[7] Я. Б. Зельдович, В. С. Попов. УФН, 105, 403, 1971.
[8] Ф. В. Бункин, И. И. Тугов. ДАН СССР, 187, 541, 1969.
[9] Н. Б. Нарожный, А. И. Никишов. ЯФ, 11, 1072, 1970.
[10] A. I. Nikishov. Nucl. Phys., 21B, 346, 1970.
[11] E. Brezin, C. Itzykson. Phys. Rev., D2, 1191, 1970.
[12] В. С. Попов. ЖЭТФ, 61, 1334, 1971.
[13] М. С. Маринов. В. С. Попов. ЯФ, 15, 1271, 1972.
[14] В. С. Попов. ЖЭТФ, 62, 1248, 1972.
[15] L. Parker. Phys. Rev., 183, 1057, 1968; D3, 348, 1971.
[16] Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский. ЖЭТФ, 61, 2161, 1971.
[17] R. P. Feynman, M. Gell-Mann. Phys. Rev., 109, 193, 1958.
[18] L. M. Brown. Phys. Rev., 111, 957, 1958.
[19] В. С. Попов. ЖЭТФ, 35, 985, 1958.
[20] А. М. Переломов, В. С. Попов. ТМФ, 1, 360, 1969.
[21] R. P. Feynman. Rev. Mod. Phys., 20, 367, 1948.
[22] А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев. ЖЭТФ, 51, 309, 1966.
[23] I. I. Rabi. Phys. Rev., 51, 652, 1937.
[24] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Релятивистская квантовая теория, «Наука», 1968.
[25] A. M. Perelomov. Phys. Lett., 39A, 165, 353, 1972.
[26] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, Физматгиз, 1963.

---

e^+e^--PAIR PRODUCTION IN VARIABLE ELECTRIC FIELD

V. S. POPOV, M. S. MARINOV

The calculation of probability w of production of fermion pairs in vacuum under the influence of variable electric field $\mathbf{E}(t)$ comes to a solution of the problem on parametric excitation of quantum oscillator. The cases, when external field $\mathbf{E}(t)$ preserves constant direction in space or is situated in a definite plane, are treated in detail. By the «imaginary time» method a closed formula has been obtained for probability w in the case of the field with elliptical polarization.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 16, вып. 4, 1972

К ВОПРОСУ О НАРУШЕНИИ ПРИЧИННОСТИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦ С ВЫСОКИМ СПИНОМ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

И. Б. ХРИПЛОВИЧ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 27 апреля 1972 г.)

Построено квазиклассическое описание влияния аномальных магнитного и квадрупольного моментов частицы на ее движение во внешнем электромагнитном поле. Для векторной частицы оба аномальных взаимодействия могут приводить в рассматриваемом приближении к сверхсветовым скоростям, если не учитывать излучение. Отмечается существование непротиворечивого описания взаимодействия с внешним электромагнитным полем заряженной частицы со спином 2.

1. Введение

Неперенормируемость квантовой электродинамики частиц со спином $\geqslant 1$ общеизвестна. Менее известны аномалии, появляющиеся уже при взаимодействии таких частиц с внешним электромагнитным полем. Еще в 1961 г. Джонсон и Сударшан [1] обратили внимание на противоречия, возникающие в этом случае при квантовании релятивистского волнового уравнения для спина $^3/_2$. Затем Вело и Цванцигер [2, 3] отметили, что релятивистские волновые уравнения для спина 1 с аномальным квадрупольным моментом и для спина $^3/_2$ могут приводить к движению со сверхсветовыми скоростями во внешнем поле. Разумеется, вопрос о том, сохранится ли такое нарушение причинности при учете радиационных поправок, остается открытым. Более того, уже классическое излучение частицы, обращающееся в бесконечность при стремлении ее скорости к скорости света, делает невозможным достижение сверхсветовых скоростей даже при классическом рассмотрении движения [4]. Тем не менее, нам кажется, что задача о движении частиц с большим спином во внешнем поле представляет известный методический интерес хотя бы как пример релятивистски-инвариантных уравнений, приводящих к нарушению причинности.

В этой статье в квазиклассическом приближении рассматривается движение во внешнем поле частицы со спином $^1/_2$, обладающей аномальным магнитным моментом, и векторной частицы с аномальными магнитным и квадрупольным моментами. Такая задача уже неоднократно рассматривалась ранее [5–10]. Уравнения движения, полученные в этой статье, существенно отличаются от тех, которые были рассмотрены в работах [5–9]. Сущность этих расхождений и их причина подробно обсуждаются ниже. Что же касается работы [10], то наши результаты частично перекрываются и в области перекрытия находятся в полном соответствии.

При вычислении аномальные моменты частиц считаются численно большими, что позволяет учесть их уже в нулевом квазиклассическом приближении. Это условие требуется не только для упрощения выкладок. Оно является принципиально важным прежде всего потому, что позволяет учитывать взаимодействие мультипольных моментов частицы с внешним полем, пренебрегая при этом волновыми свойствами частицы, т. е. сохраняя понятие траектории движения.

Оказывается, что взаимодействие и магнитного, и квадрупольного аномальных моментов векторной частицы с внешним полем так меняет связь между ее энергией и импульсом, что становятся возможными сверхсветовые скорости. Обсуждается также обнаруженное недавно в работах [11, 12] любопытное обстоятельство, состоящее в том, что решение стационарной задачи для векторной частицы с аномальным магнитным моментом в однородном магнитном поле может приводить к мнимой энергии [11, 12]. Строится конкретный пример движения со сверхсветовой скоростью для частицы с аномальным квадрупольным моментом.

Затем в статье рассматривается классическое излучение частицы с аномальными моментами, движущейся во внешнем поле. Обращение в бесконечность интенсивности излучения при стремлении скорости частицы к скорости света делает невозможным достижение сверхсветовых скоростей, по крайней мере, в рамках классического рассмотрения, что в общем согласуется с выводами работы [4].

Вкратце рассматривается взаимодействие с внешним полем частиц со спином, бо́льшим единицы; обсуждается, в частности, вопрос об их магнитных моментах. Рассматривается также соотношение между квазиклассическим приближением и теорией возмущений, в которой нарушение причинности отсутствует.

2. Частица с аномальным магнитным моментом во внешнем поле

Рассмотрим сначала случай частицы со спином $1/2$. Уравнение Дирака с учетом аномального магнитного момента μ запишем так:

$$\left[\gamma_\mu\left(i\hbar\partial_\mu - \frac{e}{c}A_\mu\right) - i\frac{\mu}{2c}\sigma_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - mc\right]\psi = 0. \qquad (1)$$

(Используется фейнмановская метрика, $\sigma_{\mu\nu} = 1/2(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$, остальные обозначения очевидны.) Квазиклассическое решение ищется в виде $\psi = a\exp(iS/\hbar)$. Предположение, что $g \gg 1$ (g-фактор вводится, как обычно, соотношением $\mu = (e\hbar/2mc)sg$, где s — спин частицы), позволяет, как отмечалось во Введении, учитывать магнитный момент уже в нулевом приближении. В этом приближении получаем следующую систему уравнений для спинора a:

$$\left(\gamma_\mu u_\mu - \frac{i}{2}\sigma_{\mu\nu}f_{\mu\nu} - 1\right)a = 0,$$

в которой введены безразмерные величины

$$u_\mu = \frac{1}{mc}\left(-\partial_\mu S - \frac{e}{c}A_\mu\right), \qquad f_{\mu\nu} = \frac{\mu}{mc^2}F_{\mu\nu}.$$

Для получения характеристического уравнения этой системы удобно использовать представление Вейля для γ-матриц:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0\end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0\end{pmatrix}.$$

Несколько громоздкие вычисления приводят к следующему уравнению:

$$(u_0^2 - \mathbf{u}^2 - 1)^2 - 2\{(u_0 + \mathbf{u}^2)(\mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2) - 2[(\mathbf{ue})^2 + (\mathbf{uh})^2] - 4u_0\mathbf{u}[\mathbf{eh}]\} - 2(\mathbf{h}^2 - \mathbf{e}^2) + (\mathbf{h}^2 - \mathbf{e}^2)^2 + 4(\mathbf{eh})^2 = 0, \qquad (2)$$

или в ковариантной форме:

$$(u^2 - 1)^2 - (u^2 + 1)f_{\mu\nu}f_{\mu\nu} + 4u_\mu u_\nu f_{\mu\lambda}f_{\nu\lambda} + 1/4(f_{\mu\nu}f_{\mu\nu})^2 + 1/4(f_{\mu\nu}\tilde{f}_{\mu\nu})^2 = 0. \qquad (2а)$$

Здесь

$$\mathbf{e} = \frac{\mu}{mc^2}\mathbf{E}, \qquad \mathbf{h} = \frac{\mu}{mc^2}\mathbf{H}, \qquad \tilde{f}_{\mu\nu} = 1/2\,\varepsilon_{\mu\nu\lambda\kappa}f_{\lambda\kappa}.$$

Уравнения (2) и (2а) — это уравнения Гамильтона — Якоби для частицы со спином $1/2$ и большим магнитным моментом. Между прочим, из них следует, что u_μ не совпадает с 4-мерной скоростью, квадрат которой, по определению, равен единице, т. е. не только канонический импульс — $\partial_\mu S$, но и кинетический — $\partial_\mu S - \frac{e}{c}A_\mu$ не параллелен 4-скорости.

В приближении $|f_{\mu\nu}| \ll 1$ легко из уравнения (2) выразить u_0 через $\mathbf{u}$, $\mathbf{e}$ и $\mathbf{h}$. Малая добавка к обычному выражению $u_0 = \sqrt{\mathbf{u}^2 + 1}$ соответствует взаимодействию магнитного момента с внешним полем. Взятая с обратным знаком и записанная в обычных единицах, она дает лагранжиан этого взаимодействия

$$\Delta\mathscr{L} = \pm\mu\sqrt{\mathbf{H}^2 - \left(\frac{\mathbf{v}}{c}\mathbf{H}\right)^2 + \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\mathbf{E}^2 - \left(\frac{\mathbf{v}}{c}\mathbf{E}\right)^2 - 2\frac{\mathbf{v}}{c}[\mathbf{EH}]}. \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{v}$ — трехмерная скорость частицы.

Полученный приближенный лагранжиан (3) имеет простую интерпретацию. В собственной системе частицы лагранжиан взаимодействия ее магнитного момента с внешним полем хорошо известен:

$$\Delta\mathscr{L}' = \pm\mu|\mathbf{H}'|. \qquad (4)$$

Здесь и в дальнейшем штрихами отмечаются величины, относящиеся к собственной системе координат. Знаки $\pm$ соответствуют состояниям с проекциями спина $\pm 1/2$ на направление магнитного поля $\mathbf{H}'$. Большая величина магнитного момента ($g \gg 1$) позволяет при записи $\Delta\mathscr{L}'$ пренебречь неинерциальностью собственной системы, обусловленной взаимодействием заряда частицы с внешним полем, т. е. эффектом томасовой прецессии [13, 14]. Лагранжиан $\Delta\mathscr{L}$ получается из формулы (4), если выразить в ней $\mathbf{H}'$ через поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в лабораторной системе и ввести фактор $\gamma^{-1} = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$, учитывающий переход к собственному времени от лабораторного.

Заметим, что если сохранить собственное время, т. е. не вводить фактор γ^{-1}, а выражение для $|\mathbf{H}'|$ через $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ записать в 4-мерных обозначениях, то получится ковариантный лагранжиан взаимодействия

$$\Delta\tilde{\mathscr{L}} = \pm\mu\sqrt{1/2F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu F_{\mu\lambda}F_{\nu\lambda}}, \qquad (3а)$$

в котором с принятой точностью можно считать u_μ 4-мерной скоростью.

Таким образом, пучок частиц со спином $1/2$, обладающих большим магнитным моментом, во внешнем поле разделяется на два пучка с противоположными поляризациями, которые движутся по разным траекториям, причем переходы между этими двумя состояниями в обсуждаемом приближении отсутствуют. В случае нерелятивистских частиц и неоднородного магнитного поля речь идет, очевидно, об обычном эффекте Штерна — Герлаха, который становится наблюдаемым для заряженных частиц, благодаря условию $g \gg 1$.

Описание влияния магнитного момента частицы со спином $1/2$ на ее траекторию, которое дается приближенным лагранжианом (3), по существу совпадает с описанием этого влияния, полученным в работе [10] иным способом, если пренебречь томасовой прецессией. Однако эти результаты противоречат уравнениям движения, предложенным в статьях [5-9]. Например, в нашем описании на траекторию релятивистской частицы влияет взаимодействие ее магнитного момента даже с постоянным однородным полем; это видно хотя бы из того, что лагранжиан (3) зависит нелинейно от скорости частицы. В то же время в уравнениях движения работ [5–7, 9] сила, соответствующая магнитному моменту, зависит только от производных поля и для постоянных полей обращается в нуль. Релятивистские уравнения движения получены в работах [5–7, 9] путем ковариантного обобщения несомненно правильных нерелятивистских уравнений. Однако ясно, что уравнения движения, следующие из лагранжианов (3) или (3а), могут быть получены таким же способом. Очевидно поэтому, что такое обобщение отнюдь не является однозначным. Недостаток классических релятивистских уравнений движения, полученных в статьях [5–9], состоит в том, что они не соответствуют квазиклассическому пределу релятивистского волнового уравнения.

В некоторых частных случаях уравнение Гамильтона — Якоби (2) можно точно разрешить относительно u_0 и получить замкнутое выражение для гамильтониана частицы. Например, для движения в магнитном поле гамильтониан равен

$$\mathscr{H}=[[c\sqrt{\boldsymbol{\pi}_{\perp}^{2}+m^{2}c^{2}}\mp\mu|\mathbf{H}|]^{2}+c^{2}\boldsymbol{\pi}_{\parallel}^{2}]^{1/2},\qquad \boldsymbol{\pi}=\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}. \tag{5}$$

Здесь индексы $\perp$ и $\parallel$ означают компоненты векторов, соответственно перпендикулярные и параллельные магнитному полю H. Любопытно, что при $\mu|\mathbf{H}|=c\sqrt{\boldsymbol{\pi}_{\perp}^{2}+m^{2}c^{2}}$ и $\pi_{\parallel}\neq 0$ скорость частицы с одной из поляризаций достигает скорости света. В частном случае плоского движения в однородном магнитном поле гамильтониан (5) упрощается

$$\mathscr{H}=c\sqrt{\boldsymbol{\pi}^{2}+m^{2}c^{2}}\mp\mu|\mathbf{H}|. \tag{5a}$$

Рассмотрим теперь влияние большого магнитного момента на траекторию векторной частицы. Квазиклассическое решение уравнения Прока с аномальным магнитным моментом

$$\begin{gathered}-\pi_{\mu}\pi_{\mu}b_{\nu}+\pi_{\mu}\pi_{\nu}b_{\mu}+m^{2}c^{2}b_{\nu}+2im\mu F_{\nu\mu}b_{\mu}=0,\\ \pi_{\mu}=i\hbar\partial_{\mu}-\frac{e}{c}A_{\mu}\end{gathered} \tag{6}$$

ищем в виде $b_{\nu}=a_{\nu}\exp(iS/\hbar)$. В нулевом приближении для вектора a_{μ} получаем следующую систему линейных уравнений:

$$(1-u^{2})a_{\nu}+u_{\nu}u_{\mu}a_{\mu}+2if_{\nu\mu}a_{\mu}=0. \tag{7}$$

Характеристическое уравнение этой системы, т. е. уравнение Гамильтона — Якоби, имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}(u_0^2-\mathbf{u}^2-1)^3-4(u_0^2-\mathbf{u}^2-1)\{(u_0^2-1)\mathbf{e}^2+(\mathbf{u}^2+1)\mathbf{h}^2-\\ -(\mathbf{ue})^2-(\mathbf{uh})^2-2u_0\mathbf{u}[\mathbf{eh}]\}+16(\mathbf{eh})^2=0,\end{gathered} \tag{8}$$

или в ковариантной форме

$$(u^2-1)^3+2(u^2-1)\{2u_{\mu}u_{\nu}f_{\mu\lambda}f_{\nu\lambda}-f_{\mu\nu}f_{\mu\nu}\}+(f_{\mu\nu}\tilde{f}_{\mu\nu})^2=0. \tag{8a}$$

В приближении $|f_{\mu\nu}|\ll 1$ можно так же, как в случае спина $^1/_2$, получить в явном виде лагранжиан взаимодействия магнитного момента с внешним полем. Для частиц с проекциями спина ± 1 на направление магнитного поля в собственной системе он совпадает с (3) или (3а). Для частиц с нулевой проекцией спина он равен нулю. Интерпретация этих результатов, разумеется, точно такая же, как и в случае спина $^1/_2$.

Снова в некоторых частных случаях из уравнения Гамильтона — Якоби

(8) можно получить точное выражение для гамильтониана частицы. В частности, плоское движение в однородном магнитном поле описывается теперь гамильтонианом

$$\mathscr{H}_s=[c^2(\pi^2+m^2c^2)+2s\mu Hc\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}]^{1/2}, \tag{9}$$

где спиновое квантовое число $s=-1,\ 0,\ 1$ в зависимости от поляризации частицы. Этот гамильтониан при $s=\pm 1$ совпадает с соответствующим гамильтонианом (5а) для спина $^1/_2$, но только в первом порядке по μ.

Скорость частицы, описываемой гамильтонианом (9), равна

$$\mathbf{v}_s=\frac{\partial\mathscr{H}_s}{\partial\mathbf{p}}=\frac{\partial\mathscr{H}_s}{\partial\boldsymbol{\pi}}=\frac{c\boldsymbol{\pi}}{\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}}\,\frac{\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}+s\mu H/c}{[\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2+(2s\mu H/c)\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}]^{1/2}}. \tag{10}$$

Ее модуль

$$v_s=c\left[\left(1-\frac{m^2c^2}{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}\right)\left(1+\frac{s^2\mu^2H^2/c^2}{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2+(2s\mu H/c)\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}}\right)\right]^{1/2} \tag{10a}$$

при $s=\pm 1$ в случае достаточно сильных полей, очевидно, может превосходить скорость света. Подчеркнем, что сверхсветовая скорость оказывается допустимой, несмотря на релятивистскую инвариантность не только исходного волнового уравнения (6), но и квазиклассического приближения к нему — уравнения Гамильтона — Якоби (8а).

Кроме того, при $s=-1$ и $2\mu H>c\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}$ гамильтониан (9) вообще становится мнимым. Это соответствует эффекту, обнаруженному в работах [11, 12]. Однако, как нетрудно увидеть из формулы (10), с ростом магнитного поля скорость v превзойдет скорость света еще до того, как она, пройдя через бесконечность, станет вместе с энергией мнимой, если только π не равно нулю. Если же отвлечься от нарушения причинности, то появление мнимой энергии не является в квантовой механике чем-то беспрецедентным. Рассмотрим, например, перевернутый осциллятор, т. е. нерелятивистскую частицу в потенциале $-{}^1/_2m\omega^2x^2$. Если искать, вообще говоря, неограниченные решения уравнения Шредингера, соответствующие расходящейся волне на бесконечности, то мы придем, очевидно, к мнимым собственным значениям энергии $-i\hbar\omega(n+{}^1/_2)$. Смысл этого результата ясен: волновой пакет, локализованный при $t=0$, в силу инфинитности стационарного движения экспоненциально затухает во времени. В обсуждаемой задаче при $2\mu H>c\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2+m^2c^2}$ движение также становится инфинитным, в чем нетрудно убедиться, рассмотрев, например, квазиклассические уравнения движения (ведь в этом случае становится мнимой ларморовская частота). Поэтому и здесь решение, соответствующее расходящейся волне на бесконечности, экспоненциально затухает во времени. По-видимому, к такому решению и пришли в [11, 12].

Приведем также точный гамильтониан для движения векторной частицы вдоль магнитного поля (например, по оси соленоида конечной длины)

$$\mathscr{H}_s=c\sqrt{p^2+m^2c^2+2s\mu H(x)m}. \tag{9a}$$

При $2\mu H>mc^2$ для $s=-1$ скорость $v=\partial\mathscr{H}_-/\partial p$, очевидно, превышает c.

Отметим в заключение этого раздела, что так как нарушение причинности возникает для взаимодействия магнитного момента лишь во втором порядке по внешнему полю, то оно может исчезнуть при включении в исходное волновое уравнение членов высшего порядка по внешнему полю. Именно таким способом можно сохранить для векторной частицы вещественность энергии [12], т. е. финитность движения.

3. Векторная частица с аномальным квадрупольным моментом во внешнем поле

Уравнение Прока для частицы с аномальным квадрупольным моментом

$$-\pi_\mu\pi_\mu b_\nu + \pi_\mu\pi_\nu b_\mu + m^2c^2 b_\nu - \frac{Q}{2c}[\pi_\mu b_\lambda \partial_\nu F_{\mu\lambda} + \pi_\mu (b_\lambda \partial_\lambda F_{\mu\nu})] = 0 \qquad (11)$$

после подстановки $b_\nu = a_\nu \exp(iS/\hbar)$ приводит в квазиклассическом приближении к следующей системе уравнений:

$$(1-u^2)a_\nu + u_\nu u_\mu a_\mu + \varphi_{\nu\mu} a_\mu = 0, \qquad (12)$$

где $\varphi_{\nu\mu} = \dfrac{Q}{2mc^2}(\partial_\nu F_{\mu\lambda} + \partial_\mu F_{\nu\lambda})u_\lambda$. Характеристическое уравнение этой системы

$$\begin{gathered}(u^2-1)^3 + (u^2-1)(u_\mu u_\nu \varphi_{\mu\lambda}\varphi_{\nu\lambda} - {}^1/_2\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}) + \\ + (u_\mu \varphi_{\mu\nu}\varphi_{\nu\lambda}\varphi_{\lambda\varkappa} u_\varkappa - {}^1/_3\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\nu\lambda}\varphi_{\lambda\mu}) + \\ + {}^1/_8[2\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\nu\lambda}\varphi_{\lambda\varkappa}\varphi_{\varkappa\mu} - (\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu})^2] = 0\end{gathered} \qquad (13)$$

служит уравнением Гамильтона — Якоби для векторной частицы с аномальным квадрупольным моментом. При выводе этого уравнения предполагалось для простоты, что в рассматриваемой области пространства отсутствуют источники внешнего поля, так что $\varphi_{\mu\mu} = 0$.

Ограничиваясь членами, ведущими по $\varphi_{\mu\nu}$, т. е. по Q, и полагая к тому же $|u_\mu| \gg 1$, приведем уравнение (13) к виду

$$(u^2-1)^3 + (u^2-1)u_\mu u_\nu \varphi_{\mu\lambda}\varphi_{\nu\lambda} = 0. \qquad (13а)$$

Решив в том же приближении уравнение (13а) относительно u_0, можно построить приближенный гамильтониан частицы

$$\mathscr{H}_s = c\sqrt{\boldsymbol{\pi}^2 + m^2c^2}\left\{1 + \frac{sQ}{4mc^3}\left|\frac{d\mathbf{E}}{dt} - \mathbf{v}\left(\mathbf{v}\frac{d\mathbf{E}}{dt}\right) + \left[\mathbf{v}\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right]\right|\right\}. \qquad (14)$$

Здесь

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\pi}/|\boldsymbol{\pi}|, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + c(\mathbf{v}\nabla).$$

Возникшая квадрупольная добавка к гамильтониану допускает наглядное истолкование. В собственной системе частицы гамильтониан взаимодействия квадрупольного момента с внешним полем равен

$$\Delta\hat{\mathscr{H}}' = -\frac{1}{6}\hat{Q}_{mn}\partial'_m E'_n = -\frac{Q}{4}\left(\hat{s}_m\hat{s}_n + \hat{s}_n\hat{s}_m - \frac{2}{3}\delta_{mn}\hat{s}^2\right)\partial'_m E'_n. \qquad (15)$$

Для векторной частицы, используя явный вид оператора момента $\hat{s}_m = -i\varepsilon_{mkl}$ (индексы k, $l = 1, 2, 3$ относятся к пространству спиновых волновых функций)и полагая, как и при выводе уравнения (13), $\partial'_m E'_m = 0$, можно записать среднее значение энергии взаимодействия так:

$$\psi_k^* \Delta\mathscr{H}'_{kl}\psi_l = \frac{Q}{4}\psi_k^*\psi_l(\partial'_k E'_l + \partial'_l E'_k). \qquad (16)$$

Диагонализуем матрицу $\partial'_k E'_l + \partial'_l E'_k$, удерживая в ней лишь те компоненты, которые, если их выразить через величины в лабораторной системе, будут содержать наибольшую степень γ. Такой степенью будет γ^2, возникающая в производных вдоль скорости от компонент поля, ортогональных скорости. В этом приближении диагонализация проводится в замкнутом виде

и дает

$$\Delta\mathscr{H}_s' = \frac{sQ}{4}|(\mathbf{v}\nabla')(\mathbf{E}' - \mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}'))|. \qquad (16а)$$

Перейдя в (16а) к лабораторным полям, координатам и времени (последнее приводит, в частности, к общему множителю γ^{-1}), получаем следующее выражение для энергии взаимодействия квадрупольного момента:

$$\Delta\mathscr{E}_s = \frac{sQ}{4c}\gamma\left|\frac{d\mathbf{E}}{dt} - \mathbf{v}\left(\mathbf{v}\frac{d\mathbf{E}}{dt}\right) + \left[\mathbf{v}\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right]\right|. \qquad (17)$$

При этом мы остаемся в пространстве спиновых функций, определенных в собственной системе. Нетрудно видеть, что выражение (17) совпадает с принятой точностью с квадрупольной поправкой в гамильтониане (14).

Заметим, что преобразование взаимодействия (16) к лабораторной системе является операцией неоднозначной. Так, наличие аномального магнитного момента у векторной частицы приводит в нерелятивистском приближении к появлению квадрупольного момента [15] 1). Между тем добавка к релятивистскому гамильтониану частицы от взаимодействия магнитного момента, полученная в предыдущем разделе, ничуть не похожа на выражение (17). Неоднозначность эта связана с вопросом о преобразовании 4-мерной дивергенции векторного поля, которая отлична от нуля при наличии взаимодействия, а также временной компоненты поля, возникающей, благодаря взаимодействию, даже в собственной системе. Именно эти величины, будучи выраженными через независимые пространственные компоненты и внешнее поле, при наличии аномального магнитного момента приводят к появлению квадрупольного взаимодействия в нерелятивистском приближении.

Скорость векторной частицы, описываемой гамильтонианом (14), $\mathbf{v}_s = \partial\mathscr{H}_s/\partial\mathbf{p}$ может для $s = \pm 1$ при достаточно больших импульсах и производных поля превосходить скорость света. Здесь это происходит уже в первом порядке по взаимодействию аномального момента с внешним полем. В качестве примера можно рассмотреть движение незаряженной частицы с квадрупольным моментом Q в электрическом поле, не зависящем от z. В этом случае уравнение Гамильтона — Якоби (13а) может быть решено в первом порядке по Q до конца. При соответствующем выборе начальной скорости и поляризации частицы ее скорость в области действия поля превосходит скорость света, несмотря на явную релятивистскую инвариантность уравнения Гамильтона — Якоби.

Имеет ли место обсуждаемый эффект для составной частицы, обладающей квадрупольным моментом? Если квадрупольный момент обусловлен конечными размерами частицы, то нет оснований считать, что этот эффект возникает. Действительно, в таком случае гамильтониан взаимодействия квадрупольного момента с внешним полем до усреднения по внутреннему движению равен в собственной системе

$$\Delta\mathscr{H}' = -{}^1/_2\sum e x'_m x'_n \partial'_m E'_n. \qquad (18)$$

Сумма берется по внутренним частицам, e — заряд такой частицы, x'_m — ее координата; предполагается, что $\partial'_m E'_m = 0$. Энергия взаимодействия в л.с., полученная пересчетом формулы (18), не растет с ростом γ. Дело в том, что теперь, из-за лоренцева сокращения x'_m, возникает фактор γ^{-1},

1) Метод, которым получено нерелятивистское приближение в работе [15], представляется несколько сложным. Проще исключить из уравнений Прока b_0 и $\pi_\mu b_\mu$, а затем провести разложение по v/c, учитывая изменение нормировки волновых функций, как это делается в книге [16] для получения нерелятивистского приближения к уравнению Дирака.

лишний по сравнению с переходом от (15) к (17). Ясно, что от усреднения по внутреннему движению ситуация измениться не может. Таким образом, гамильтониан квадрупольного взаимодействия в этом случае качественно отличается от гамильтониана, следующего из уравнения Прока (11). Так как теперь отношение квадрупольного гамильтониана к основному стремится к нулю при $v \to c$, то нет оснований ожидать в этом случае сверхсветовых скоростей.

4. Влияние излучения на движение частиц с аномальными моментами во внешнем поле

Как известно, интенсивность зарядового излучения при $v \to c$ растет, вообще говоря, как γ^2. Интенсивность — инвариант, фактор же γ^2 возникает при выражении электрического поля, вызывающего ускорение заряда в собственной системе, через поля в л. с. Таким образом, множители γ, появляющиеся здесь (так же как и в выражениях для интенсивности магнитного или квадрупольного излучения), являются именно коэффициентами преобразований Лоренца. Поэтому для взаимодействий, обсуждаемых в этой работе, величина γ отнюдь не совпадает с отношением ε / mc^2, которое здесь остается конечным при $v \to c$, а действительно обращается в бесконечность. Ясно, что уже классического зарядового излучения, обращающегося в бесконечность при $v \to c$, достаточно, чтобы частица не смогла достичь скорости света [4].

Однако результаты предыдущих разделов качественно не зависели от заряда частицы. Как же излучает в нашем случае нейтральная частица с аномальными моментами? Рассмотрим сначала движение частицы с магнитным моментом в постоянном внешнем поле и частицы с квадрупольным моментом в поле с постоянными производными. В этом случае внешнее поле влияет лишь на закон дисперсии частицы $\varepsilon(\mathbf{p})$, а энергия и импульс при излучении сохраняются

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}) + ck. \tag{19}$$

Здесь $\mathbf{k}$ — импульс фотона. Используя условие классичности излучения $k \ll p$, запишем $\varepsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}) \approx \varepsilon(\mathbf{p}) - \mathbf{k}\mathbf{v}$, так что из (19) следует соотношение

$$v \cos\theta = c, \tag{20}$$

где θ — угол между скоростью частицы $\mathbf{v}$ и импульсом фотона $\mathbf{k}$. Ясно, что при $v < c$ излучения нет, а при $v > c$ возникает излучение черенковского типа [2]. Интенсивность обычного черенковского излучения конечна благодаря тому, что дисперсия среды ограничивает сверху излучаемые частоты. В нашем же случае интенсивность черенковского излучения бесконечна, так как спектральная плотность растет, как ω, ω^3 и ω^5 соответственно для зарядового, магнитного и квадрупольного излучения, а обрезание по частотам при классическом рассмотрении отсутствует. В переменном поле интенсивность излучения остается бесконечной, так как с ростом частоты излучение становится все более локальным и все меньше чувствует отличие поля от постоянного. Таким образом, классическое излучение черенковского типа делает невозможным сверхсветовые скорости.

Вернемся к скоростям, меньшим c. Нас интересуют как раз переменные поля, в которых скорость частицы растет и для которых запрет на излучение, связанный с условием (20), отсутствует. Как ведет себя излучение при $v \to c$?

В соответствии с приближением, используемым в работе для описания движения частиц, рассмотрим прежде всего излучение без изменения s, т. е. поляризации частицы. Кстати, для s, соответствующего меньшей энергии, такое излучение доминирует.

Магнитный момент частицы с заданным s является в нашем приближении обычным вектором $\boldsymbol{\mu} = s\mu\mathbf{H}' / |\mathbf{H}'|$. Интенсивность магнитного излучения, вычисляемая в собственной системе по обычной формуле [18] $I = (2 / 3c^3) |\ddot{\boldsymbol{\mu}}|^2$, в л. с. выглядит так:

$$I = \frac{2\mu^2}{3c^3}\gamma^4 \left| \frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{H}'}{|\mathbf{H}'|} \right|^2, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla),$$
$$\mathbf{H}' = \gamma \left[\mathbf{H} - \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{H})}{v^2} - \mathbf{v}\mathbf{E} \right] + \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{H})}{v^2}. \tag{21}$$

При $v \to c$ она стремится к бесконечности, как γ^4.

Обратимся к квадрупольному излучению. Варьированием гамильтониана (16а) по вектор-потенциалу $\mathbf{A}$ найдем плотность тока в собственной системе

$$\mathbf{j}'(\mathbf{r}', t') = \frac{Q}{4c}\frac{\partial}{\partial t'}(\mathbf{v}\nabla') \left\{ \frac{(\mathbf{v}\nabla')(\mathbf{E}' - \mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}'))}{|(\mathbf{v}\nabla')(\mathbf{E}' - \mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}'))|} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'(t')) \right\}. \tag{22}$$

Отсюда обычным образом [18] находим интенсивность излучения

$$I = \frac{Q^2}{80c^5} \left| \frac{\partial^3}{\partial t'^3} \frac{(\mathbf{v}\nabla')(\mathbf{E}' - \mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}'))}{|(\mathbf{v}\nabla')(\mathbf{E}' - \mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}'))|} \right|^2. \tag{23}$$

В л.с. она выглядит так:

$$I = \frac{Q^2\gamma^6}{80c^5} \left| \frac{d^3}{dt^3} \frac{d\mathbf{E}/dt - \mathbf{v}(\mathbf{v}\, d\mathbf{E}/dt) + [\mathbf{v}\, d\mathbf{H}/dt]}{|d\mathbf{E}/dt - \mathbf{v}(\mathbf{v}\, d\mathbf{E}/dt) + [\mathbf{v}\, d\mathbf{H}/dt]|} \right|^2 \tag{24}$$

и стремится к бесконечности при $v \to c$, как γ^6.

Для полноты опишем излучение с изменением поляризации. Его интенсивность удобно находить в собственной системе стандартным квантовомеханическим расчетом, а затем пересчитывать в л.с. Для магнитного излучения с переворотом спина векторной частицы находим

$$I = \frac{4\mu^6}{3c^3}(H'/\hbar)^4. \tag{25}$$

Рост магнитного излучения $\sim\gamma^4$ при $v \to c$ является довольно известным фактом (см., например, [19]). Интенсивность квадрупольного излучения с изменением поляризации векторной частицы равна

$$I = \frac{Q^8\gamma^{12}}{5 \cdot 2^{14}} \left| \frac{d\mathbf{E}}{dt} - \mathbf{v}\left(\mathbf{v}\frac{d\mathbf{E}}{dt}\right) + \left[\mathbf{v}\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right] \right|^6 (\Delta s)^6. \tag{26}$$

Здесь, наряду с переходами $(s = 0) \to (s = -1)$ и $(s = 1) \to (s = 0)$, есть переход $(s = 1) \to (s = -1)$ с $\Delta s = 2$ и интенсивностью в 64 раза большей.

Итак, во всех рассмотренных случаях обращение интенсивности излучения в бесконечность при $v \to c$ не позволяет достичь скорости света.

В принципе возможны случаи, когда скорость частицы растет, а излучение вообще отсутствует, пока $v < c$. Примером может служить движение по оси соленоида частицы с магнитным моментом, направленным вдоль магнитного поля (см. (9а)). Излучение с переворотом спина здесь энергетически невыгодно, а магнитный момент $\boldsymbol{\mu} = \mu\mathbf{H}' / |\mathbf{H}'|$ вообще не зависит от времени. Тем не менее в реальной задаче учет разброса по скоростям и неидеальности внешнего поля все равно приводит к бесконечному излучению и недостижимости скорости света.

---

[2] Идея этого рассуждения, по существу, содержится в Нобелевской лекции И. Е. Тамма [17].

5. Частица со спином 2 во внешнем поле. Общие замечания

Почему для векторной частицы взаимодействие аномального магнитного момента с внешним полем приводит к сверхсветовым скоростям, в то время как для спинорной частицы такой эффект отсутствует? Чем выделена спинорная частица в этом отношении по сравнению с векторной? Дело в том, что для частиц со спином, большим $1/2$, число компонент релятивистской волновой функции больше, чем число независимых степеней свободы $2s+1$. Исключение лишних компонент и приводит к такому взаимодействию для независимых поляризаций, которое делает возможным сверхсветовые скорости. В этом причина трудностей в описании частиц со спином $3/2$ обнаруженных в работах [1, 2]. Однако существование взаимодействия, приводящего к сверхсветовым скоростям, может и не быть связанным с лишними компонентами поля. Для квадрупольного взаимодействия это ясно из рассуждений, с помощью которых из нерелятивистского гамильтониана (15) получено взаимодействие (17).

Таким образом, следует ожидать, что взаимодействие с внешним полем частиц со спином, большим $3/2$, будет также приводить к сверхсветовым скоростям.

Нельзя, однако, согласиться с утверждением [3], согласно которому не существует логически замкнутого описания взаимодействия с электромагнитным полем для заряженного массивного поля со спином 2, прежде всего потому, что именно такое описание было построено в классической работе Фирца и Паули [20]. Предложенный в ней лагранжиан

$$\mathscr{L} = {}^1/_2(\overset{+}{\pi_\lambda} \overset{+}{\psi_{\mu\nu}} - \overset{+}{\pi_\mu} \overset{+}{\psi_{\lambda\nu}}) (\pi_\lambda\psi_{\mu\nu} - \pi_\mu\psi_{\lambda\nu}) - \overset{+}{\pi_\mu} \overset{+}{\psi_{\mu\nu}} \pi_\lambda\psi_{\lambda\nu} - m^2c^2 \overset{+}{\psi_{\mu\nu}} \psi_{\mu\nu} -$$

$$- {}^3/_8 \overset{+}{\pi_\mu} \psi^+\pi_\mu\psi + {}^3/_4 m^2c^2\psi^+\psi - {}^1/_2(\overset{+}{\pi_\mu} \overset{+}{\psi_{\mu\nu}} \pi_\nu\psi + \overset{+}{\pi_\nu} \psi^+\pi_\mu\psi_{\mu\nu}), \qquad (27)$$

где $\psi_{\mu\nu}$ — симметричный тензор с нулевым шпуром, ψ — вспомогательный скаляр, приводит как раз к 10 необходимым уравнениям связи, даже если включить в него слагаемые, соответствующие изменению магнитного момента. Вопрос о связях в такой теории разобран в работе [20] исчерпывающе. Теперь относительно формализма, используемого в статье [3]. Приведенное в ней доказательство того, что в таком формализме связей только восемь, не может быть верным просто потому, что оно в равной мере относится и к случаю свободного поля, где связей заведомо десять. Более того, нам удалось для этого формализма найти девятое уравнение связи. Если тем не менее формализм, используемый в статье [3], действительно оказался бы противоречивым, это означало бы лишь, что ему следует предпочесть описание Фирца — Паули.

Заметим, что магнитный момент частицы, описываемой лагранжианом (27), равен $e\hbar/2mc$. В этом нетрудно убедиться, опуская в (27) после интегрирования по частям слагаемые, содержащие заряд e в степени выше первой. При этом выпадают все члены, содержащие ψ и $\pi_\mu\psi_{\mu\nu}$, ведь для свободного поля эти величины равны нулю, а входят они всегда квадратично. После этого лагранжиан (27) сводится к виду

$$\mathscr{L} \approx \overset{+}{\pi_\lambda} \overset{+}{\psi_{\mu\nu}} \pi_\lambda\psi_{\mu\nu} - m^2c^2\overset{+}{\psi_{\mu\nu}} \psi_{\mu\nu} + i\frac{e\hbar}{c} F_{\mu\nu}\overset{\pm}{\psi_{\nu\lambda}} \psi_{\mu\lambda}. \qquad (27a)$$

Гамильтониан взаимодействия с внешним магнитным полем $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ для нерелятивистской частицы с $s_z = 2$, который нетрудно получить с помощью простых преобразований из последнего слагаемого в (27а), взятого с обратным знаком, равен $-e\hbar H/2mc$. Отсюда ясно, что $\mu = e\hbar/2mc$.

Естественное обобщение лагранжианов Прока для спина 1 и Фирца — Паули для спина 2 на случай произвольного целого спина таково:

$$\mathscr{L} = (-1)^s \{{}^1/_2(\overset{+}{\pi_\lambda} \overset{+}{\psi_{\mu\nu\varkappa\ldots}} - \overset{+}{\pi_\mu} \overset{+}{\psi_{\lambda\nu\varkappa\ldots}}) (\pi_\lambda\psi_{\mu\nu\varkappa\ldots} - \pi_\mu\psi_{\lambda\nu\varkappa\ldots}) -$$

$$-(s-1)\overset{+}{\pi_\mu} \overset{+}{\psi_{\mu\nu\varkappa\ldots}} \pi_\lambda\psi_{\lambda\nu\varkappa\ldots} - m^2c^2 \overset{+}{\psi_{\mu\nu\varkappa\ldots}} \psi_{\mu\nu\varkappa\ldots}\} + \ldots \qquad (28)$$

Здесь опущены слагаемые, зависящие от вспомогательных полей, которые нас не интересуют, так как не дают вклада в магнитный момент. Такой выбор лагранжиана выделен тем, что позволяет наиболее просто получить уравнения связей [20]. «Магнитное» слагаемое в (28) равно

$$(-1)^s i(e\hbar/c) F_{\mu\nu} \overset{\pm}{\psi_{\nu\lambda\varkappa\ldots}} \psi_{\mu\lambda\varkappa\ldots},$$

что приводит при любом спине s к магнитному моменту $\mu = e\hbar/2mc$.

Частицы с произвольным полуцелым спином, описываемые лагранжианом Рарита — Швингера [21]:

$$\mathscr{L} = (-1)^{s-1/2}\bar{\psi}_{\mu\ldots}[(\hat{\pi} - mc)\delta_{\mu\nu} + a(\gamma_\mu\pi_\nu + \gamma_\nu\pi_\mu) +$$

$$+ ({}^3/_2a^2 + a + {}^1/_2)\gamma_\mu\hat{\pi}\gamma_\nu + (3a^2 + 3a + 1)mc\gamma_\mu\gamma_\nu]\psi_{\nu\ldots} \qquad (29)$$

(a — произвольное вещественное число, не равное $-1/2$, $\hat{\pi} = \pi_\mu\gamma_\mu$), также имеют магнитный момент $e\hbar/2mc$. Действительно, так как $\pi_\mu\psi_{\mu\ldots}$ и $\gamma_\mu\psi_{\mu\ldots}$ равны нулю для свободного поля, то содержащие эти величины слагаемые в (29) $\sim e^2$. Поэтому лагранжиан взаимодействия в первом порядке по заряду e равен

$$(-1)^{s+1/2}\bar{\psi}_{\mu\ldots}\gamma_\nu A_\nu\psi_{\mu\ldots}.$$

Спиновая часть гамильтониана взаимодействия в нерелятивистском приближении такова:

$$-\frac{e\hbar}{2mc}\overset{+}{\varphi_{m\ldots}}\,\sigma\mathbf{H}\,\varphi_{m\ldots}.$$

Для магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ и частицы с $s_z = s$ этот гамильтониан, очевидно, равен $-(e\hbar/2mc)H$. Отсюда ясно, что магнитный момент $\mu = e\hbar/2mc$.

Гипотеза о том, что магнитный момент частицы с произвольным спином равен $e\hbar/2mc$, была выдвинута Белинфанте [22] и была доказана сначала для полуцелого спина [21, 23], затем для спина 2[24] и, наконец, совсем недавно для произвольного спина [25] ³). Все эти доказательства кажутся нам слишком сложными. Кроме того, следует подчеркнуть всю условность полученного результата; ясно, что к лагранжиану всегда можно добавить члены, зависящие от $F_{\mu\nu}$, которые могут привести к любому значению магнитного момента.

В заключение отметим еще одно любопытное обстоятельство. Решая итерациями любое из волновых уравнений, приводящих к сверхсветовым скоростям, мы не получим нарушения причинности ни в каком порядке теории возмущений; причинность сохраняется благодаря самой структуре запаздывающей функции Грина [2]. Это не означает, однако, что в теории возмущений все благополучно. Для неперенормируемых взаимодействий в ней возникают нарастающие расходимости, а растущие с энергией амплитуды рассеяния приводят к нарушению условия унитарности. Неоднократно высказывались надежды на то, что суммирование ряда теории возмущений позволит избавиться от этих трудностей. Используемые приближения (квазиклассика, разложение действия по константе связи), по-видимому, эквивалентны частичному суммированию ряда теории возмущений. Однако, избавившись от расходимостей и нарушения унитарности, мы сталкиваемся с трудностью не менее серьезной — нарушением причинности. Здесь следует, впрочем, заметить, что, строго говоря, является недоказанной сама применимость приближения внешнего поля в случае неперенормируемых взаимодействий.

---

³) Статья [25] стала известна нам только после окончания этой работы.

Я искренне благодарен А. И. Вайнштейну, Я. С. Дербеневу, Б. Л. Иоффе и А. М. Кондратенко за многочисленные ценные обсуждения и важные замечания, а также И. В. Тютину, обратившему мое внимание на статью [4].

Литература

[1] K. Johnson, E. C. G. Sudarshan. Ann. of Phys., 13, 126, 1961.
[2] G. Velo, D. Zwanziger. Phys. Rev., 186, 1337, 1969.
[3] G. Velo, D. Zwanziger. Phys. Rev., 188, 2218, 1969.
[4] P. C. Aichelburg, G. Ecker, R. U. Sexl. Nuovo Cim., **2B**, 63, 1971.
[5] R. H. Good. Phys. Rev., 125, 2112, 1962.
[6] R. Schiller. Phys. Rev., 128, 1402, 1962.
[7] P. Nyborg. Nuovo Cim., 31, 1209, 1964; 32, 1131, 1964.
[8] E. Plahte. Suppl. Nuovo Cim., 4, 246, 291, 1966.
[9] R. Schiller. Phys. Rev., 169, 1282, 1968.
[10] Я. С. Дербенев, А. М. Кондратенко. ЖЭТФ, 62, 430, 19, 1972.
[11] W. Tsai, A. Yildiz. Phys. Rev., 4D, 3643, 1971.
[12] T. Goldman, W. Tsai. Phys. Lett., 36B, 467, 1971; Phys. Rev., 4D, 3648, 1971.
[13] L. H. Thomas. Nature, 117, 514, 1926; Phil. Mag., 3, 1, 1927.
[14] Я. С. Дербенев, А. М. Кондратенко, А. Н. Скринский. ДАН СССР, 192, 1255, 1970.
[15] J. A. Young, S. A. Bludman. Phys. Rev., 131, 2326, 1963.
[16] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, «Наука», 1969.
[17] И. Е. Тамм. УФН, 68, 387, 1959.
[18] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, «Наука», 1967.
[19] В. Л. Любошиц. ЯФ, 4, 269, 1966.
[20] M. Fierz, W. Pauli. Proc. Roy. Soc., A173, 211, 1939.
[21] P. A. Moldauer, K. M. Case. Phys. Rev., 102, 279, 1956.
[22] F. J. Belinfante. Phys. Rev., 92, 997, 1953.
[23] C. Fronsdal. Suppl. Nuovo Cim., 9, 416, 1958.
[24] В. С. Туманов. ЖЭТФ, 46, 1755, 1964.
[25] В. С. Туманов. ТМФ, 9, 388, 1971.

ON THE PROBLEM OF CAUSALITY VIOLATION AT MOTION OF HIGH SPIN PARTICLES IN EXTERNAL FIELD

I. B. KHRIPLOVICH

A quasiclassical description of the influence of anomalous magnetic and quadrupole particle moments on its motion in the external electromagnetic field is constructed. For a vector particle both anomalous interactions may lead to velocities exceeding the speed of light, if one does not take into account the electromagnetic radiation. Existence of self-consistent description of interaction with external electromagnetic field for a charged particle with the spin 2 is marked out.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 16, вып. 4, 1972

ТЕОРИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО КАЛИБРОВОЧНОГО ПОЛЯ СО СПОНТАННЫМ НАРУШЕНИЕМ СИММЕТРИИ

И. В. ТЮТИН, Е. С. ФРАДКИН

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П. Н. ЛЕБЕДЕВА АН СССР

(Поступила в редакцию 3 мая 1972 г.)

Рассмотрена теория нейтрального калибровочного поля, взаимодействующего со скалярным полем, квадрат затравочной массы которого отрицателен. Показывается, что в такой модели реализуется решение со спонтанным нарушением симметрии, в результате чего векторный мезон приобретает массу. С помощью тождеств Уорда доказана калибровочная инвариантность перенормированной теории и ее унитарность в физическом пространстве состояний массивной векторной частицы и массивной скалярной частицы. Указан набор параметров, характеризующих перенормированную теорию, не зависящих от калибровки. Получено уравнение самосогласования, определяющее возможность существования решения со спонтанным нарушением симметрии.

1. Введение

Для современного этапа развития теории элементарных частиц особое место занимает теория взаимодействия промежуточного массивного векторного поля. В этой связи особый интерес представляют модели такого поля, которые являются перенормируемыми [1, 2]. В указанных моделях для этой цели рассматриваются калибровочно-инвариантный вариант взаимодействия безмассового калибровочного поля с другим полем (φ), квадрат затравочной массы которого имеет отрицательный знак. Такая теория является перенормируемой, однако обычное решение этой модели неустойчиво. В [1, 2] показано, что решение таких моделей со спонтанным нарушением симметрии ($\langle 0|\varphi|0\rangle \neq 0$) приводит к появлению массы у калибровочного вектора поля и одновременно — сохранению перенормируемости теории.

Настоящая статья посвящена детальному анализу таких теорий. Существенным моментом анализа является строгое доказательство следующих свойств спонтанно-нарушенной теории:

1) калибровочная инвариантность перенормированной теории;

2) унитарность теории в физическом пространстве состояний (при этом масса у векторного поля отлична от нуля);

3) установление условия существования теории (решения со спонтанным нарушением симметрии).

В настоящей статье — первой части исследования — эта программа проведена полностью применительно к простейшему калибровочно-инвариантному взаимодействию (взаимодействие нейтрального векторного поля с комплексным скалярным полем). Обычное решение этой модели соответствует двум состояниям с нулевой массой у векторной частицы и двум состояниям у скалярной частицы. То, что квадрат затравочной массы у скалярной частицы взят с отрицательным знаком, приводит к неустойчивости обычного решения, а реализуется решением со спонтанным нарушением симметрии (типа (2)).