ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 1995, том 58, № 10, с. 1843 - 1845

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К СЕЧЕНИЮ ТРЕХФОТОННОЙ АННИГИЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОНА И ПОЗИТРОНА ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

© 1995 г. Э. А. Кураев, З. К. Силагадзе[1)]

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Поступила в редакцию 28.09.94 г.

В логарифмическом приближении вычислены радиационные поправки к дифференциальному сечению процесса трехквантовой аннигиляции при столкновении высокоэнергетических электрон-позитронных пучков в случае, когда фотоны летят в с. ц. и. под большими углами к оси пучков. Показано, что сечение может быть записано в форме сечения процесса Дрелла–Яна использованием структурных функций. Дана оценка точности полученного результата.

Процесс

$$e^+(p_+) + e^-(p_-) \longrightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2) + \gamma(k_3),$$
$$s = (p_+ + p_-)^2 \sim 2p_+k_i \sim 2p_-k_i \gg m^2,$$
$$p_+^2 = p_-^2 = m^2, \quad k_i^2 = 0 \qquad (1)$$

в настоящее время может быть изучен с высокой степенью точности на e^+e^--коллайдерах средних энергий со светимостью $L \sim 10^{32}$ см^2 с$^{-1}$. Необходимость в его изучении связана в первую очередь с тем, что он представляет собой фон при исследовании процессов $e^+e^- \longrightarrow \pi^0\gamma$ и $e^+e^- \longrightarrow \eta\gamma$ [1]. Во-вторых, его прецизионное измерение важно для проверки справедливости квантовой электродинамики в высших порядках теории возмущений [2].

Сечение процесса (1) в борновском приближении описывается шестью диаграммами Фейнмана (типа рис. *а*) и имеет вид

$$d\sigma^{e^+e^- \to 3\gamma} = \frac{\alpha^3}{8\pi^2} \frac{A}{\chi_1\chi_1'\chi_2\chi_2'\chi_3\chi_3'} d\Gamma,$$
$$A = \chi_1\chi_1'(\chi_1^2 + \chi_1'^2) + \chi_2\chi_2'(\chi_2^2 + \chi_2'^2) + $$
$$+ \chi_3\chi_3'(\chi_3^2 + \chi_3'^2), \qquad (2)$$
$$d\Gamma = \frac{d\mathbf{k}_1}{\omega_1}\frac{d\mathbf{k}_2}{\omega_2}\frac{d\mathbf{k}_3}{\omega_3}\delta^{(4)}(p_+ + p_- - k_1 - k_2 - k_3),$$
$$s = 4\varepsilon^2, \quad \chi_i = p_- \cdot k_i = \frac{s}{4}\nu_i(1 - c_i),$$
$$\chi_i' = p_+ \cdot k_i = \frac{s}{4}\nu_i(1 + c_i), \quad \nu_i = \frac{\omega_i}{\varepsilon}, \quad i = 1 - 3,$$

где $c_i = \cos\theta_i$, а θ_i – углы вылета фотонов к оси пучка $\mathbf{p}_-$ в с. ц. и. Вклад интерференции амплитуд (см. рис. *а* - *к*) в сечение имеет вид

$$\alpha^4 [A(\chi, \nu)L^2 + B(\chi, \nu)L\ln(\lambda/m) + C(\chi, \nu)L +$$
$$+ D(\chi, \nu) + E(\chi, \nu)\ln(\lambda/m)]\ (1 + O(m^2/s)), \qquad (3)$$
$$\chi_i \sim s,$$

где $L = \ln s/m^2$ – “большой логарифм”, а λ – “масса фотона”. Учет излучения дополнительных “мягких” фотонов с энергией, не превышающей некоторой величины $\Delta\varepsilon$ ($\omega < \Delta\varepsilon \ll \varepsilon$), приведет к замене в (3) $\ln(\lambda/m)$ на $\ln(\Delta\varepsilon/\varepsilon)$, при этом также сокращаются слагаемые $\sim L^2$, и, кроме того, вид функций C, D может измениться. При учете излучения дополнительного (четвертого) жесткого фотона с энергией ω_4 ($\omega_4 > \Delta\varepsilon$) компенсируется также слагаемое $\sim L\ln(\Delta\varepsilon/\varepsilon)$. Ниже приводятся вычисления функций A, B, C. Для характерной в опытах области переменных

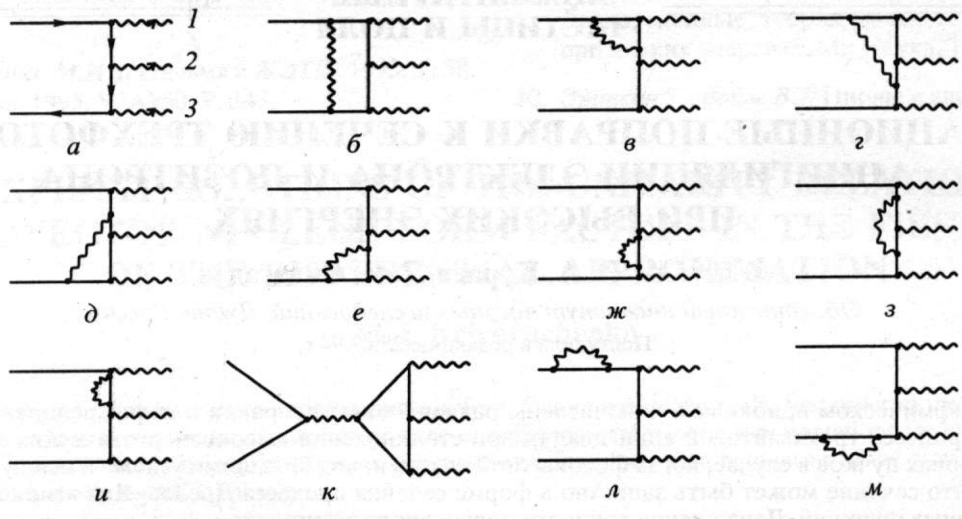
$$\nu_i \sim 1, \quad \chi_i \sim s, \quad |c_i| < c_0 \sim 0.8 \qquad (4)$$

величины A, B, C оказываются плавно меняющимися функциями (по величине порядка единицы). Вычисление функции D требует больших усилий, особенно вклады диаграмм рис. *б*, *к*. Предположение

$$|D| \sim |B| \sim |A| \sim |C| \sim |E| \sim 1 \qquad (5)$$

в области (4), тем не менее, представляется вполне естественным. Пользуясь результатами работы [3], мы убедились в справедливости (5) для вклада диаграммы рис. *к*, содержащей блок рассеяния света на свете. Предположение (5) позволяет оценить точность вычисления радиационной

[1)] Институт ядерной физики СО РАН, Новосибирск.



Типы диаграмм Фейнмана, описывающих процесс $e^+e^- \longrightarrow 3\gamma$ в борновском и однопетлевом приближениях.

поправки в случае, если ограничиться только логарифмическим приближением:

$$d\sigma = d\sigma_0\left(1+\frac{\alpha}{\pi}\delta\right), \tag{6}$$

$$\left|\frac{\Delta\delta}{\delta}\right| \sim \frac{1}{L} \sim 4 - 6\%, \quad L \sim 15 - 20.$$

Эта точность вполне достаточна для проводящихся опытов.

Выбор величины $\Delta\varepsilon/\varepsilon$ зависит от постановки опыта. Ограничимся эксклюзивной постановкой, запрещающей излучение дополнительных жестких фотонов:

$$2-(\Delta\varepsilon/\varepsilon) \le \nu_1+\nu_2+\nu_3 \le 2, \tag{7}$$

где в качестве $\Delta\varepsilon$ можно принять границу чувствительности детектора при измерении энергии фотона. Величина $\Delta\varepsilon/\varepsilon \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ является типичной для детекторов типа "Cristall Ball".

При вычислении удобно использовать теорию возмущений с обрезанием по 4-импульсам петлевых диаграмм $|k^2| < \Lambda^2$, устраняющим ультрафиолетовые расходимости. Перенормируемость КЭД, т.е. независимость наблюдаемых результатов от параметра Λ, позволяет выбрать его как наиболее удобный:

$$s \lesssim \Lambda^2. \tag{8}$$

Рассмотрим вначале вклад 4-импульсов виртуального фотона из петли k, таких что $s \sim |k^2| < \Lambda^2$. Вклады диаграмм рис. *а, в, е, ж, з, и, м, л* имеют вид:

$$M_а = M_0, \quad M_в = M_е = M_з = M_0\frac{\alpha}{4\pi}\ln\frac{\Lambda^2}{p^2},$$

$$M_и = M_ж = -M_0\frac{\alpha}{4\pi}\ln\frac{\Lambda^2}{p^2},$$

$$M_л = M_м = -M_0\frac{\alpha}{8\pi}\ln\frac{\Lambda^2}{m^2}.$$

Суммируя их, получим вклад "ультрафиолетовой области" 4-импульсов фотона:

$$M_{UV} = M_а + M_в + M_е + M_ж + M_з + M_и + M_м + M_л = \\ = M_0\left(1-\frac{\alpha}{4\pi}\ln\frac{p^2}{m^2}\right) = M_0\left(1-\frac{\alpha}{4\pi}\ln\frac{s}{m^2}\right), \tag{9}$$

где $p^2 \sim s$ – характерный квадрат 4-импульса фермиона между вершинами излучения реальных фотонов.

Рассмотрим теперь вклад "мягкой" области 4-импульсов виртуального фотона $|k^2| \ll s$.

Удобно параметризовать 4-импульс виртуального фотона по Судакову: $k = \alpha p_+ + \beta p_- + k_\perp$. Кинематическая область $|\alpha| \sim |\beta| \sim 1$ отвечает большим "виртуальностям" фотона $|k^2| \sim s$. Она рассмотрена нами выше. Покажем, что логарифмические вклады в области $|\beta| \sim 1$, $|\alpha| \ll 1$ и $|\alpha| \sim 1$, $|\beta| \ll 1$ отсутствуют. Для определенности рассмотрим первую область. Логарифмические вклады в ней происходят от диаграмм, в которых виртуальный фотон испускается начальным электроном в направлении его 4-импульса $m^2 \ll kp_- \ll \varepsilon^2$. Выбирая в этой кинематической области аксиальную калибровку для функции Грина виртуального фотона

$$D_{\mu\nu}(k,n) = \frac{1}{k^2}\left\{g_{\mu\nu} - \frac{1}{kn}(k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu)\right\},$$

$$D_{\mu\nu}n^\nu = 0, \quad n^2 = 0,$$

где $n = p_+ - p_-(m^2/2p_+p_-)$, легко убедиться, что возникающий в числителе вектор $2p_-^\mu D_{\mu\nu}(k,n)$ обращается в нуль при $kp_- \longrightarrow 0$. Аналогично показывается отсутствие логарифмических вкладов во второй области. Для области $|\alpha| \sim |\beta| \ll 1$ можно пренебречь зависимостью от 4-импульса виртуального фотона в фермионных пропагаторах между вершинами излучения реальных фотонов. Логарифмический вклад происходит только от диаграмм рис. *б*. Используя прием Фейнмана для объединения знаменателей, их вклад в матричный элемент представим в виде

$$M_б \sim \frac{-(4\pi\alpha)^{5/2}}{(2\pi)^4} i\pi^2 \int_0^1 dx \int_0^1 2y dy \times$$

$$\times \int^{|k^2|<s} \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{\bar{v}\gamma_\mu(-\hat{p}_+ + \hat{k})O(\hat{p}_- + \hat{k})\gamma^\mu u}{[(1-y)(k^2-\lambda^2) + y(k^2 + 2p_x k)]^3}, \quad (10)$$

$$p_x = xp_- - (1-x)p_+,$$

где символом O обозначен "жесткий блок" на диаграмме рис. *б*. Слагаемое из числителя $\sim k^2$ дает вклад $\sim \ln(p_x^2/s)$, не содержащий L. В результате

$$M_б = M_0 \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{dxs}{p_x^2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{p_x^2}{\lambda^2} - 1 \right\} =$$

$$= M_0 \frac{\alpha}{2\pi} \left[-\frac{1}{2} L^2 + 2L + L \ln \frac{\lambda^2}{m^2} \right], \quad (11)$$

где $M_0 = \bar{v}Ou$, $p_x^2 = m^2 - sx(1-x)$.

Масса фотона исчезает из выражения для дифференциального сечения при учете излучения дополнительных мягких фотонов. Сечение излучения дополнительного фотона, энергия которого в с. ц. и. не превышает $\Delta\varepsilon$, имеет вид

$$d\sigma^{soft} = d\sigma_0 \left(\frac{-4\pi\alpha}{16\pi^3} \right) \int_{\omega<\Delta\varepsilon} \frac{d^3k}{\omega} \left(\frac{p_-}{p_-k} - \frac{p_+}{p_+k} \right)^2 =$$

$$= \frac{\alpha}{\pi} d\sigma_0 \left\{ 2(L-1) \ln\left(\frac{2\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1}{2} L^2 + L \right\}. \quad (12)$$

Используя результаты (9) - (12), мы получим дифференциальное сечение трехфотонной аннигиляции в постановке эксперимента, когда сумма энергий фотонов мало отличается от $\sqrt{s} = 2\varepsilon$ (эксклюзивная постановка):

$$d\sigma^{e^+e^- \to 3\gamma} = d\sigma_0^{e^+e^- \to 3\gamma} \left\{ 1 + \frac{\alpha}{\pi} \left[2(L-1) \ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{3}{2} L \right] \right\}, \quad (13)$$

$$L = \ln(s/m_e^2),$$

где $d\sigma_0$ приведено выше (см. (2)).

Заметим, что (13) согласуется с сечением процесса Дрелла–Яна [4] образования системы H жестких частиц в канале аннигиляции в форме:

$$d\sigma^{e^+e^- \to H}(s) = \int_0^{\Delta\varepsilon/\varepsilon} dx F(x, \beta) d\sigma_0^{e\bar{e} \to H}(s(1-x)),$$

$$F(x, \beta) = \beta x^{\beta - 1} \left(1 + \frac{3}{4}\beta\right) - \beta \left(1 - \frac{1}{2}x\right) + O(\beta^2), \quad (14)$$

$$\beta = \frac{2\alpha}{\pi}(L-1),$$

что подтверждает справедливость факторизационной теоремы.

Авторы благодарят В.С. Фадина и Л.Н. Липатова за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dolinsky S. et al.* // Phys. Rep. 1991. V. 202. P. 99. *Behrend H.-J. et. al.* // Phys. Lett. 1988. V. B202. P. 154.
2. *Guzenko S.Ya. et al.* // Proc. Semin. "Physics of e^+e^- Interactions". JINR, Dubna, 1989. P. 19.
3. *Baier V.N., Fadin V.S., Kuraev E.A.* // Yad. Fiz, 1980. V. 31. P. 700.
4. *Kuraev E.A., Fadin V.S.* // Sov. J. Nucl. Phys. 1985. V. 41. P. 466.

RADIATIVE CORRECTIONS TO THE THREE-PHOTON ANNIHILATION CROSS SECTION IN HIGH-ENERGY ELECTRON-POSITRON COLLISIONS

E. A. Kuraev, Z. K. Silagadze

The radiative corrections to the large-angle-three-photon-annihilation differential cross section in high-energy electron-positron collisions are calculated in the logarithmic approximation. We show that the result can be written in the form of the Drell–Yan process cross section. The accuracy of the logarithmic approximation is estimated to be 4 - 6%.