ДИНАМИКА ПУЧКА В ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ ВЛЭПП

В.Е. Балакин, А.В. Новохатский
Институт ядерной физики СО АН СССР
Новосибирск, 630090

Вопросы ускорения одиночного сгустка в линейном ускорителе впервые были проанализированы при разработке проекта встречных линейных электрон-позитронных пучков—ВЛЭПП [1]. Основные результаты были представлены на VI Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц в Дубне в 1978 году[2]. В данной работе более детально рассматриваются основные проблемы.

1. Эффективное ускорение одиночного сгустка в ускоряющей структуре возможно в том случае, когда при минимальном энергетическом разбросе сгусток отбирает значительную часть запасенной в структуре электромагнитной энергии[2,3].

Усредненное за период структуры поле $E_c(\zeta)$, действующее на частицы сгустка, является суперпозицией поля внешнего генератора и поля излучения:

$$E_c = E_a \cos\left(2\pi \frac{\zeta}{\lambda} - \varphi\right) + E^0_н e_\parallel(\zeta),$$

где E_a—величина ускоряющего градиента, $E^0_н$—амплитудное значение поля излучения, λ—рабочая длина волны, φ—относительная фаза влета, ζ—координата в сгустке. Рассчитанные численным методом[4] распределения $e_\parallel(\zeta)$ представлены на рис. 1 для различных

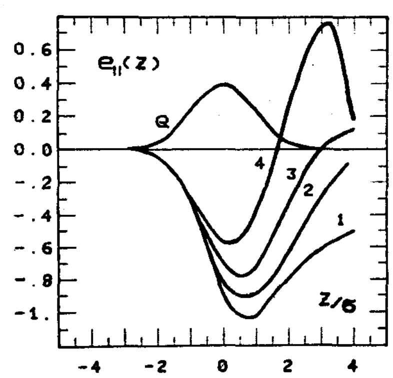

Рис. 1.

значений σ/a; σ—продольный размер сгустка, a—радиус пролетного отверстия в диафрагме. Амплитудное значение поля E_c равно

$$E = E_a\left(1 - \frac{E^0_н}{E_a}\right) = E_a\left(1 - \frac{\Delta E}{E_a}\right),$$

где $\Delta E/E_a$—подсадка ускоряющего поля полем излучения. Энергия, уносимая сгустком с числом частиц N:

$$\Delta\varepsilon = Ne\,E_a e^{-S^2/2} \cos\varphi - W_н,$$

$$S = 2\pi\frac{\sigma}{\lambda}, \quad W_н = \frac{(Ne)^2}{C_н}.$$

$C_н$—нормированная энергия, излученная сгустком. Максимальный отбор энергии достигается при ускорении полного заряда Ne, равного

$$(Ne)_{\max} = \frac{C_н E_a}{2} e^{-S^2/2},$$

при этом относительная доля запасенной энергии в структуре с энергоемкостью C_a, которая уносится сгустком, определяется отношением энергии, излученной в основную гармонику, к полной энергии излучения:

$$\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{\max} = \frac{1}{4}\frac{C_н}{C_a} e^{-S^2}.$$

Величина подсадки ускоряющего поля при максимальном отборе запасенной энергии достаточно велика:

$$\left(\frac{\Delta E}{E_a}\right)_{\max} = \frac{\varkappa}{2} e^{-S^2/2},$$

где $\varkappa$—отношение максимального значения функции распределения поля излучения $e_\parallel(\zeta)$ к эффективному среднему значению (для плавного распределения заряда в сгустке $\varkappa \approx \sqrt{2}$). В случае, когда величина подсадки поля мала, а именно:

$$\frac{\Delta E}{E_a} \lesssim \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\max},$$

доля отбираемой энергии есть

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{C_н}{C_a}\frac{e^{-S^2/2}}{\varkappa}\left(\frac{\Delta E}{E_a}\right),$$

а число ускоряемых частиц равно

$$Ne = \frac{C_н E_a}{\varkappa}\left(\frac{\Delta E}{E_a}\right).$$

В ускоряющей структуре линейного ускорителя ВЛЭПП сгусток с числом частиц $N = 10^{12}$ отбирает до 40% запасенной энергии при подсадке ускоряющего поля на 25%.

2. Энергетический разброс определяется распределением поля E_c вдоль сгустка. Требование минимального значения энергетического разброса может быть сформулировано как требование на гладкость распределения. В зависимости от числа варьируемых параметров, определяющих распределение поля, достигается та или иная степень гладкости. В случае, когда геометрия ускоряющей структуры и вид распределения заряда в сгустке заданы, варьируемыми параметрами могут быть: фаза влета, длина сгустка и число частиц, определяющее подсадку ускоряющего поля.

Требование минимального изменения функции распределения E_c в интервале $-\sigma \leqslant \zeta \leqslant \sigma$ приводит к соотношениям

$$S = \frac{2\pi\sigma}{\lambda} = \sqrt{\frac{\Delta E}{E_a}\left(e^{II}_\parallel + \frac{e^{IV}_\parallel}{12}\right)},$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{S}\frac{\Delta E}{E_a}\left(e^{I}_\parallel + \frac{e^{III}}{8}\right),$$

$$e^n_\parallel = \left.\frac{\partial^n e_\parallel(\zeta)}{\partial(\zeta/\sigma)^n}\right|_{\zeta=0}.$$

Рассчитанные распределения поля E_c при различной подсадке поля представлены на рис. 2. Энергетический спектр представлен на рис. 3. В спектре появляется третий пик, если распределение поля несимметрично по отношению к распределению заряда.

При выполнении приведенных соотношений энергетический разброс для частиц в интервале $[-\sigma, \sigma]$ составляет

$$\frac{\delta E}{E} \approx \frac{1}{96}\left(\frac{\Delta E}{E_a}\right)\frac{|S^2 e_{\parallel}^{\rm II} + e_{\parallel}^{\rm IV}|}{\cos\varphi - \Delta E/E_a}.$$

Как показали расчеты, значения $e_{\parallel}^{n}$ определяются видом распределения заряда в сгустке и отношением σ/a. Так, для распределения Гаусса и при $\sigma/a<0{,}5$

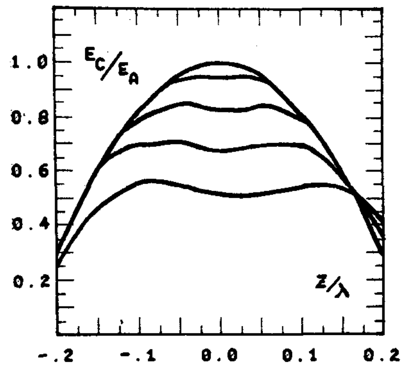

Рис. 2.

$e_{\parallel}^{\rm IV} \simeq -3, e_{\parallel}^{\rm II} = 1$, а для распределения типа $\cos^2(2\pi\zeta/\lambda)$ значения производных в два раза меньше.

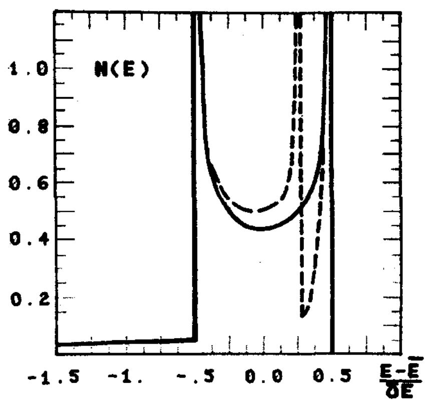

Рис. 3.

Для ускоряющей структуры ВЛЭПП соотношение между энергетическим разбросом и долей уносимой энергии оценивается по соотношению

$$\frac{\delta E}{E} \approx 1{,}4\cdot 10^{-2}\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{4/5};$$

при $\Delta\varepsilon/\varepsilon \approx 0{,}3$ энергетический разброс составляет 0,5%.

Отклонения величин параметров сгустка (σ, Ne) и ускоряющего поля (E_a, φ) от оптимальных значений в той или иной степени увеличивают энергетический разброс. Требования на стабильность этих параметров можно оценить по соотношениям

$$\left|\frac{\delta\sigma}{\sigma}\right| < \frac{1}{S^2}\,\frac{\delta E}{E},\quad \left|\frac{\delta Ne}{Ne}\right| \lesssim \frac{2}{S^2}\,\frac{\delta E}{E},\quad |\delta\varphi| \lesssim \frac{1}{2S}\,\frac{\delta E}{E}.$$

Наиболее жестким является требование на стабильность фазы, изменение которой приводит в первом приближении к линейному распределению энергии частиц вдоль сгустка:

$$\frac{\Delta E_c(\zeta)}{E} = S\,\frac{\sin(\delta\varphi)}{\cos(\varphi+\delta\varphi) - \Delta E/E}\,(\zeta/\sigma). \qquad (1)$$

3. Поперечную динамику частиц интенсивного релятивистского сгустка в ускоряющей структуре линейного ускорителя в основном определяют поля излучения[2,5]. При отклонении траекторий движения сгустка относительно оси ускоряющей структуры излучаются несимметричные поля, обратная реакция которых—действие поперечных сил на частицы сгустка. При малом отклонении амплитуда поперечной силы пропорциональна величине отклонения. Характерная особенность действия сил полей излучения в ультрарелятивистском случае заключается в том, что поле, излученное какой-либо частицей сгустка, действует только на позадилетящие частицы, соответственно величина силы, действующей на эту частицу, определяется эффективной суммой отклонений впередилетящих частиц. Поперечная сила может быть представлена в следующем виде:

$$F_{\perp}(\zeta) = eG\int_{-\infty}^{\zeta}\varrho(\xi)\,X(\xi)\,g_{\perp}(\zeta-\xi)\,d\xi,$$

где ζ, ξ—координаты частиц в сгустке, $X(\xi)$—величина поперечного отклонения частицы, $\varrho(\xi)$—распределение заряда в сгустке, G—амплитудное значение по[illegible], $g_{\perp}(\zeta-\xi)$—фу[illegible]кц[illegible] Г[illegible], [illegible]р[illegible]д[illegible]мая параметрами ускоряющей структуры. Рассчитанные численным методом распределения $e_{\perp}(\zeta)$ при отклонении сгустка как целого приведены на рис. 4.

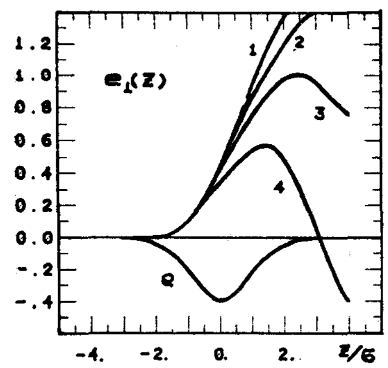

Рис. 4.

Уравнение, описывающее поперечное движение частиц, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\,\frac{\partial X}{\partial\tau}\right) + \frac{\gamma}{\gamma_0}\,\mu^2 X = \int_{-\infty}^{\zeta}\varrho(\xi)\,X g_{\perp}\,d\xi,$$

где $\gamma = \gamma(\tau, \xi)$—релятивистский фактор,

$$\tau = Z/Z^{*},\quad \mu = \nu\cdot Z^{*},\quad Z^{*} = \sqrt{\frac{\gamma_0 mc^2}{eG}};$$

ν—β-функция фокусирующей системы.

Анализ решений уравнения показывает, что при малом начальном отклонении происходит быстрое нарастание отклонений частиц, причем скорость нарастания слабо зависит от величины начального отклонения. Это означает, что действие поперечных сил полей излучения приводит к развитию поперечной неустойчивости пучка. Скорость нарастания поперечного размера пучка в основном зависит от Z^{*} и μ.

В линейном ускорителе с периодической фокусировкой развитие поперечной неустойчивости носит резонансный характер. Действительно, отклонения впередилетящих частиц сгустка периодически изменяются с частотой поперечных колебаний, поэтому сила, действующая на позадилетящие частицы, также является периодической с той же частотой, что и частота свободных колебаний частиц. В случае сильной фокусировки, т. е. тогда, когда

$$\nu \cdot Z^{*} \gtrsim 1 \quad \text{и} \quad \nu \cdot Z^{*} \geqslant 1,$$

увеличение эффективного фазового объема сгустка может быть аппроксимировано зависимостью

$$\Phi \sim \exp\left(\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}\right). \tag{2}$$

4. Известные методы подавления поперечной неустойчивости в линейном ускорителе, работающем в многосгустковом режиме, основаны на уменьшении взаимодействия пучка с нижней несимметричной волной $EH_{\parallel}$. Они не могут быть использованы для подавления неустойчивости одиночного сгустка, взаимодействующего с несимметричным полем излучения, спектр которого простирается вплоть до длин волн, сравнимых с продольным размером сгустка.

Проведенный выше анализ показывает, что при сильной фокусировке развитие поперечной неустойчивости носит резонансный характер. Отсюда следует метод подавления неустойчивости путем сдвига частот поперечных колебаний частиц вдоль сгустка[2]. Так как при заданных градиентах магнитного поля квадрупольных линз частота поперечных колебаний определяется энергией частиц, то сдвиг частот может быть получен при введении разброса по энергии вдоль сгустка. Линейное изменение энергии вдоль сгустка достигается при изменении фазы влета согласно соотношению (1).

Аналитическое решение уравнения при введении *линейного изменения энергии частиц вдоль сгустка* может быть получено при условии

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 0, \quad \varrho(\zeta) = \text{const}.$$

При начальном условии, определяющем начальное отклонение сгустка как целого, решение для функции $V(\zeta, p)$ имеет вид

$$V(\zeta, p) = \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{pX_0}{\mu^2 + p^2} \left(\frac{\mu^2 + p^2}{\mu_0 + p^2}\right)^{\eta} \left(1 - \mu_0 \int_{\mu_0}^{\mu} \left(\frac{\mu_0^2 + p^2}{\mu^2 + p^2}\right)^{\eta} \frac{d\mu}{\mu^2}\right),$$

где $\eta = \dfrac{1}{2\mu_0^2 (\Delta\nu/\nu)}$, $V(\zeta, p) = \int_0^{\infty} X(\zeta, \tau)\, e^{-p\tau}\, d\tau$.

Обратное преобразование Лапласа легко получается для целых значений:

а) свободные колебания с собственными частотами (поперечные силы отсутствуют):

$$\eta = 0 \quad X(\zeta, \tau) = X_0 \cos \mu(\zeta)\tau;$$

б) когерентные колебания частиц с частотой «головы»:

$$\eta = 1 \quad X(\zeta, \tau) = X_0 (\cos \mu_0 \tau + \psi_{\eta=1}(\zeta, \tau)),$$

где ψ_η — функция, описывающая колебания частиц, относительно траектории передней частицы $\psi_{\eta=1} \sim (\Delta\nu/\nu)^2$;

в) раскачка колебаний на частоте «головы»:

$$\eta = 2 \quad X(\zeta, \tau) = X_0 \left(\cos \mu_0 \tau + \left(1 + \frac{\zeta}{8\mu_0^2}\right) \frac{\zeta\tau}{4\mu_0} \sin \mu_0 \tau + \psi_2(\zeta, \tau)\right);$$

г) раскачка колебаний на собственных частотах:

$$\eta = -1 \quad X(\zeta, \tau) = X_0 \left(\cos \mu\tau + \frac{\zeta\tau}{2\mu_0} \sin \mu\tau\right).$$

При значении параметра $\eta = 0{,}5$ может быть получено приближенное решение при условии, что $\Delta\nu/\nu \ll 1$

$$X(\zeta, \tau) \simeq X_0 J_0 \left(\frac{\mu - \mu_0}{2} \tau\right) \cos \mu\tau.$$

Этот интересный результат показывает, что при введении *сдвига частот поперечных колебаний частиц вдоль* сгустка первоначальная амплитуда колебаний частиц не только не возрастает со временем, но и при определенном условии эффективно затухает, причем $X(\tau) \sim 1/\sqrt{\tau}$.

Из полученных решений следует, что поперечная неустойчивость сгустка в линейном ускорителе с жесткой фокусировкой может быть подавлена, если величина сдвига частот

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \gtrsim \left.\frac{\Delta\nu}{\nu}\right|_{\min} = \frac{1}{2\mu_0^2} = \frac{eG}{2\nu_0^2 \gamma_0 mc^2}. \tag{3}$$

Анализ численных решений, а также результаты численного моделирования процесса ускорения сгустка в линейном ускорителе показывают, что при выполнении этого условия поперечная неустойчивость сгустка подавляется и в случае произвольного распределения

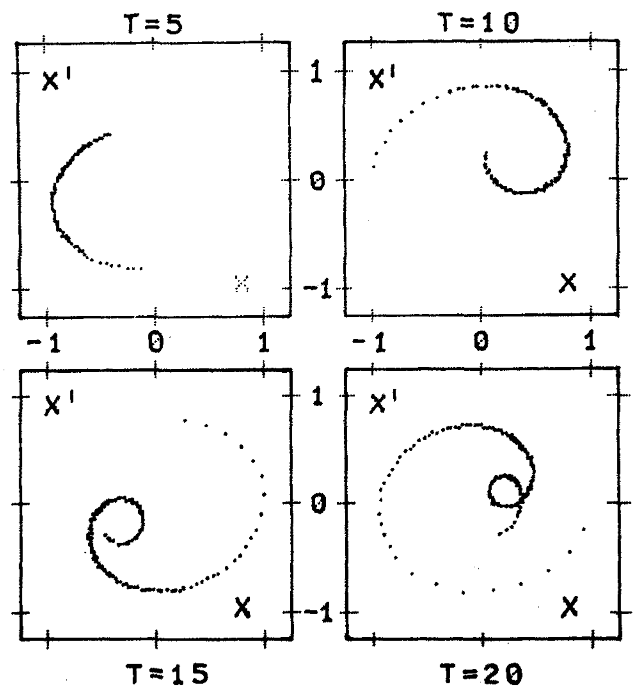

Рис. 5.

заряда в сгустке и различного представления функции $g_{\perp}$. Если проследить за изменением эффективного фазового объема сгустка по длине ускорителя, то оказывается, что на начальном этапе скорость нарастания фазового объема такая же, как и при $\Delta\nu/\nu = 0$ (аналогично (2)), но затем постепенно уменьшается до нулевого значения. При этом максимальное значение эффективного фазового объема достигается на расстоянии

$$\tau_{\max} \approx \frac{1}{(\Delta\nu/\nu)^2 \mu^3},$$

в дальнейшем, если $\Delta\nu/\nu > 0$, эффективный фазовый объем уменьшается. Этот процесс представлен на рис. 5. Зависимость максимального фазового объема от величины и знака сдвига частот приведена на рис. 6.

Рассмотренный метод подавления поперечной неустойчивости одиночного сгустка может быть использован и в обычном линейном ускорителе, работающем в многосгустковом режиме. Однако следует отметить, что эффективность данного метода зависит от жесткости фокусирующей системы и тем выше, чем большее число периодов поперечных колебаний совершает пучок на всей длине ускорителя, что, в частности, следует из последнего соотношения. Применительно к ВЛЭПП на начальном этапе ускорения необходимо ввести изменение энергии вдоль сгустка на величину $\pm 15\%$, а по

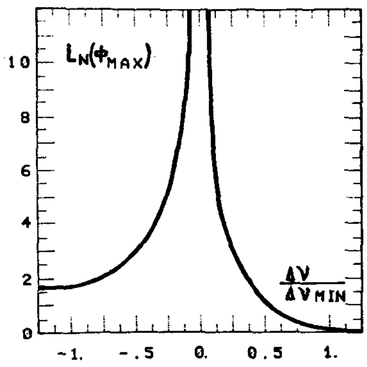

Рис. 6.

мере ускорения сгустка эта величина может быть уменьшена в соответствии с соотношением (3).

5. Поперечная неустойчивость является не единственной причиной увеличения эффективного фазового объема пучка. При наличии разброса частот любые случайные погрешности в геометрической выставке элементов ускорителя стохастически «разогревают» пучок[2,6,7]. Этот процесс показан на рис. 7.

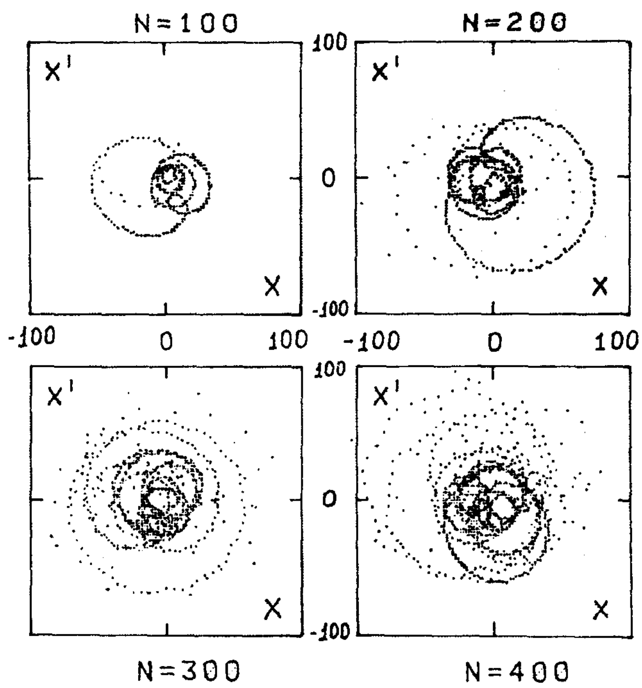

Рис. 7.

Случайные удары обусловлены погрешностями выставки элементов фокусирующей системы (смещение центров квадрупольных линз, поворот и наклон линз относительно оси ускорителя, отклонения градиентов магнитных полей линз от номинальных значений) и ускоряющей системы (смещение и перекос ускоряющих секций, отклонение набираемой энергии в отдельной секции от номинальной). Следует отметить, что возможны и систематические возмущения, как, например, искривление оси ускорителя вследствие колебания грунта, обусловленное сейсмической волной. Но основными являются смещения линз и ускоряющих секций.

а). Случайное смещение центров квадрупольных линз (вибрации).

Такой тип погрешности выставки фокусирующей т и ль и к д у ли ение ф зового объема. Действительно, если центр какой-либо линзы смещен относительно оси ускорителя на расстояние ΔX, то частицы пучка при пролете через эту линзу получат дополнительный поперечный угол

$$\Delta X'_m = \Delta X / f,$$

соответствующее приращение амплитуды колебаний составит

$$\Delta A = \beta \frac{\Delta X}{f} = 2\Delta X \sqrt{\frac{2+l/f}{2-l/f}},$$

т. е. более чем в два раза больше по сравнению с ве- щ

Амплитуда поперечных колебаний в конце ускорения будет определяться среднеквадратичной суммой приращений амплитуд с учетом адиабатического затухания.

В случае, когда число линз на длине волны поперечных колебаний не изменяется (расстояние между линзами растет пропорционально $(\varepsilon/\varepsilon_0)^{\varkappa}$), возбуждаемый эффективный фазовый объем в конце ускорения

$$\Phi_1^{\text{л}} = \frac{C_0}{2} \frac{L}{l_0^2} \langle \Delta X^2 \rangle \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_f}\right)^2 \frac{(\varepsilon_f/\varepsilon_0)^{2(1-\varkappa)} - 1}{(1-\varkappa)(1-\varepsilon_0/\varepsilon_f)},$$

где L—длина ускорителя; l_0—начальное расстояние между линзами; ε_f—конечная энергия ускорения; $C_0 = C(\nu_0)$; $\nu/\nu_0 = (\varepsilon/\varepsilon_0)^{-\varkappa}$. Статистический вклад в эффективный фазовый объем от смещения отдельной линзы

$$\Delta\Phi \sim (\varepsilon/\varepsilon_0)^{1-2\varkappa}.$$

При $\varkappa = 1/3$ наибольший вклад получается от смещения линз, расположенных в конце ускорителя.

Если же по мере увеличения длины волны поперечных колебаний действие одной сильной линзы заменяется набором более слабых линз того же знака (расстояние между линзами постоянно на всей длине ускорителя), то возбуждаемый фазовый объем значительно меньше:

$$\Phi_2^{\text{л}} = C_0 \frac{L}{l_0^2} \langle \Delta X^2 \rangle \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_f}\right)^2 \frac{(\varepsilon_f/\varepsilon_0)^{2-3\varkappa} - 1}{2-3\varkappa}.$$

Кроме того, изменяется и статистический вклад

$$\Delta\Phi \sim (\varepsilon/\varepsilon_0)^{1-3\varkappa}.$$

При $\varkappa = 1/3$ распределение статистических вкладов равномерно. Оценка для эффективного фазового объе- , ю ма ьн в зможный азме пучка в конце ускорения, может быть получена в предположении, что за время раскогеренчивания пучок полностью размазывается по фазовому эллипсу

$$\Phi_{\max}^{\text{л}} \simeq \frac{C}{\lambda_0} \frac{L^2}{l_0^2} \frac{\langle \Delta X^2 \rangle}{(1-\varkappa/2)^2} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)^{1+\varkappa} \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_0.$$

б). Случайные ошибки выставки ускоряющих секций.

При смещении секции параллельно оси ускорителя на расстояние ΔX частицы пучка испытывают действие поперечной силы. Максимальный поперечный угол

$$X'_m = \frac{eG}{\varepsilon}\, l\, \Delta X.$$

Если длина секций не изменяется вдоль ускорителя, то фазовый объем в конце ускорения

$$\Phi^c_{\text{см}} = \beta_0 \frac{L}{l_0^3} \left(\frac{G\, l_0^2}{\varepsilon_0}\right)^2 \frac{\langle \Delta X^2 \rangle}{\varkappa} \cdot \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_f}\right)^{2-\varkappa}.$$

При перекосе секции частицы пучка получают дополнительный угол, пропорциональный изменению продольного импульса в секции

$$X'_m = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{\parallel}}{P}\, \alpha = \frac{\alpha}{2} \frac{l}{L} \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon},$$

где α—угол перекоса секции относительно оси ускорителя. Возбуждаемый фазовый объем в этом случае

$$\Phi^c_{\text{п}} = \beta_0 \frac{l_0}{L} \frac{\langle \alpha^2 \rangle}{4\varkappa} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_f}\right)^{-\varkappa}.$$

Статистический вклад в возбуждаемый фазовый объем при смещении и перекосе отдельной секции

$$\Delta\Phi \sim (\varepsilon/\varepsilon_0)^{\varkappa-1},$$

т. е. наиболее точно должны быть выставлены секции в начале ускорителя.

Для ВЛЭПП допуск на вибрации линз составляет $\sim$0,1 мкм, а допуск на выставку секций $\sim$1 мкм.

Литература

1. Балакин В.Е., Будкер Г.И., Скринский А.Н. О возможности создания установки со встречными электрон-позитронными пучками на сверхвысокие энергии.—Труды VI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1978.— Дубна, 1979, с.27. Проблемы физики высоких энергий и управляемого термоядерного синтеза, Новосибирск, 1978.—М.: Наука, 1981, с.11.
2. Балакин В.Е. и др. Динамика пучка ВЛЭППа. —Труды VI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1978.—Дубна, 1979, с.143.
3. Balakin V.E., Novokhatsky A.V. VLEPP: Longitudinal Beam Dynamics.—Proc. of the 12th Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Fermilab, 1983, p.117.
4. Новохатский А.В. Численное моделирование динамики полей излучения в ускоряющих структурах. —Препринт ИЯФ 82-157.-Новосибирск, 1982. 32с.
5. Balakin V.E., Novokhatsky A.V., Smirnov V.P. VLEPP: Transverse Beam Dynamics.—Proc. of the 12th Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Fermilab, 1983, p.119.
6. Балакин В.Е., Новохатский А.В., Смирнов В.П. Механизм увеличения фазового объема пучка в линейном ускорителе ВЛЭПП. —Труды VIII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Протвино, 1982.—Дубна, 1983, т.2, с.259.
7. Balakin V.E., Novokhatsky A.V., Smirnov V.P. VLEPP: Stochastic Beam Heating.—Proc. of the 12th Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Fermilab, 1983, p.121.