

УДК 533.932

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР АТОМОВ ПЕРЕЗАРЯДКИ ИЗ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЫ

© 1995 г. В. И. Волосов, И. Н. Чуркин

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Поступила в редакцию 10.08.94 г.

Исправленный вариант получен 01.11.94 г.

Рассматривается метод нахождения энергетического спектра атомов перезарядки в экспериментах с вращающейся плазмой, когда скорости отдельных частиц и скорость азимутального дрейфа плазмы соизмеримы. Последовательно рассматриваются задачи о спектре атомов перезарядки для различных спектров ионов: для δ -функции; для сдвинутой δ -функции и для произвольного спектра. Описанная методика была использована для обработки экспериментальных результатов на установке ПСП-2. Особый интерес в энергетических спектрах ионов представляют край спектра W_0 и наклон кривой вблизи края. По максимальной энергии атомов перезарядки находилось распределение электрического поля и потенциалов в плазме по радиусу.

Изучая поток быстрых атомов перезарядки, уходящих из магнитной ловушки вдоль отдельных хорд, можно получить информацию о локальных параметрах ионной компоненты плазмы [1, 2].

В экспериментах с вращающейся плазмой, когда скорости отдельных частиц и скорость азимутального дрейфа плазмы соизмеримы, необходимо использовать специальные методы обработки этих результатов [3, 4]. Одна из особенностей такой системы – высокая азимутальная однородность (все параметры усредняются за время большее, чем время оборота плазмы вокруг оси системы: $\tau > 1/\Omega_E$, где $\Omega_E = cE/(rH)$). Это означает, что плотность ионов в ловушке является аксиально-симметричной функцией, зависящей только от радиуса: $n_i = n_i(r)$. Ниже предполагается, что плотность нейтрального газа n_0 , на котором идет перезарядка, также зависит только от радиуса.

Функция распределения ионов по скоростям в подобной системе (во вращающейся системе координат – ВСК) имеет или вид δ -функции, если характерные времена перезарядки или ионизации много меньше, чем время потери энергии частицей, или вид трансформируемой в сторону меньших энергий δ -функции – при соизмеримости этих времен.

Ниже последовательно рассматриваются задачи о спектре атомов перезарядки для различных спектров ионов: для δ -функции; для сдвинутой δ -функции и для произвольного спектра.

1. Найдем спектр атомов, вылетающих вдоль хорды, в ловушке с вращающейся плазмой в предположении, что ион, родившийся в ловушке, за время жизни не успевает заметно изменить свою энергию, т.е. “тепловая” энергия иона W ,

(энергия иона в ВСК) равна его дрейфовой энергии $W_E = m/2(cE/H)^2$. Предположим, что лармовский радиус иона ρ много меньше размера плазмы r или прицельного параметра хорды r_0 (рис. 1). В этом случае можно рассматривать движение отдельного иона (в локальной области) как движение в системе с плоскими электродами ($E_x = E_r \approx \text{const}$, $E_y = 0$, $H = H_z$).

Пусть электрическое и магнитное поля зависят от радиуса: $E = E(r)$, $H = H(r)$. Скорость азимутального дрейфа в этом случае $\Omega_E = cE(r)/(rH(r))$. Можно показать, что плотность потока атомов в энергетическом интервале dW_a равна (Приложение 1)

$$\frac{dI}{dW_a} = C_1 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr} (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}} \quad (1)$$

или

$$\frac{dI}{dW_a} = C_2 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)}{\left| \frac{d\Omega_E}{dr} \right| r_0 (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}} \quad (2)$$

Здесь r_0 – прицельный параметр хорды; r – текущий радиус; Ω_E – угловая скорость; W – энергия иона в точке r , движущегося вдоль хорды; V – скорость иона в той же точке; W_a – энергия атома перезарядки (очевидно, что $W = W_a$); C – нормировочный множитель; σ – сечение перезарядки. Заметим, что $(r_0/r)^2 = W(r)/4W_E(r)$; угловая скорость дрейфа $\Omega_E = V_E(r)/r = V(r)/(2r_0)$, где $V_E = cE/H$. Имеет место соотношение $2r_0 \frac{d\Omega_E}{dr} = \frac{dW}{dr} \frac{1}{mV}$, которое

связывает (1) и (2).

Полученные выше выражения позволяют определить спектр ионов при условии, что между r и W имеется однозначное соответствие. Оно заведомо выполняется, если Ω_E либо монотонно убывает по радиусу (в этом случае сингулярность на верхнем пределе), либо нарастает (сингулярность на нижнем пределе), так чтобы $d\Omega_E/dr$ не обращалась в нуль ни в одной точке этого отрезка.

Ранее выражение, аналогичное (2), было получено в [5]. Однако в этой работе была допущена ошибка – в формуле, аналогичной (2), неверно указана степень r в знаменателе. Хотя качественные оценки, приведенные в [5], верны, но для точных расчетов соответствующее выражение не пригодно.

2. В реальной плазме энергетический спектр ионов, как правило, бывает размыт. “Тепловая” энергия ионов, рожденных в первый момент с $W_i = W_E$, далее убывает либо за счет потерь энергии ионов на холодных электронах, либо за счет различных коллективных процессов, приводящих к диссипации энергии. Для удобства дальнейших расчетов рассмотрим сначала упрощенную задачу – найдем энергетический спектр атомов перезарядки в случае, когда все ионы плазмы имеют одинаковую тепловую энергию, отличную от дрейфовой: $W_i = (1 + f)^2 W_E$, где $f < 1$.

В результате можно получить (Приложение 2) выражения для dI/dW_a , аналогичные (1), (2):

$$\frac{dI}{dW_a} = C_3 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{d(WF)}{dr} (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}, \quad (3)$$

$$\frac{dI}{dW_a} = C_4 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)}{\left| \frac{d(\Omega_E \sqrt{F})}{dr} \right| \sqrt{F} r_0 (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}. \quad (4)$$

Здесь $F(r) = 1/2 + \alpha/R^2 + \alpha^2/R^2 + (1/4 + 2\alpha/R^2)^{1/2}$, $f/2 = \alpha$.

Очевидно, что при $f = 0$ (или $\alpha = 0$) выражения (3) и (4) равны соответственно выражениям (1) и (2).

3. Рассмотрим ту же задачу в общем случае, т.е. при произвольном распределении ионов по “тепловым” скоростям. Разобьем энергетический промежуток для W_i на равные отрезки (ΔW_i), и в каждом из них построим решение в соответствии с п. 2. Обычно верхняя граница этого промежутка $W_i = W_E$; нижняя граница определяется условиями задачи. Для каждого элемента ΔW_i вычисляется плотность потока нейтральных атомов перезарядки $dI/dW(W_i, W_a)$. Суммируя эти функции с соответствующими весовыми множителями, получим спектр атомов перезарядки для данной функции распределения ионов по тепловым скоростям (рис. 2).

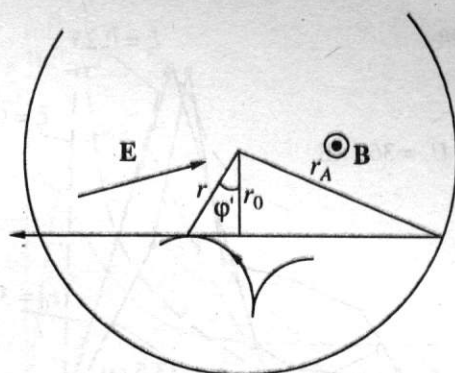


Рис. 1. Схема движения иона в скрещенных полях.

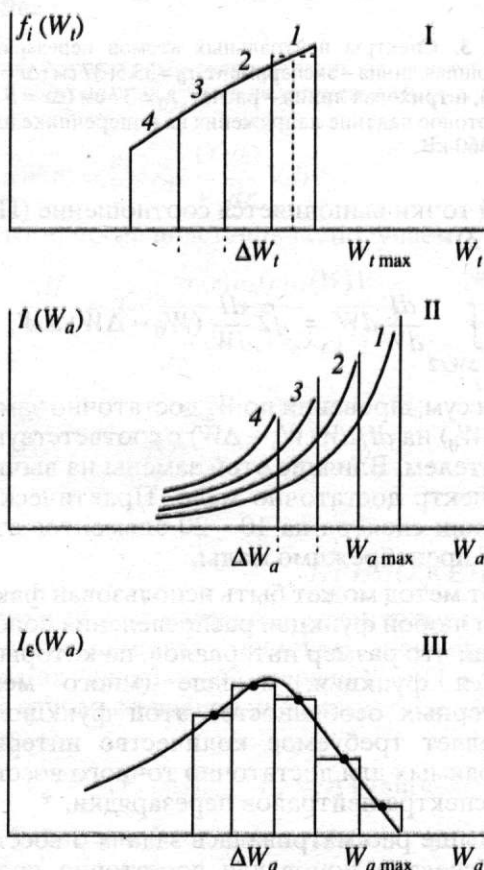


Рис. 2. Схема построения спектра атомов перезарядки: I – разбиение спектра W_i на δ -образные области (BCK); II – построение атомарных спектров для этих областей (лабораторная система координат); III – суммарный спектр (лабораторная система координат).

Существенной особенностью этого суммирования является сингулярность на верхнем пределе для каждой из суммируемых функций: dI/dW_a обращается в бесконечность при $W \Rightarrow W_{\max}$ или $r \Rightarrow r_0$. Эту особенность можно обойти, учитывая, что при суммировании берутся не значения функций в точках W_a , а средние значения на интервале от $W_a - \Delta W/2$ до $W_a + \Delta W/2$. Для интервала вблизи

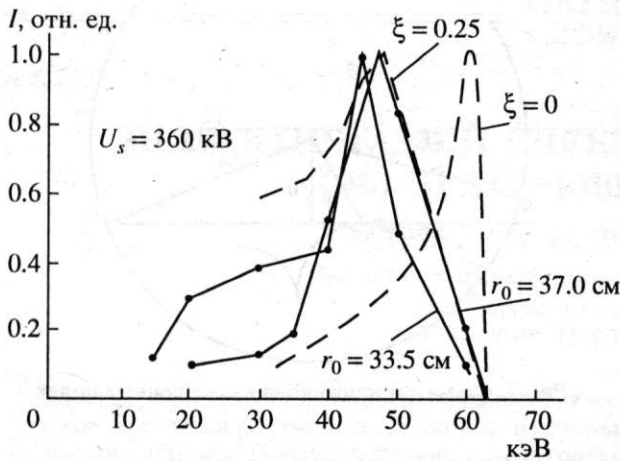


Рис. 3. Спектры нейтральных атомов перезарядки. Сплошная линия – эксперимент, $r_0 = 33.5; 37$ см ($\Delta r = 1.5; 5$ см); штриховая линия – расчет, $r_0 = 37$ см ($\Delta r = 5$ см). Стартовое падение напряжения на поперечнике плазмы 360 кВ.

особой точки выполняется соотношение (Приложение 3)

$$\int_{w_0 - \Delta W/2}^{w_0} \frac{dI}{dW} dW = \sqrt{2} \frac{dI}{dW} (W_0 - \Delta W) \Delta W. \quad (5)$$

При суммировании по W_a достаточно заменить $dI/dW(W_0)$ на $dI/dW(W_0 - \Delta W)$ с соответствующим множителем. Влияние этой замены на вычисляемый спектр достаточно мало. Практически при разбиении спектра на 10 - 20 элементов эти поправки пренебрежимо малы.

Этот метод может быть использован фактически для любой функции распределения ионов при условии, что размер интервалов, на которые разбивается функция, меньше (много меньше) характерных особенностей этой функции. Это определяет требуемое количество интервалов, необходимых для достаточно точного восстановления спектра нейтралов перезарядки.

4. Выше рассматривалась задача о восстановлении спектра ионов для достаточно простого случая. Однако в общем случае имеется ряд проблем, существенно усложняющих решение этой задачи. Отметим некоторые из них.

1) Отношение \bar{W}_i/W_E и форма спектра W_i существенно зависят от радиуса (здесь \bar{W}_i – среднее значение “тепловой” энергии ионов). Выше предполагалось, что $W_E = \text{const}$, а \bar{W}_i и спектр W_i не зависят от радиуса. Если же такая зависимость имеется, то следует ее учитывать при выводе выражений (1) - (4), что существенно усложнит эти выражения.

2) В случае достаточно большой продольной энергии ионов энергетический спектр атомов перезарядки соответствует спектру ионов в цент-

ральной плоскости фазового пространства, и его расшифровка существенно зависит от угловой апертуры анализатора и информации о соотношении между продольной и поперечной составляющими энергии ионов. Для более полной расшифровки следует проводить угловые измерения в плоскости (r, z) , что существенно усложняет эксперимент.

3) Если имеется азимутальная структура плотности нейтрального газа, то для восстановления спектров и проведения абсолютных измерений требуется проведение измерений на разных азимутах. Соответствующие поправки должны быть введены в (1) - (4).

4) Если ларморовский радиус ионов соизмерим с размерами плазмы, то нельзя считать траекторию иона классической циклоидой. В этом случае вид траектории зависит от вида функций $E(r)$ и $H(r)$ и, как правило, может быть найден только численно.

5) Необходимо учитывать, что после перезарядки атомы могут теряться или рассеиваться на плазме и нейтральном газе. Следует также учесть процесс двойной перезарядки, когда быстрый атом ионизуется, набирает энергию и вновь перезарядается [5]. Отмеченные выше процессы могут существенно исказить спектр атомов.

5. Описанная выше методика была использована для обработки экспериментальных результатов на установке ПСП-2 [4]. Были построены энергетические спектры ионов в ВСК на различных хордах (рис. 3). На том же рисунке приведены теоретические кривые для тех же хорд при различных значениях параметра ξ ($\xi = 0; 0.25$); по определению этого параметра $\bar{W}_i = W_E(1 - \xi)$. При построении теоретических кривых использовались экспериментально полученные распределения $n_i(r)$, $n_0(r)$, $E(r)$, $H(r)$ (рис. 4).

Особый интерес в энергетических спектрах ионов представляют край спектра W_0 и наклон кривой вблизи края. По максимальной энергии атомов перезарядки находилось распределение электрического поля и потенциалов в плазме по радиусу $E(r)$, $U(r)$ (см. рис. 7, 13 и 14 в [4]). Для хорды с прицельным параметром r_0 имеем $E(r_0) = (H(r_0)/c)(2W_E(r_0)/m_i)^{1/2}$. По наклону кривой можно оценить потери энергии ионов. Рассчитанные потери согласуются с общим энергетическим балансом в разряде.

Как отмечалось выше, существует ряд процессов, искажающих спектр атомов перезарядки. Однако, учитывая результаты эксперимента [4], упомянутые в пп. 4.1 - 4.4., факторы можно считать в условиях данного эксперимента несущественными. По п. 4.1 – отношение W_i/W_E слабо меняется по радиусу при $W_E(r) = \text{const}$; по п. 4.2 – продольная скорость ионов мала по сравнению с поперечной (из-за малых времен перезарядки по

сравнению с кулоновскими); по п. 4.3 – распределение газа по азимуту – достаточно однородно; по п. 4.4. – ларморовский радиус ионов достаточно мал ($\rho_i/a \leq 0.1$, a – толщина плазмы).

Как отмечалось в п. 4.5, спектр атомов перезарядки может существенно искажаться за счет того, что при движении атомов вдоль хорды идут процессы обдирки и рассеяния на остаточном газе, ионизация электронным ударом. Для характерных параметров и размеров плазмы на установке ПСП-2 потери составляют не более 8% ($n_i \leq 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n_0 \leq 10^{13} \text{ см}^{-3}$; длина хорды $L \leq 2(r_A^2 - r_C^2)^{1/2} = 80 \text{ см}$, r_A и r_C – внешний и внутренний радиусы полой плазмы; $\sigma_i, \sigma_t \leq 10^{-16} \text{ см}^2$ при $W_i \approx 20 \text{ кэВ}$).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Найдем энергетический спектр атомов перезарядки в случае, когда “тепловая” энергия ионов равна их “дрейфовой” энергии $W_i = W_E$. В этом случае (при $\rho \ll r$) участок траектории иона с достаточной точностью описывается циклоидой. Во вращающейся системе координат (рис. 1)

$$V_\varphi = V_E \cos \varphi, \quad V_r = V_E \sin \varphi.$$

В лабораторной системе координат (рис. 1)

$$V_\varphi = V_E(1 + \cos \varphi), \quad V_r = V_E \sin \varphi.$$

Здесь $V_E = cE/H$; $V^2 = 2V_E^2(1 + \cos \varphi)$; $W = 2W_E(1 + \cos \varphi)$.

Для ионов, имеющих мгновенную скорость вдоль направления хорды,

$$\text{tg } \varphi' = \frac{V_E \sin \varphi}{V_E(1 + \cos \varphi)} = \frac{V_\varphi}{V_r} = \text{tg } \frac{\varphi}{2},$$

$$W = 2W_E(1 + \cos 2\varphi') = 4W_E \cos^2 \varphi' = 4W_E (r_0/r)^2,$$

Поток частиц вдоль хорды из участка длиной dl (рис. 1) равен

$$dI = \frac{dn}{dt} dl = n_0(r)n_i(r)\sigma(W)Vdl,$$

$\frac{dn}{dt}$ – число атомов перезарядки в единице объема.

Предполагаем, что энергия атомов однозначно связана с радиусом участка dl . Очевидно, $dl = dr/(1 - (r_0/r)^2)^{1/2}$.

Скорость иона, движущегося вдоль хорды, равна $V = 2V_E \cos \varphi'$. Очевидно также, что

$$W(r) = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2} V_E^2 \left(2\frac{r_0}{r}\right)^2 = \frac{m}{2} \Omega^2 r_0^2 4.$$

Здесь и ниже $\Omega \equiv \Omega_E$.

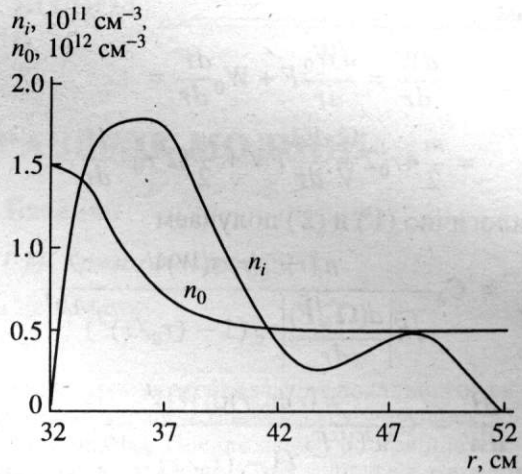


Рис. 4. Характерные распределения плотностей ионов и нейтральных атомов на установке ПСП-2.

Тогда $dW(r) = \frac{m}{2} 4r_0^2 \frac{\Omega}{V} \frac{d\Omega}{dr} Vdr.$

В итоге, после подстановок, получаем

$$\frac{dI}{dW} = C_1 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr} (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}, \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dW} = c_2 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\left|\frac{d\Omega}{dr}\right| r_0 (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}. \tag{2}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Найдем энергетический спектр атомов перезарядки в случае, когда “тепловая” энергия ионов не равна их “дрейфовой” энергии $W_i = (1 + f)^2 W_E$. В этом случае во вращающейся системе координат (рис. 1).

$$V_\varphi = AV_E \cos \varphi, \quad V_r = AV_E \sin \varphi.$$

В лабораторной системе координат (рис. 1)

$$V_\varphi = V_E(1 + A \cos \varphi), \quad V_r = AV_E \sin \varphi,$$

где $A = 1 + f$, реально $f < 0$,

$$V^2 = V_\varphi^2 + V_r^2 = 2V_E^2((1 + f)(1 + \cos \varphi) + f^2/2).$$

Введем обозначения: $\alpha = f/2$, $R = r_0/r$. После элементарных преобразований

$$W(r) = \frac{m}{2} 4V_E^2 R^2 (1/2 + \alpha/R^2 + \alpha^2/R^2 + (1/4 + 2\alpha/R^2)^{1/2}) = \frac{m}{2} 4\Omega^2 r_0^2 F = \frac{m}{2} 4r_0^2 (\Omega\sqrt{F})^2,$$

$$dW(r) = \frac{m}{2} 4r_0^2 2\Omega \frac{\sqrt{F} d(\Omega\sqrt{F})}{V} \frac{d\Omega}{dr} Vdr$$

находим

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dr} &= \frac{dW_0}{dr} F + W_0 \frac{dF}{dr} = \\ &= \frac{m}{2} 4r_0^2 \frac{\Omega}{V} \frac{d\Omega}{dr} FV + \frac{m}{2} \Omega^2 r_0^2 \frac{dF}{dr}. \end{aligned}$$

Аналогично (1') и (2') получаем

$$\frac{dI}{dW} = C_3 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\sqrt{F} \left| \frac{d(\Omega\sqrt{F})}{dr} \right| r_0 (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}, \quad (3')$$

$$\frac{dI}{dW} = C_4 \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{d(WF)}{dr} (1 - (r_0/r)^2)^{1/2}}. \quad (4')$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Спектр атомов перезарядки в случае размытой по W_i ионной функции распределения находится методом разбиения этой функции на сумму функций со спектрами по W_i , близкими к δ -образным, нахождения спектров атомов для каждого из элементов этой суммы (п. 2) (в предположении δ -образного спектра) и суммирования вклада атомов в интервале энергий $W_a - \Delta W/2 - W_a + \Delta W/2$ по спектрам с различными W_i (рис. 4). При этом в каждую сумму входит вклад от спектра, для которого $W_i = W_0$ (край спектра, где есть особая точка с $dI/dW \Rightarrow \infty$). Эту особенность можно обойти, учитывая, что при суммировании берется не функция dI/dW , а ее интеграл на отрезке ΔW :

$$\begin{aligned} I(W_0 - W_1) &= \int_{W_a - \Delta W/2}^{W_a + \Delta W/2} \frac{dI}{dW} (W_0 - W_1) dW = \\ &= A \int \frac{dW}{dr} \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V dW}{(1 - ((W_0 - W_1)/W_0))^{1/2}} = \\ &= A \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr}} \left(\frac{W_0}{W_1} \right)^{1/2} \Delta W. \end{aligned}$$

Здесь

$$\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = \frac{W_a}{W_0} = \frac{W_0 - W_1}{W_0}, \quad W_a = W_0 - W_1.$$

Для спектрального интервала с $W_a = W_0$ этот интеграл равен (энергетический интервал равен $\Delta W/2$)

$$\begin{aligned} I(W_0) &= \int_{W_0 - \Delta W/2}^{W_0} \frac{dI}{dW} dW_a = A \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr}} \times \\ &\times \int_0^{\Delta W/2} \left(\frac{W_1}{W_0} \right)^{1/2} dW_1 = A \frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr}} \times \\ &\times 2 \left(\frac{\Delta W}{2W_0} \right)^{1/2} W_0 = C 2^{1/2} \left(\frac{W_0}{\Delta W} \right)^{1/2} \Delta W. \end{aligned}$$

Если в окрестности точки $r = r_0$ (или $W = W_0$) величина $\frac{n_i(r)n_0(r)\sigma(W)V}{\frac{dW}{dr}}$ меняется достаточно сла-

бо, то получаем оценку $I(W_0) = \sqrt{2} I(W_0 - \Delta W)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афросимов В.В., Петров М.П. // Диагностика плазмы. Вып. 5. М.: Энергоатомиздат, 1986. С. 135. Афросимов В.В., Кисляков А.И. // Диагностика плазмы. Вып. 6. М.: Энергоатомиздат, 1989. С. 157.
2. Леонард С., Хаддлстоун Р. Диагностика плазмы. М.: Мир, 1967; Лохте-Хельтгревен Л. Методы исследования плазмы. М.: Мир, 1971.
3. Абдрашитов Г.Ф., Байбородин С.И., Бехтенев А.А. и др. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термояд. синтез. 1988. Вып. 1. С. 54.
4. Abdrashitov G.F., Beloborodov A.V., Volosov V.I. et al. // Nucl. Fusion. 1991. V. 31. P. 1275.
5. Ryutova M.P. // J. de Phys. Colloque C7. Supplement au № 7. 1979. V. 40. P. C7-503.