

# ВЧ-МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ ЭНЕРГИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ В НАКОПИТЕЛЯХ

А.А. Жоленц, О.А. Нежевенко  
Институт ядерной физики СО АН СССР  
Новосибирск, 630090

## Введение

В работе рассматривается новый метод монохроматизации энергии взаимодействия частиц в накопителях, в котором устранение энергетического разброса в пучках перед столкновением получается при пролете специальной структуры сверхпроводящих резонаторов. Важным достоинством метода является увеличение не только резонансной, но и интегральной светимости. Подробное изложение основных положений метода содержится в работе<sup>1</sup>.

## Метод монохроматизации

Принцип работы метода монохроматизации энергии состоит в следующем. На прямолинейном участке траектории пучка в накопителе симметрично с двух сторон от места встречи устанавливаются две ускоряющие ВЧ-структуры (см. рис. 1), работающие на длине вол-

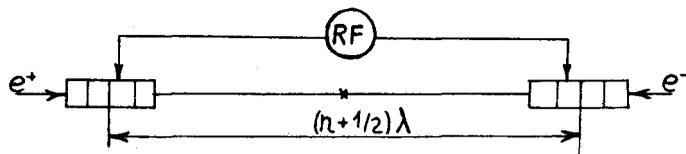


Рис. 1.

ны  $\lambda$ . Расстояние между центрами структур выбирается равным  $(n+1/2)\lambda$ , где  $n$ —целое. На участках, занятых резонаторами, предшествующей оптикой накопителя создается большое горизонтальное разложение пучка по энергии. При этом необходимо, чтобы синхротронный размер пучка  $\sigma_s$  здесь намного превышал его бетатронный размер  $\sigma_{\beta}$ . Тогда неравновесные частицы с отклонением энергии  $\Delta E$  от равновесной энергии  $E_0$  будут преимущественно занимать в ускоряющей структуре положение вблизи координаты  $x = \Psi_x \Delta E / E_0$ , где  $\Psi_x$ —горизонтальная дисперсионная функция. Возбуждая в резонаторах электромагнитное поле, в котором продольная составляющая электрического поля  $E_z$  имела бы по  $x$  линейную зависимость  $E_z = \alpha x$  в области малых значений  $x$ , можно добиться того, чтобы набор энергий частиц на ускоряющей структуре был в точности противоположен их отклонению от равновесной энергии. Тогда электроны и позитроны при подлете к месту встречи выравниваются по энергии, а после встречи при прохождении второй ускоряющей структуры восстанавливают свою первоначальную энергию. Последнее выполняется за счет расположения ускоряющих структур через целое число бетатронных волн по фазе горизонтальных бетатронных колебаний.

Наиболее просто необходимую для наших целей ускоряющую структуру можно представить в виде ряда прямоугольных резонаторов с поперечными размерами  $a_x, a_z$ , расположенных через  $\lambda/2$ , в которых возбуждаются  $E_{210}$  колебания поля со сдвигом фазы  $\pi$  между резонаторами (см. рис. 2). В системе координат,

заданной в центре резонатора, поля для данной моды колебаний записываются в виде

$$\begin{aligned} E_s &= -E_{s0} \sin k_x x \cdot \cos k_z z \cdot \cos(\omega t + \varphi), \\ H_x &= \frac{k_z}{k} E_{s0} \sin k_x x \cdot \sin k_z z \cdot \sin(\omega t + \varphi), \\ H_z &= -\frac{k_x}{k} E_{s0} \cos k_x x \cdot \cos k_z z \cdot \sin(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $E_s, H_x, H_z$ —продольное электрическое, горизонтальное и вертикальное магнитные поля;  $E_{s0}$ —амплитудное значение напряженности электрического поля;  $k, k_x, k_z$ —волновые векторы ( $k_x = 2\pi/a_x, k_z = \pi/a_z, k^2 = k_x^2 + k_z^2$ );  $\omega, \varphi$ —частота и фаза колебаний.

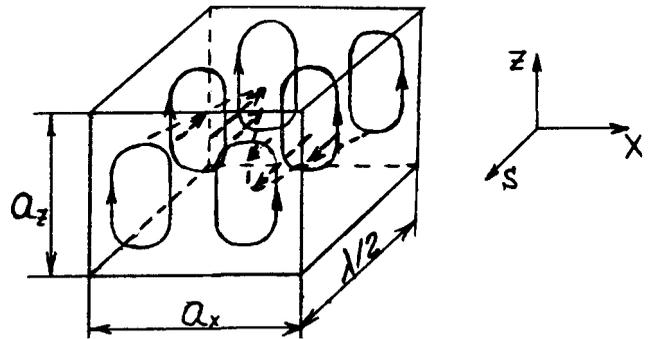


Рис. 2. Прямоугольный резонатор монохроматизирующей структуры. Начало системы координат задано в центре резонатора. Сплошными линиями показано направление магнитного поля, штриховыми—электрического.

Определим, какие условия должны быть выполнены для получения монохроматичности. Для начала рассмотрим только синхронные частицы с  $\varphi = 0$ . Для них набор энергии на ускоряющей структуре в зависимости от  $x$ -координаты равен:  $eU = eU_0 \sin k_x x$ , где  $U_0$ —амплитудное значение ускоряющего напряжения.

Частица с энергией  $E = E_0 + \Delta E$  при пролете структуры имеет координату  $x = \Psi_x \frac{\Delta E}{E_0} + x_{\beta}$ , где  $x_{\beta}$ —смещение за счет бетатронных колебаний. Поэтому после прохождения резонаторов отклонение ее энергии  $\delta E$  от равновесной будет равно:

$$\delta E = \Delta E - eU_0 \sin k_x x = \frac{x - x_{\beta}}{\Psi_x} E_0 - eU_0 \sin k_x x. \quad (2)$$

Если ускоряющее напряжение, горизонтальная дисперсия и равновесная энергия пучка связаны условием

$$eU_0 k_x \Psi_x = E_0, \quad (3)$$

то равенство (2) преобразуется к виду

$$\delta E = -\frac{x_{\beta}}{\Psi_x} E_0 + \frac{x}{\Psi_x} E_0 \left(1 - \frac{\sin k_x x}{k_x x}\right), \quad (4)$$

откуда после усреднения можно получить

$$\overline{\delta E^2} = \frac{\sigma_{x\beta}^2}{\Psi_x^2} E_0^2 + \frac{\sigma_{xs}^2}{\Psi_x^2} E_0^2 \left(1 - \frac{\sin k_x \sigma_{xs}}{k_x \sigma_{xs}}\right)^2. \quad (5)$$

Вводя обозначения:

$$\kappa_0 = \frac{\sigma_{xs}}{\sigma_{x\beta}}, \quad b = \left(1 - \frac{\sin k_x \sigma_{xs}}{k_x \sigma_{xs}}\right)^{-1}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{\Delta E^2}{\delta E^2}}.$$

приведем (5) к более удобной форме:

$$\frac{1}{\kappa^2} = \frac{1}{\kappa_0^2} + \frac{1}{b^2}. \quad (6)$$

Из выражения (6) видно, что для синхронных частиц фактор монохроматичности  $\kappa$ , который определяет,

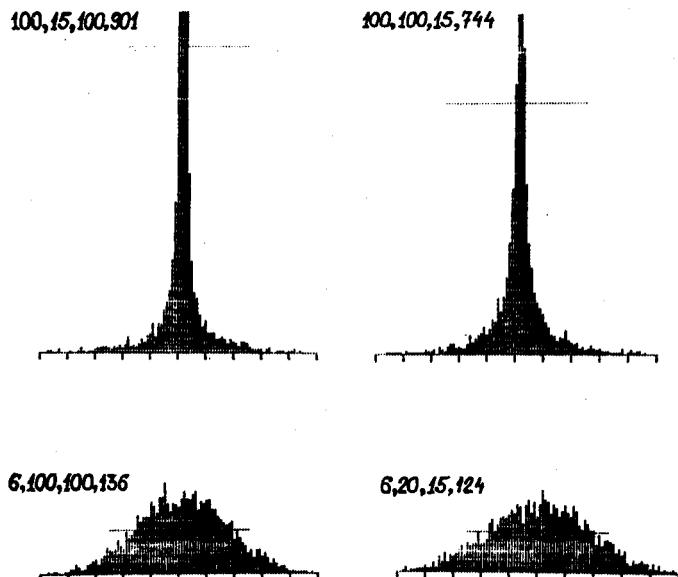


Рис. 3. Гистограммы распределения числа частиц в пучке по энергии после прохождения монохроматизирующей структуры. Гистограммы построены с шагом  $0,01 \sigma_{\Delta E/E}$ , и на одно отмеченное на рисунках деление приходится 10 шагов. На каждом рисунке подписаны заданные при моделировании параметры схемы ВЧ-монохроматизации в следующем порядке:  $\kappa_0$ ,  $a_x/\sigma_{xs}$ ,  $\lambda/\sigma_l$ . Четвертая цифра показывает число частиц в пике. Два первых распределения обрезаны по высоте. Дополнительная горизонтальная линия на всех рисунках показывает уровень, равный половине высоты пика.

во сколько раз может быть улучшено энергетическое разрешение, зависит и от соотношения  $\kappa_0$  синхротронного и бетатронного размеров пучка в структуре, и от того, какую долю размера резонатора  $a_x$  занимает синхротронный размер пучка. Заметим, что величина  $b$  выбором отношения  $a_x/\sigma_{xs}$  может быть получена достаточно большой, чтобы практически не оказывать влияния на монохроматизацию. Так, например, при  $a_x/\sigma_{xs} = 15$  величина  $b = 33$ . При этом, согласно равенству (3), которое можно переписать в виде

$$\frac{e U_0}{\sqrt{\Delta E^2}} = \frac{1}{2\pi} \frac{a_x}{\sigma_{xs}}, \quad (7)$$

превышение ускоряющего напряжения над величиной среднеквадратичного разброса энергий в пучке будет равно только 2,4.

Получить большую величину  $\kappa_0$  значительно сложнее, и ниже мы остановимся на этом вопросе подробнее.

Все вышесказанное прямо относится и к несинхронным частицам с  $\varphi \neq 0$ . Однако, кроме того, такие частицы пролетают резонаторы ВЧ-структуры при меньших ускоряющих полях, что является дополнительным фактором, ухудшающим монохроматичность. Как легко можно увидеть из выражения (1) для уско-

ряющего поля, влияние этого фактора будет тем меньше, чем меньше длина сгустка  $\sigma_l$  по отношению к длине волны ВЧ-поля в структуре.

Более подробное представление о возможностях ВЧ-монохроматизации дают гистограммы распределения частиц пучка по энергии после прохождения монохроматизирующей структуры и гистограммы распределения светимости по энергии в системе центра масс сталкивающихся частиц, приведенные на рис. 3, 4. Гистограммы получены численным моделированием прохождения через монохроматизирующую структуру

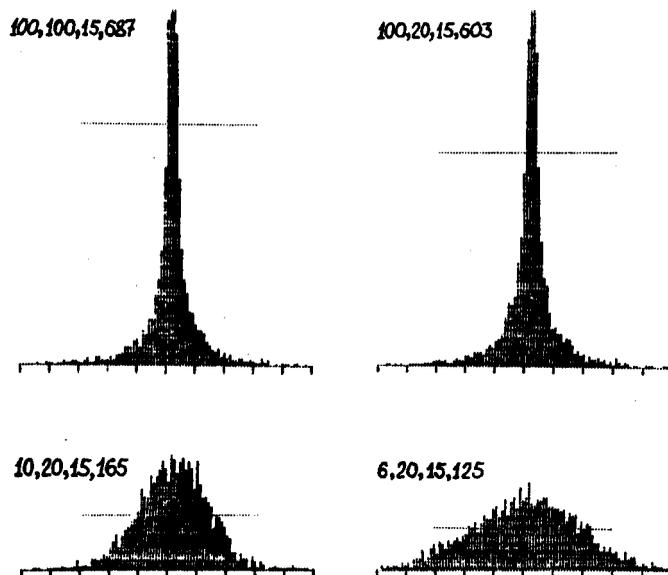


Рис. 4. Гистограммы распределения светимости по энергии в системе центра масс сталкивающихся электронов и позитронов. Гистограммы построены с шагом  $0,01 \sigma_l$ , где  $\sigma_l = \sqrt{2} \sigma_{\Delta E/E}$ . Запись всей дополнительной информации на рисунках такая же, как на рис. 3.

пучка, состоящего из 5000 частиц с нормальным распределением по длине, энергии, бетатронным  $x_\beta$ ,  $x'_\beta$ -координатам. В модели не учитывалось магнитное поле в резонаторах и  $z$ -колебания частиц, поскольку на монохроматизации они никак не сказываются. Серии гистограмм на каждом рисунке показывают чувствительность монохроматичности к параметрам схемы монохроматизации: отношению длины волны ВЧ-поля к длине сгустка ( $\lambda/\sigma_l$ ), отношению поперечного размера резонатора  $a_x$  к синхротронному размеру пучка в ВЧ-структуре ( $a_x/\sigma_{xs}$ ), отношению синхротронного и бетатронного размеров пучка  $\kappa_0 = \sigma_{xs}/\sigma_{x\beta}$ .

#### Высокочастотное магнитное поле монохроматизирующей структуры

Как видно из выражения (1), при движении пучка через монохроматизирующую структуру на него будет оказывать влияние магнитное поле с компонентами  $H_z$ ,  $H_x$ . Вследствие малости вертикальных колебаний частиц  $H_x$ -компонента поля очень мала, и мы ее в дальнейшем учитывать не будем. Влияние поля  $H_z$  более заметно и проявляется как в когерентном, так и в некогерентном движении частиц.

Рассматривая когерентное движение пучка вдоль монохроматизирующей структуры, легко заметить, что он пролетает как бы через своеобразную «змейку» из знакопеременного магнитного поля  $H_z$ . Поэтому пучок, находящийся сначала в центре координат, смещается по оси  $x$  при прохождении структуры. В результате он

испытывает действие небольшого ускоряющего поля, которое сообщает ему дополнительную энергию  $\Delta E_{\text{доп}}$ :

$$\frac{\Delta E_{\text{доп}}}{E_0} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{a_x} \right)^2 \left( \frac{e U_0}{E_0} \right)^2, \quad (8)$$

При прохождении второй монохроматизирующей структуры пучок уже встречает небольшое тормозящее поле и отдает набранную в первой структуре лишнюю энергию. В итоге при расположении ускоряющих структур через целое число волн бетатронных колебаний баланс энергии поддерживается автоматически и пучок не потребляет энергии. Кроме того, смещением положения равновесной орбиты легко добиться нулевого изменения энергии пучка в каждой структуре.

Совсем по-другому обстоит дело с отдельными частицами пучка. Если проследить за движением частиц, опережающих или отстающих от центра сгустка, в двух монохроматизирующих структурах, то можно обнаружить, что во второй структуре не происходит полной компенсации дополнительной энергии, набранной в первой структуре. Остаточная энергия пропорциональна отклонению от центра, причем частицы в «хвосте» пучка приобретают дополнительную энергию, а в «голове» теряют. Величину изменения энергии можно записать в виде:

$$\frac{d(\Delta E)}{dt} = -\frac{\omega_0}{2} \left( \frac{\lambda}{a_x} \right)^2 \left( \frac{e U_0}{E_0} \right)^2 \varphi, \quad (9)$$

где  $\omega_0$  — частота обращения.

Проявлением этого эффекта является слабая продольная фокусировка пучка, которую можно выразить через сдвиг частоты синхротронных колебаний  $\Delta \nu_s$ :

$$\Delta \nu_s = \frac{1}{4} \frac{a q}{\nu_s} \left( \frac{\lambda}{a_x} \right)^2 \left( \frac{e U_0}{E_0} \right)^2, \quad (10)$$

где  $\nu_s$  — частота невозмущенных синхротронных колебаний;  $a$  — коэффициент уплотнения орбит;  $q$  — кратность ВЧ-монохроматизирующей структуры.

Еще один эффект, связанный с магнитным полем, имеет важное значение для анализа движения несинхронных частиц. При прохождении монохроматизирующей структуры несинхронные частицы вследствие фазового сдвига испытывают избыточное действие поля  $H_z$  какого-то одного знака. В результате к концу структуры, кроме небольшого смещения координаты, они набирают довольно большой угол  $x'_0$ , равный:

$$x'_0 = \sigma_{\Delta E/E} \left( \frac{\sigma_l}{\sigma_x} \right) \frac{s}{\sigma_l}, \quad (11)$$

где  $s$  — продольная координата частицы;  $\sigma_l$  — длина сгустка. При дальнейшем движении частицы «голове» пучка и частицы «хвоста» пучка, находящиеся на оди-

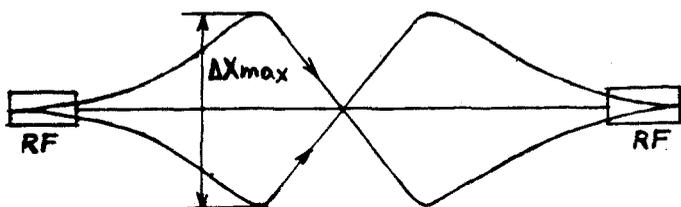


Рис. 5. Траектории «голове» и «хвоста» пучка между ускоряющими структурами.  $\Delta x_{\text{max}}$  — максимальное горизонтальное расхождение частиц, равноотстоящих от центра сгустка.

наковом расстоянии  $s$  от центра, разойдётся в разные стороны по горизонтальной оси (см. рис. 5). Расхождение достигнет максимума  $\Delta x_{\text{max}}$  через четверть волны

горизонтальных бетатронных колебаний после ускоряющей структуры и будет равно

$$\Delta x_{\text{max}} = \frac{2x'_0}{\sigma'_{x\beta}} \sigma_{x\beta \text{ max}}, \quad (12)$$

где  $\sigma'_{x\beta}$  — среднеквадратичный угловой разброс пучка в месте расположения ускоряющей структуры;  $\sigma_{x\beta \text{ max}}$  — бетатронный размер пучка в месте измерения  $\Delta x_{\text{max}}$ .

В месте встречи, т. е. через полволны горизонтальных бетатронных колебаний после ускоряющей структуры, все частицы вновь соберутся вместе. Характер дальнейшего их движения от места встречи до второй ускоряющей структуры будет таким же, как и до места встречи, с единственным отличием в направлении отклонения частиц «голове» и «хвоста» пучка.

### Горизонтальная дисперсия

Обычно в элементах периодичности накопителя существует приблизительное равенство горизонтального синхротронного и бетатронного размеров пучка  $\sigma_{xs} \approx \sigma_{x\beta} / \sqrt{2}$ . Поэтому для того, чтобы получить на некотором участке кольца большое значение  $\kappa_0 = \sigma_{xs} / \sigma_{x\beta}$ , требуется специальная магнитная структура. Примером такой магнитной структуры является  $\alpha$ -вставка, предложенная ранее<sup>2</sup> для получения коротких сгустков. Кратко остановимся на принципе ее работы.

Способом получения большого значения  $\kappa_0$  в  $\alpha$ -вставке является увеличение инварианта

$$J = \beta_x \Psi_x'^2 - \beta_x' \Psi_x \Psi_x' + \frac{1 + \beta_x'^2/4}{\beta_x} \Psi_x^2 \quad (13)$$

в 100 и более раз по сравнению с его значением на регулярной части кольца накопителя. Для столь резкого увеличения  $J$  используется магнит, в котором получается большая производная  $\Psi_x'$ , и предшествующей оптикой накопителя создается большая  $\beta_x$ -функция. Поскольку начальное значение  $J$  для таких конечных  $J$  является уже несущественным, то значение инварианта на выходе из магнита определяется в основном первым членом в формуле (13):

$$J \approx \beta_{x0} (ql)^2, \quad (14)$$

где  $\beta_{x0}$  — значение  $\beta_x$ -функции в магните;  $q$  — кривизна;  $l$  — длина магнита.

Наряду с ростом  $J$  магнит приводит и к росту эмиттанса пучка, причем добавочный вклад в эмиттанс от магнита из-за большого  $J$  может получиться уже достаточным, чтобы оказывать заметное влияние на  $\kappa_0$  через увеличение бетатронного размера пучка. С учетом этого дополнительного увеличения размера ве-

$$\frac{1}{\kappa_0^2} = \frac{1}{\beta_{x0} (ql)^2} \frac{\epsilon_{x0}}{\sigma_{\Delta E/E}^2} + \frac{2}{3} \frac{q^3 l}{I_3} \frac{G_x}{G_s}, \quad (15)$$

где  $I_3$  — интеграл  $\oint q^3 ds$  по кольцу накопителя;  $G_s$ ,  $G_x$  — декременты синхротронных и горизонтальных бетатронных колебаний;  $\epsilon_{x0}$  — эмиттанс;  $\sigma_{\Delta E/E}$  — энергетический разброс.

В выражении (15) первый член — главный и показывает, чего можно добиться за счет увеличения инварианта  $J$ , второй член дает представление о неизбежных потерях из-за возрастания эмиттанса пучка. Видно, что при фиксированном значении произведения  $ql$  максимум  $\kappa_0$  получается, когда увеличение инварианта  $J$  делается длинным магнитом со слабым полем.

Согласно исходному принципу построения схемы ВЧ-монохроматизации в резонаторах ускоряющей структуры создается большое превышение горизонтального синхротронного размера пучка над бетатронным. Поэтому полный горизонтальный размер увеличивается в  $\sqrt{x_0^2 + 1}$  раз по сравнению со случаем, когда вообще отсутствует какая бы то ни было дисперсия. Такое же увеличение размера происходит и в месте встречи, так как оно располагается через полволны горизонтальных бетатронных колебаний от ускоряющей структуры. В результате появляется возможность в  $\sqrt{x_0^2 + 1}$  раз поднять интенсивность пучков, не меняя величины параметра пространственного заряда  $\xi_z$ . При этом  $\xi_x$  в  $\sqrt{x_0^2 + 1}$  раз меньше, чем в случае отсутствия дисперсии.

Влияние двух факторов—увеличения площади взаимодействия и увеличения интенсивности пучков—дает увеличение светимости  $L$ :

$$L = L_0 \sqrt{x_0^2 + 1}, \quad (16)$$

где  $L_0$ —светимость в отсутствие дисперсии.

Фактически весь рост светимости в схеме ВЧ-монохроматизации получается за счет расширения горизонтального размера пучка в месте встречи. Это во многом напоминает способ увеличения светимости с помощью «змеек», увеличивающих эмиттанс пучка. Но в отличие от этого способа в данном случае увеличение размера происходит только на ограниченном участке кольца накопителя, вертикальный размер пучка вообще не изменяется, не требуется увеличения мощности ВЧ для компенсации дополнительных потерь энергии на синхротронное излучение в «змеяках» и не происходит возрастания энергетического разброса в пучке.

Если по каким-либо причинам, не связанным с эффектами встречи, интенсивность пучка оказывается ограниченной, то для предотвращения падения светимости потребуются уменьшать площадь пучка в месте встречи. При том же значении  $\xi_z$  это можно получить и за счет уменьшения  $\beta_x$  в месте встречи, и за счет уменьшения вертикального эмиттанса пучка.

Подробный анализ эффектов встречи в столь специфических условиях столкновения пучков выходит за рамки настоящей работы. Здесь лишь отметим, что взаимодействие встречных пучков не нарушает принципа работы схемы ВЧ-монохроматизации. Напомним, что набег фазы горизонтальных бетатронных колебаний от места встречи до ускоряющей структуры равен  $\pi$ . Поэтому дополнительный угол в  $x$ -движении, который сообщает поле встречного пучка частице, не приводит к смещению координаты в ускоряющей структуре, и энергия частицы восстанавливается так же, как и в отсутствие встречного пучка.

Новый метод монохроматизации открывает хорошую перспективу для экспериментального исследования узких резонансов на электрон-позитронных накопителях. Расчеты показывают, что за счет дополнительных возможностей по увеличению светимости и за счет монохроматизации энергии взаимодействия частиц накопитель со схемой ВЧ-монохроматизации становится эквивалентен по скорости генерации резонансов обычному накопителю со светимостью  $10^{23}$  см<sup>-2</sup> с<sup>-1</sup>. Еще одной привлекательной стороной монохроматизации является увеличение отношения числа резонансных событий к числу событий нерезонансного рождения адронов, что делает экспериментальные условия более «чистыми».

### Литература

1. Жоленц А.А., Нежевенко О.А. Основные положения метода ВЧ-монохроматизации энергии взаимодействия частиц в накопителях.-Препринт ИЯФ 86-145. Новосибирск, 1986.

2. Дубровин А.Н., Жоленц А.А. Накопитель с укороченным густотком для получения высокой светимости.-Препринт ИЯФ 85-113. Новосибирск, 1985.

### Discussion

G.E. Fisher. At that part of the structure where a high invariant of beta- and psi-functions is created, the intrabeam scattering enhances considerably that can result in an increase of the energy spread and bunch lengthening. How can that influence the monochromatization?

А.А. Жоленц. Да, действительно, такая опасность есть. Но она в первую очередь проявляется при низких энергиях накопителя. При высоких энергиях накопителя, когда нужна монохроматизация, эффекты внутривидового рассеяния малы по сравнению с радиационными эффектами и не должны оказывать влияния на монохроматизацию.

Д.Г. Кошкарев. На участке монохроматизирующей структуры, по Вашим рассуждениям, происходит уничтожение энергетического разброса в пучке. Не нарушается ли при этом теорема Лиувилля?

А.А. Жоленц. Нет. Теорема Лиувилля не нарушается. Если рассматривать шестимерный фазовый объем, то при прохождении пучка через монохроматизирующую структуру происходит преобразование продольного фазового объема в поперечный. При прохождении второй структуры происходит обратное преобразование.