электророждения ($e^\pm e\to e^\pm e+N$) логарифмически растет с энергией, поэтому эти процессы будут весьма важными для опытов на встречных пучках при высоких энергиях. При существующих методах детектирования наблюдаются частицы, вылетевшие под большими углами по сравнению с характерными (малыми) углами задачи [1)], причем следует иметь в виду, что при высоких энергиях доминирующий вклад в полное сечение дают именно малые углы. По этой причине процесс электророждения под большими углами требует отдельного рассмотрения. Для случая электророждения электрон-позитронной пары такое рассмотрение проведено в работе авторов [1]. Найденное сечение хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными в Новосибирске [2]. Поскольку анализ многочастичного процесса проводится по угловому распределению, то для надежного отождествления желательно знать сечение $d\sigma/d\Omega_+d\Omega_-$ ($\Omega_\pm$ — телесные углы родившихся частиц). В данной работе получены такие сечения для образования пар $\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$ (K^+K^-) (в последнем случае — как в борновском приближении, так и через резонансные состояния 0^+, 2^+).

2. Как показано в [1], сечение электророждения под большими углами может содержать не более двух «больших» логарифмов, а само сечение вычислено в [1] с однологарифмической точностью в случае ультрарелятивизма частиц родившейся электрон-позитронной пары (порог детектирования ε_0 составляет десятки *Мэв*, т. е. $\varepsilon_0\gg m$ (m — масса электрона); малыми параметрами считались $\varepsilon_0/\varepsilon$, m/ε_0, ε — начальная энергия). В случае рождения пар тяжелых частиц ($\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$ и т. д.) $\varepsilon_0\sim\mu$ (μ — масса родившейся частицы), и при вычислении сечения в борновском приближении (без учета взаимодействия в конечном состоянии) малым параметром является только $\varepsilon_0/\varepsilon$. С этой точностью вклад дают только двухфотонные диаграммы. Мы ограничимся здесь вычислением сечения с дважды логарифмической точностью, для чего можно воспользоваться методом эквивалентных фотонов, в рамках которого в Ц-системе сечение электророждения пары имеет вид

$$d\sigma=\frac{\alpha^4}{8\pi^3\omega_1^2\omega_2^2}\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}+\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon^2}\right)\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}+\frac{\omega_2^2}{2\varepsilon^2}\right)R_{\gamma\gamma}\times$$
$$\times\frac{1}{a}\ln\left(\frac{a}{b}\right)p_+p_-d\varepsilon_+d\varepsilon_-d\Omega_+d\Omega_-, \tag{1}$$

1) Обсуждаются проекты экспериментов, например, с магнитным анализом конечных частиц, которые позволят наблюдать процессы под малыми углами.

где

$$a = \Delta_\perp^2 + \frac{m^2}{\varepsilon^2}(\omega_1^2 + \omega_2^2), \qquad b = \frac{m^2}{\varepsilon^2}\omega_1\omega_2, \tag{2}$$

$$\Delta_\perp^2 = p_+^2 s_+^2 + p_-^2 s_-^2 - 2p_+p_-s_+s_- \cos\varphi,$$

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2}[\varepsilon_+ + \varepsilon_- \pm (p_+c_+ + p_-c_-)].$$

Здесь $p_\pm$ ($\varepsilon_\pm$) — импульс (энергия) частиц родившейся пары, полярная ось направлена вдоль линии столкновения начальных частиц, эта ось и $\mathbf{p}_\pm$ определяют плоскости вылета родившихся частиц; $\vartheta_\pm$ — полярный угол вылета родившихся частиц; $c_\pm = \cos\vartheta_\pm$; $s_\pm = \sin\vartheta_\pm$; φ — угол между плоскостями вылета родившихся частиц (угол некомпланарности), $\varphi = \varphi_+ - \varphi_- + \pi$; $R_{\gamma\gamma}$ — квадрат матричного элемента перехода $\gamma + \gamma \to$ пару для неполяризованных частиц; $\omega_{1,2}$ — энергия фотонов; $\varepsilon(m)$ — энергия (масса) начальных частиц.

Если не интересоваться распределением по углу φ, то можно воспользоваться стандартной формулировкой[2)] метода эквивалентных фотонов:

$$d\sigma^N = \frac{\alpha^2}{\pi^2}\int^{\varepsilon}\frac{d\omega_1}{\omega_1}\int\limits_{\omega_1\omega_2 \geqslant \mu^2}^{\varepsilon}\frac{d\omega_2}{\omega_2}\int\limits_{m^2\omega_1^2/\varepsilon^2}^{t_1^0}\frac{d\Delta_1^2}{\Delta_1^2}\times$$

$$\times\int\limits_{m^2\omega_2^2/\varepsilon^2}^{t_2^0}\frac{d\Delta_2^2}{\Delta_2^2}\left(1 - \frac{\omega_1}{\varepsilon} + \frac{\omega_1^2}{2\varepsilon^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_2}{\varepsilon} + \frac{\omega_2^2}{2\varepsilon^2}\right)d\sigma_{\gamma\gamma}^N, \tag{3}$$

где $q_{1,2}$ — импульсы фотонов, $\Delta_{1,2}^2 = -q_{1,2}^2$, 2μ — суммарная масса покоя родившихся частиц, $d\sigma_{\gamma\gamma}^N$ — сечение фотопроцесса $\gamma + \gamma \to N$. Отметим, что сечение в форме (3) выражает сечение электропроцесса через сечение фотопроцесса для произвольных образовавшихся состояний N. Сделаем еще несколько замечаний относительно сечения (3):

а) спектр эквивалентных фотонов зависит от спина начальных частиц (для скалярных частиц $1 - \omega_1/\varepsilon + \omega_1/2\varepsilon^2 \to 1 - \omega_1/\varepsilon$);

б) верхний предел интегрирования по $\Delta_{1,2}^2$ (и спектр эквивалентных фотонов) не является универсальным и зависит от свойств $d\sigma_{\gamma\gamma}^N$ вне массовой оболочки фотопроцесса ($\Delta_{1,2}^2 \neq 0$); в частности, при электророждении пары частиц $t_{1,2}^0 \sim \Delta^2$ ($\Delta^2 = (q_1 + q_2)^2 = 4\omega_1\omega_2$);

в) формула (3) позволяет найти весь вклад, содержащий квадрат «большого» логарифма, который при $\mu \gg m$ возникает только при интегрировании по $\Delta_{1,2}^2$. Этот вклад поддается особенно простой физической интерпретации, поскольку кинематика процесса такая же, как при лобовом соударении фотонов с частотами ω_1, ω_2. Формулы (1), (3) применимы и при $\varepsilon \sim \mu$ ($\mu \gg m$).

Выполняя в формуле (3) интегрирование, получаем

$$\sigma^N = \frac{\alpha^2}{\pi^2}\int\limits_{\mu^2/\varepsilon^2}^{1}\frac{ds}{s}\sigma_{\gamma\gamma}^N(s) f\left(s, \frac{t_0}{m^2}\right), \tag{4}$$

---

2) Различные варианты метода эквивалентных фотонов обсуждались в работах [4–6] (см. также [7]).

где

$$f\left(s, \frac{t_0}{m^2}\right) = \frac{2}{3}\left(1 + s + \frac{s^2}{4}\right) l \left(l^2 + 3ll_0 + \frac{3}{2}l_0^2\right) -$$

$$- 3\left(1 - \frac{2}{3}s - \frac{s^2}{3}\right) l_0 \left(l + \frac{l_0}{2}\right). \tag{5}$$

Здесь $t_1^0 = t_2^0 = t^0$; $s = \dfrac{\Delta^2}{4\varepsilon^2}$; $l = \ln(1/s)$, $l_0 = \ln(t_0/m^2)$. Формула (4) удобна для нахождения интегрального сечения электророждения. В частности, сечение образования резонанса со спином s_R двумя квантами есть

$$\sigma_{\gamma\gamma}^{Res} = \frac{8\pi^2}{M}\Gamma_{\gamma\gamma}(2s_R + 1)\,\delta(\Delta^2 - M^2), \tag{6}$$

где M — масса резонанса, $\Gamma_{\gamma\gamma}$ — парциальная ширина распада $\mathrm{Res} \to \gamma + \gamma$. Тогда, подставляя (6) в (4), получаем сечение электророждения резонанса со спином s_R:

$$\sigma_{Res} = \frac{8\alpha^2}{M^3}\Gamma_{\gamma\gamma}(2s_R + 1) f\left(\frac{M^2}{4\varepsilon^2}, \frac{M^2}{m^2}\right). \tag{7}$$

В случае достаточно широких резонансов, когда его ширина превышает разрешение по Δ^2, имеет смысл сравнивать с опытом сечение $d\sigma/d\Delta^2$:

$$\frac{d\sigma_{Res}}{d\Delta^2} = \frac{8\alpha^2\Gamma_{\gamma\gamma}(2s_R + 1)}{(\Delta^2)^{3/2}}\,\frac{M\Gamma}{\pi[(\Delta^2 - M^2)^2 + M^2\Gamma^2]} f\left(\frac{\Delta^2}{4\varepsilon^2}, \frac{M^2}{m^2}\right); \tag{8}$$

в (7), (8) мы положили $t_0 = M^2$.

3. Сечение $d\sigma/d\Omega_+d\Omega_-$ для рождения пар частиц со спином $s_f = 0, 1/2$ на большие углы может быть получено из (1), куда следует подставить квадраты матричных элементов $R_{\gamma\gamma}^{(s_f)}$:

$$R_{\gamma\gamma}^{(0)} = 2 - \frac{2\mu^2}{\omega_1}\left(\frac{1}{g_+} + \frac{1}{g_-}\right) + \frac{\mu^4}{\omega_1^2}\left(\frac{1}{g_+} + \frac{1}{g_-}\right)^2,$$

$$R_{\gamma\gamma}^{(1/2)} = 2\left(\frac{g_+}{g_-} + \frac{g_-}{g_+}\right) + \frac{4\mu^2}{\omega_1}\left(\frac{1}{g_+} + \frac{1}{g_-}\right) - \frac{2\mu^4}{\omega_1^2}\left(\frac{1}{g_+} + \frac{1}{g_-}\right)^2, \tag{9}$$

где $g_\pm = \varepsilon_\pm - p_\pm c_\pm$. Полученное выражение пригодно при любых ε (при условии $\varepsilon \gg m$). Нас же будет интересовать случай, когда $\varepsilon \gg \varepsilon_0 \sim \mu$, тогда интеграл в (1) следует взять в пределах $\varepsilon_0 \leqslant \varepsilon_\pm < \infty$, где ε_0 — порог детектирования, пренебрегая членами вида $\omega_{1,2}/\varepsilon$. Дважды логарифмический вклад дает область $m/\varepsilon \ll \varphi \ll 1$, в которой вычисление одного из интегралов (например, по ε_-) сводится к замене $p_- = p_+(s_+/s_-)$ повсюду в подынтегральной функции, кроме быстро меняющегося фактора $1/a$, интеграл от которого дает

$$\int\frac{dp_-}{a} \simeq \frac{\pi}{p_+s_+s_-}\left[\sqrt{\frac{m^2}{\varepsilon^2} + 2(1 - \cos\varphi)}\right]^{-1}. \tag{10}$$

Полученный результат представляет распределение по углам конечных частиц (в том числе имеющее пиковый характер распределение по углу φ, ср. [1]).

Если нас не интересует распределение по углу φ, то, проводя по нему интегрирование, получаем сечение $d\sigma/dc_+dc_-$, которое можно получить также из формулы (3), если подставить в нее $t_1^0 = t_2^0 \sim \mu^2$ и

$$d\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{\alpha^2}{8\omega_1\omega_2}p_+p_-R_{\gamma\gamma}^{(s_f)}\,\delta(q_1 + q_2 - p_+ - p_-)\,d\Omega_+\,d\Omega_-\,d\varepsilon_+\,d\varepsilon_- \tag{11}$$

и провести интегрирование δ-функции. В итоге получим с дважды логарифмической точностью

$$\frac{d\sigma^{(s_f)}}{dc_+ dc_-} = \frac{\alpha^4}{2\pi}\left(\ln\frac{\varepsilon}{m}\right)^2 \int\limits_{p_{min}}^{\varepsilon} \frac{dp_+ p_+^3 s_+}{\omega_1^2\omega_2^2\varepsilon_+\varepsilon_- s_-^3} R_{\gamma\gamma}^{(s_f)}, \tag{12}$$

где

$$p_{min} = p_0\vartheta\left(\frac{s_+}{s_-} - 1\right) + p_0\frac{s_-}{s_+}\vartheta\left(1 - \frac{s_+}{s_-}\right), \quad p_- = p_+\frac{s_+}{s_-};$$

$\omega_{1,2}$ и $R_{\gamma\gamma}^{(sf)}$ даются соответственно формулами (2) и (9).

Можно убедиться, что вклады остальных диаграмм в рассматриваемой области имеют малость $\sim(\varepsilon_0/\varepsilon)^2$.

Для оценки величины полученных сечений вычислим сечение (12) при $\vartheta_+ = \vartheta_- = \pi/2$, $\varepsilon_0 = \mu$:

$$\left.\frac{d\sigma^{(s_f)}}{dc_+ dc_-}\right|_{\vartheta_+=\vartheta_-=\pi/2} = \frac{\alpha^4}{6\pi\mu^2}\left(\ln\frac{\varepsilon}{m}\right)^2(1 + 6s_f). \tag{13}$$

Если бы сечение не зависело от углов, то для получения полного сечения следовало бы умножить (13) на 4. Этот результат интересно сравнить с полным сечением (см. [3]). При энергии $\varepsilon = 700$ *Мэв* имеем для электророждения пары мюонов $\sigma_{tot} \simeq 10^{-32}$ *см*^{2}, а из (13) следует $4\cdot 10^{-33}$ *см*^{2} (в случае пионов соответственно $\sigma_{tot} \simeq 10^{-33}$ и $5\cdot 10^{-34}$ *см*^{2}). Отсюда следует, что угловое распределение родившихся частиц весьма плавное, а вытянутость распределения вдоль направления движения начальных частиц очень слабая.

4. В случае образования пары пионов необходимо учитывать их взаимодействие в конечном состоянии. Это взаимодействие приводит, в частности, к образованию резонансов (такими резонансами являются, например, $\eta_0(700, 1060)$- и $f(1264)$-мезоны с квантовыми числами соответственно 0^+ и 2^+). Поэтому определенный интерес представляет сечение образования пары пионов $d\sigma/d\Omega_+ d\Omega_-$ через резонансы 0^+, 2^+. Для получения этого сечения можно воспользоваться формулой (1) (или формулой (3)), куда следует подставить квадрат матричного элемента процесса $\gamma + \gamma \to \mathrm{Res} \to \pi + \pi$. Этот процесс удобно анализировать в терминах спиральных амплитуд, тогда квадрат матричного элемента для узкого резонанса имеет вид

$$R_{\gamma\gamma}^{0^+} = \frac{8M}{\alpha^2\beta}\frac{\Gamma_{\pi\pi}\Gamma_{\gamma\gamma}}{\Gamma}\pi\delta(\Delta^2 - M^2),$$

$$R_{\gamma\gamma}^{2^+} = \frac{50M}{\alpha^2\beta}\frac{\Gamma_{\pi\pi}\Gamma_{\gamma\gamma}}{\Gamma(1+\delta)}\pi\delta(\Delta^2 - M^2)\left[(1 - 3\cos^2\vartheta)^2 + \frac{3}{2}\delta\sin^4\vartheta\right]. \tag{14}$$

Здесь Γ — полная ширина резонанса, $\Gamma_{\pi\pi}$ — парциальная ширина распада $\mathrm{Res} \to \pi^+ + \pi^-$,

$$\beta = \sqrt{\frac{M^2 - 4\mu^2}{M^2}}, \quad \cos\vartheta = \frac{2\omega_1}{M^2\beta}[\varepsilon_- - p_- c_- - (\varepsilon_+ - p_+ c_+)],$$

ϑ — угол вылета пионов в их Ц-системе,

$$\delta = |\langle 1,1|T^{(2)}|0,0\rangle|^2|\langle 1,-1|T^{(2)}|0,0\rangle|^{-2},$$

где $\langle 1,\pm 1|T^J|0,0\rangle$ — спиральные амплитуды; в случае образования резонанса 0^+ (2^+) имеется одна (две) независимая спиральная амплитуда. Если подставить выражение (14) в сечение (11) и провести интегрирование по конечным состояниям, то мы получим формулу (6). Сравнивая выражение для $R_{\gamma\gamma}$ (9) и (14), видим, что угловое распределение в случае

образования резонанса 0^+ мало отличается от углового распределения в борновском приближении. Однако в случае резонанса 2^+ имеется существенное отличие, которое может быть, в принципе, использовано для отождествления процесса [3)]. Тогда из эксперимента могут быть определены характеристики двухфотонного распада резонанса $\Gamma_{\gamma\gamma}$ и δ.

Резонансные вклады с двухфотонными квантовыми числами дают также аннигиляционные диаграммы. Однако эти вклады падают как квадрат энергии и содержат на один «большой» логарифм меньше.

Литература

[1] V. N. Baier, V. S. Fadin. Phys. Lett., 35B, 156, 1971.
[2] V. E. Balakin, A. D. Bukin, A. G. Khabakhpashev, E. V. Pakhtusova, V. A. Sidorov. Phys. Lett., 34B, 663, 1971.
[3] В. Н. Байер, В. С. Фадин. Письма ЖЭТФ, 13, 293, 1971.
[4] F. Low. Phys. Rev., 120, 582, 1960.
[5] В. Балакин, В. Буднев, И. Гинзбург. Письма ЖЭТФ, 11, 559, 1970.
[6] S. Brodsky, T. Kinoshita, H. Terazawa. Phys. Rev. Lett., 25, 972, 1970.
[7] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, «Наука», 1969, стр. 464.

LARGE ANGLE PAIR PRODUCTION IN COLLIDING BEAM EXPERIMENTS

V. N. BAIER, V. S. FADIN

Large angle muon and pion pairs electroproduction cross section for the collisions of high energy electrons and positrons has been calculated. The production of the intermediate resonanse 0+ and 2+ states has been considered in case of pion production.

---

3) При достаточно хорошем разрешении по Δ^2 желательно отобрать резонансные события (см. формулу (8)), а уже затем вести анализ углового распределения.