

## СИНХРОБЕТАТРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ ПРИ НУЛЕВОМ ХРОМАТИЗМЕ

Н.А.Винокуров, В.Н.Корчуганов, Г.Н.Кулипанов,  
В.Н.Литвиненко, Е.А.Переведенцев, А.Н.Скринский

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск

На многих ускорителях и накопителях экспериментально наблюдались синхробетатронные резонансы, которые оказывали существенное влияние на поведение пучка, его размеры и время жизни (см., например, [1,2,3,4]). Основной причиной, вызывающей появление синхробетатронных резонансов (СБР), является зависимость частот бетатронных колебаний от энергии, т.е. наличие хроматизма. Однако хроматизм может быть скомпенсирован, например, с помощью секступольных коррекций. Поэтому в данной работе мы сосредоточим внимание на других причинах, приводящих к появлению СБР.

Наиболее подробно будет рассмотрен случай, когда на равновесной орбите имеются поперечные электрические или магнитные поля, зависящие от времени, как это бывает, например, при искажении равновесной орбиты в ускоряющих резонаторах. Тогда, как будет показано ниже, сила СБР  $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$  пропорциональна  $J_n(2\pi \frac{\ell}{\lambda})$ , где  $J_n$  - функция Бесселя  $n$ -го порядка;  $\ell$  - амплитуда продольных колебаний частицы;  $\lambda$  - длина волны ВЧ поля. Поэтому эти резонансы существенны для электронных накопителей на высокие энергии, таких как SPEAR II, DORIS, ВЭПП-4, PEP, PETRA где  $\nu_s$  достаточно велико ( $\sim 0,1$ ), а  $\ell/\lambda \sim 0,5$ . В связи с этим в работе приводятся оценки для предельно допустимых искажений орбиты в накопителе ВЭПП-4.

Полученные результаты позволяют объяснить синхробетатронные резонансы при нулевом хроматизме, наблюдавшиеся на SPEAR II.

Предложен простой способ подавления таких резонансов.

1. Обычно при рассмотрении синхробетатронных резонансов учитывается только хроматизм (т.е. зависимость частот бетатронных колебаний от энергии частицы). При наличии хроматизма бетатронные колебания оказываются частотно-модулированными синхротронной частотой из-за того, что частица в накопителе совершает энергетические колебания. Частотная модуляция приводит к появлению в спектре бетатронных колебаний боковых полос с частотами  $\nu = \nu_{x,z} + n\nu_s$ . Амплитуда  $n$ -ой боковой полосы (а, следовательно, и сила СБР  $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$ ) пропорциональна  $J_n(\xi_{x,z})$ , где  $\xi_{x,z} = 2\pi \frac{\Delta\nu_{x,z}}{\nu_s}$ ;  $\Delta\nu_{x,z} = \frac{\partial\nu}{\partial E} \varepsilon$  - амплитуда частотной модуляции;  $\varepsilon$  - амплитуда энергетических колебаний.

Необходимо отметить, что при наличии хроматизма боковые синхробетатронные полосы появляются около всех "машинных" резонансов  $k_x\nu_x + k_z\nu_z = m$ , так как модулируются частоты бетатронных колебаний. Силы боковых синхробетатронных полос в этом приближении определяются хроматизмом и обращаются в нуль при его компенсации.

На SPEAR II, тем не менее, наблюдались <sup>4,5,6/</sup> СБР  $\nu_{x,z} - n\nu_s = 5$ , сила которых не зависит от хроматизма в больших пределах ( $E \frac{\partial\nu}{\partial E} = 0 - 10$ ), но сильно зависит от искажений равновесной орбиты. В связи с этим встал вопрос об изучении СБР при нулевом хроматизме.

2. Рассмотрим движение частицы в накопителе в присутствии поперечных (т.е. перпендикулярных к равновесной орбите) полей, меняющихся с частотой  $\omega = \nu_p \omega_c$ , где  $\omega_c$  - частота обращения равновесной частицы. Период обращения частицы  $T$  зависит от её энергии и поэтому так же, как и энергия, совершает колебания с синхротронной частотой около равновесного значения  $T_0$ . Сила, действующая на частицу, оказывается фазово-модулированной с частотой синхротронных колебаний. Фазовая модуляция приводит к появлению в спектре силы боковых полос с частотами  $\nu = \nu_p + n\nu_s$ , а, следовательно, и к появлению синхробетатронных резонансов.

Отметим, что в отличие от случая СБР при  $\frac{\partial\nu_{x,z}}{\partial E} \neq 0$ , когда синхротронные колебания обогащают спектр бетатронных колебаний, в нашем случае обогащается спектр вынуждающей силы.

Запишем уравнение бетатронных колебаний частицы с учетом радиационного трения:

$$\frac{d^2 z}{ds^2} + 2u_z(s) \frac{dz}{ds} + [g_z(s) + u'_z(s)]z = f_z(s) e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $g_z$  - жёсткость;  $u_z = \frac{1}{2E_0} \frac{dE_{\text{раг}}}{ds}$  - радиационное трение;

$$f_z = \frac{e}{E_0} [E_z(s) - H_x(s)], \quad (2)$$

где  $E_z, H_x$  - соответствующие компоненты поля;  $E_0$  - равновесная энергия;  $e$  - заряд частицы. Здесь и далее рассматривается ультрарелятивистский случай  $\gamma_0 = E_0/mc^2 \gg 1$ .

Принимая во внимание синхротронные колебания частицы

$$\omega_0 t = \theta + \varphi_0 \sin \nu_s \theta, \quad (3)$$

где  $\theta = \frac{s}{R}$ ;  $\varphi_0$  - амплитуда фазовых колебаний частицы, получаем

$$\omega t = \nu_p \theta + \alpha \sin \nu_s \theta, \quad \alpha = \nu_p \varphi_0, \quad (4)$$

т.е. фазовую модуляцию силы.

Рассмотрим случай резонанса  $\pm \nu_z + \nu_p + n \nu_s + k = \frac{\Delta}{2\pi}$ , ( $\Delta \ll 1$ ), где  $\Delta$  - расстройка. Отбрасывая нерезонансные члены и применяя метод вариации произвольных постоянных  $a_z, \varphi_z$ , получаем выражение для установившейся амплитуды колебаний:

$$A_z(s) = w_z(s) \frac{|c_k|}{(\gamma_z^2 + \Delta^2)^{1/2}} J_n(\alpha), \quad (5)$$

$$|c_k| = \left| \int_0^{2\pi R} f_z(s') w_z(s') \exp \left[ i \left( \mp \chi_z(s') - k \frac{s'}{R} \right) \right] ds' \right|, \quad (6)$$

где  $w_z = \sqrt{\beta_z}$  - модуль и  $\chi_z$  - фаза функции Флоке<sup>/8/</sup>;  $\gamma_z$  - декремент за оборот.

Удобно выразить  $\gamma_z$  через радиационные потери за оборот

$$\gamma_z = \frac{e U_0 \cos \varphi_s}{2 E_0}. \quad (7)$$

Здесь  $U_0$  - ускоряющее напряжение;  $\varphi_s$  - равновесная фаза. В случае сосредоточенной на азимуте  $S_0$  силы получаем из (5):

$$A_z(s) = w_z(s) w_z(s_0) \frac{(E_z - H_x) d}{U_0 \cos \varphi_s} \cdot \frac{J_n(\alpha)}{(1 + \delta^2)^{1/2}}, \quad (8)$$

где  $d$  - эффективная длина области, в которой сосредоточены поля.

Во всех электронных накопителях имеются ускоряющие структуры, создающие быстро-переменные продольные электрические поля. Если равновесная орбита проходит через ускоряющую структуру под углом к её оси, то появляется поперечная составляющая электричес-

кого поля, которая приводит к появлению СБР  $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$ , так как в этом случае  $\nu_p = q$  ( $q$  - кратность ускоряющего поля). При этом

$$E_z = \frac{U_0}{d} \sin \alpha_z,$$

где  $\alpha_z$  - угол в плоскости вертикальных бетатронных колебаний между осью резонатора и равновесной орбитой. Принимая во внимание связь  $\varphi_0 = \ell/\bar{R}$ , где  $\ell$  - амплитуда продольных колебаний частицы, и  $q/\bar{R} = \frac{2\pi}{\lambda}$ , где  $\lambda$  - длина волны ускоряющего поля, получаем из (8)

$$A_z(s) = W_z(s_0) W_z(s) \frac{J_n(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}{(1+\delta^2)^{1/2}} \frac{\sin \alpha_z}{\cos \varphi_s} \cdot (9)$$

Синхробетатронные резонансы  $\nu_x + n\nu_s = m$  рассматриваются аналогично, выражение для амплитуды радиальных колебаний отличается от (9) заменой  $\gamma_z$  на  $\gamma_x = G_x \frac{\Delta E_{x,z}}{2E_c}$ , где  $G_x$  - безразмерный декремент затухания ( $G_x + G_s = 3$ ):

$$A_x(s) = W_x(s_0) W_x(s) \frac{J_n(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}{(1+\delta^2)^{1/2}} \frac{\sin \alpha_x}{\cos \varphi_s} \cdot (10)$$

В проведенном выше рассмотрении не учитывалось наличие высших гармоник в спектре синхротронных колебаний вследствие их нелинейности. Учет этого эффекта приводит к появлению в выражениях (9), (10) численного множителя  $\epsilon_n$ . Приведем значения  $\epsilon_n$  для нескольких первых боковых полос в случае  $\cos \varphi_s \ll 1$ :

$ n $	1	2	3	4	5	6
$\epsilon_n$	1	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{2}$	$2 \frac{11}{32}$	$4 \frac{7}{32}$

3. Как показано в работе [7], наличие дисперсионной функции  $\eta$  или её производной  $\eta'$  в ускоряющей структуре может приводить к появлению СБР. Поскольку причиной возбуждения СБР как в этом, так и в рассмотренном выше случае является скачкообразное изменение траектории частицы относительно мгновенной равновесной орбиты, выражения (9), (10) обобщаются на случай  $\eta, \eta' \neq 0$  в резонаторе заменой

$$\sin \alpha_{x,z} \rightarrow \left[ (\sin \alpha_{x,z} - \eta'_{x,z} + \frac{\beta'_{x,z}}{2\beta_{x,z}} \eta_{x,z})^2 + \frac{\eta_{x,z}^2}{\beta_{x,z}^2} \right]^{1/2} \cdot (II)$$

Отметим, что в случае "идеальной" геометрии  $\eta_z, \eta'_z \equiv 0$  и СБР  $\nu_z + n\nu_s = m$  могут возбуждаться только вследствие искажений равновесной орбиты в резонаторе ( $\alpha_z \neq 0$ ).

4. В накопителе ВЭШ-4 наличие дисперсионной функции  $\eta_x$  и её производной  $\eta'_x$  приведёт к существенному увеличению горизонтального размера пучка на СБР  $\nu_x - n\nu_s = 10$ . Так, например, при  $n = 4$  горизонтальный размер пучка возрастает в 2-3 раза. Наличие вертикального угла  $\delta_z \sim 10^{-2}$  между осью резонатора и равновесной орбитой приведёт к увеличению вертикального размера на СБР  $\nu_z - n\nu_s = 10$  во столько же раз. Однако СБР, появляющиеся в данном случае, могут быть скомпенсированы. Поскольку в выражение для силы СБР (5) входит определенная гармоника  $W_{x,z}(s) f_{x,z}(s) e^{\pm i x_{x,z}}$ , то для компенсации достаточно иметь два высокочастотных корректора. Простейшим корректором может служить пластина, помещенная в вакуумную камеру накопителя и создающая поперечные электрические и магнитные поля. Для компенсации СБР на пластину следует подать высокочастотное напряжение с частотой, кратной частоте обращения, и соответствующим образом подобранными амплитудой и фазой.

Авторы признательны Г.М.Тумайкину за обсуждение изложенных в докладе вопросов.

#### Л и т е р а т у р а

1. Г.Н.Кулипанов, С.Г.Попов, Г.М.Тумайкин. Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, 1968, стр. 374, М., "Наука", 1970.
2. Г.Н.Кулипанов, С.И.Мишнев, С.Г.Попов, Г.М.Тумайкин. Там же, стр. 386.
3. M.C.Crowley-Milling, I.I.Rabinovitz. IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-18, No.3, 1052 (1971).
4. SPEAR Storage Ring Group, "SPEAR II Performance", IEEE Trans., Nucl.Sci., NS-22, No.3, 1366 (1975).
5. SPEAR Group "Synchrotron Resonances", Proc. 1977 Particle Acc. Conf., Chicago, March, 1977.
6. A.W.Chao, E.Keil, A.S.King, M.J.Lee, P.L.Morton, J.M.Paterson. SPEAR-187, Aug., 1975.
7. A.Piwinsky, W.A.Wrulich. DESY 76/07, Febr., 1976.
8. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей, М., Физматгиз, 1962.

## ДИСКУССИЯ

G.A.Voss: There is also another way to excite coupled betatron-synchrotron resonances: by the dependence of beta-function on momentum at the place of cavities.

Have you taken this into account?

Е.А.Переведенцев: Нам известно о работах, где предполагается такой механизм возбуждения СБР. В докладе он не упоминается, так как представляет собой относительно слабый эффект более высокого порядка по амплитуде радиально-фазовых колебаний.

H.Wiedemann: Have you observed SBR-s and if so what is their cause ?

Е.А.Переведенцев: В ИЯФ СОАН (Новосибирск) изучение СБР проводилось практически на каждом накопителе: ВЭШ-1, ВЭШ-2, ВЭШ-3. Обычно СБР были связаны с некомпенсированным хроматизмом. Описанные в докладе механизмы несущественны для этих накопителей в нормальном режиме их работы ( $\nu_x = 10^{-4}$ ,  $l/\lambda \ll 0,1$ ). На ВЭШ-3 проводится экспериментальная проверка предложенного в докладе механизма с помощью резонансной раскачки с частотой  $\omega = q\omega_0$ ,  $q \gg 1$ . Наблюдались СБР, практически не зависящие от хроматизма с номерами  $n = 1 + 5$ . Предполагается провести количественное сравнение экспериментальных результатов с выражениями (9), (10), (11). На ВЭШ-4 пока СБР не наблюдались, так как он работает сейчас на энергии инжекции 1,35 ГэВ с низким значением ускоряющего напряжения (около 100 кВ) и небольшим (6 мА) циркулирующим током, а, следовательно, и небольшими амплитудами паразитных наведенных напряжений.