

ПРИСТЕНОЧНАЯ
ПЛАЗМА

УДК 533.9

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ПЛАЗМЕННОГО
СЛОЯ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 1997 г. Р. Г. Коен*, Д. Д. Рютов**, **

*Ливерморская национальная лаборатория им. Лоуренса, Ливермор, США

**Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск

Поступила в редакцию 31.03.97 г.

Анализируются граничные условия контакта “плазма–стенка” в случае, когда силовые линии магнитного поля пересекают стенку под углом $\alpha \ll 1$. Этот случай представляет интерес для установок термоядерного синтеза, различных плазмотронов, а также космических аппаратов в магнитном поле Земли. Рассматриваются граничные условия для плазмы, параметры которой изменяются во времени. Отмечается, что в случае $\alpha \ll 1$ время, за которое ион проходит пристеночный слой, составляет примерно $2\pi/\alpha\omega_{Ci}$, где ω_{Ci} – ионная циклотронная частота. Поэтому даже для макроскопического движения плазмы с частотой ω , меньшей ионной циклотронной, эффекты нестационарности становятся существенным при $\omega > \alpha\omega_{Ci}$. Для этого случая выводятся граничные условия; показывается, что основной эффект нестационарности связан с вариациями электронной температуры.

1. ВВЕДЕНИЕ

М.С. Иоффе внес выдающийся вклад в изучение поведения плазмы в зеркальных ловушках и в открытых системах в целом. В таких системах область удержания ограничивается материальными стенками, которые пересекаются силовыми линиями магнитного поля, выходящими из зоны удержания плазмы. Важность изучения физики плазмы в таких системах обусловлена тем, что даже тороидальные установки имеют участки с открытыми силовыми линиями (пристеночные слои) снаружи от основной области удержания. Действительно, из-за неизбежного присутствия возмущений, вызванных плазменными неустойчивостями или неидеальностью магнитных катушек, силовые линии, даже включая те из них, которые лежат глубоко в толще плазмы, могут случайно выйти на стенку камеры (см., к примеру, [1]). В этом смысле справедливо полшутливое утверждение, что токамаки представляют собой не что иное, как очень-очень длинные открытые ловушки¹.

В данной заметке мы рассмотрим конкретную задачу контакта плазмы с материальной стенкой, когда замагниченный слой плазмы находится в сильно наклонном магнитном поле, т.е. когда силовые линии магнитного поля пересекают стенку под малым углом $\alpha \ll 1$. Такая ситуация типична для токамака с полоидальным дивертором или

тороидальным лимитером, а также для некоторых типов газового разряда в магнитном поле, для участков поверхности космических кораблей в магнитном поле Земли и для многих других систем. Геометрия задачи показана на рис. 1. В диверторной конфигурации координата x соответствует радиусу, y – полоидальной координате, а z – тороидальной, т.е. плоскость x – y отвечает диверторной пластине. Предполагаем, что стенка является полностью поглощающей как для ионов, так и для электронов.

Ионы, приближаясь к стенке вдоль наклонных силовых линий, постепенно собираются стенкой, так что плотность плазмы начинает уменьшаться на расстоянии ионного гирорадиуса ρ_i от стенки. Так как ионный гирорадиус обычно значительно больше дебаевского радиуса ρ_D , то плазма на этих расстояниях остается квазинейтральной. В непосредственной близости от стенки формируется узкий ($\sim \rho_D$) неквазинейтральный слой (дебаевский), который отражает большинство электронов, достигающих эту точку, поддерживая потери электронов и ионов из плазмы равными друг другу. Такая двухмасштабная структура переходного слоя между плазмой и стенкой известна много лет (см., например, [2]).

Будем называть квазинейтральную часть переходного слоя толщиной ($\sim \rho_i$) “ионным подслоем”, а узкую, непосредственно примыкающую к стенке, неквазинейтральную часть – “электронным подслоем”. Во избежание недоразумений подчеркнем, что слово “слой” используется по отношению ко всей переходной области, включая ионный подслой.

¹ Разумеется, длина силовой линии между точками, где она пересекает стенки, очень велика в хорошо сконструированном токамаке, и в этом-то и состоит принципиальное отличие между тороидальными и открытыми системами удержания.

Подробное обсуждение структуры слоя можно найти в [3] (см. также недавний обзор [4]). Показано, что в пределах ионного подслоя плотность плазмы спадает от значения n до значения, грубо говоря, αn , где n – плотность плазмы на большом расстоянии от стенки. Потенциал спадает в соответствии с формулой

$$\varphi_i \approx (T_e/e) \ln(1/\alpha) \quad (1)$$

(рис. 2). Полное изменение потенциала на всем слое определяется равенством нулю тока на стенку. Это приводит к следующему выражению для скачка потенциала на толщине всего переходного слоя:

$$\varphi_0 \approx (T_e/e) \ln(M/m)^{1/2}. \quad (2)$$

Падение потенциала на электронном подслое составляет

$$\varphi_e \approx (T_e/e) \ln[\alpha(M/m)^{1/2}]. \quad (3)$$

Соотношения (1) и (3) справедливы при не слишком малых α

$$\alpha > (m/M)^{1/2}. \quad (4)$$

Выполнение неравенства (4) предполагается всюду в настоящей работе.

Свойства переходного слоя оказываются важными для решения большого числа задач, в частности, проблемы устойчивости плазмы при открытых силовых линиях: наличие переходного слоя приводит к специальному виду граничным условиям на стенке, которые могут вызывать макроскопические неустойчивости в основном объеме плазмы (см., например, [5–8]). Под “макроскопическими” подразумеваются неустойчивости, для которых волновые числа k заметно меньше обратного ионного гирорадиуса, а частоты много меньше ионной циклотронной ω_{Ci} :

$$k \ll \rho_i^{-1}, \quad \omega \ll \omega_{Ci}. \quad (5)$$

Вопрос о граничном условии в наклонном магнитном поле специально исследовался в [9–11]. Наиболее детальный анализ дается в [11] (см. также дальнейшую проработку этого вопроса в более позднем обзоре [4]). Все эти работы относились к стационарным граничным условиям. Возникает вопрос: какова должна быть характерная частота, выше которой следовало бы модифицировать граничные условия, чтобы принять во внимание конечное время “перенастройки” слоя? Ответ ясен: обратное время пребывания иона в слое (электронные времена много короче, и по отношению к ним проблема выглядит квазистационарной). Это время, в свою очередь, определяется отношением длины отрезка силовой линии в слое $\rho\alpha$ к ионной тепловой скорости v_{Ti} . Другими словами, характерное время есть $1/\alpha\omega$.

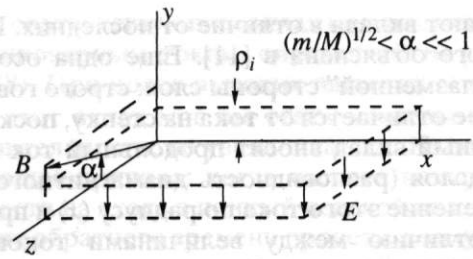


Рис. 1. Геометрия задачи. Зона, примыкающая к плоскости $y = 0$, схематически изображает ионный подслой. Электрическое поле в ионном подслое направлено к стенке.

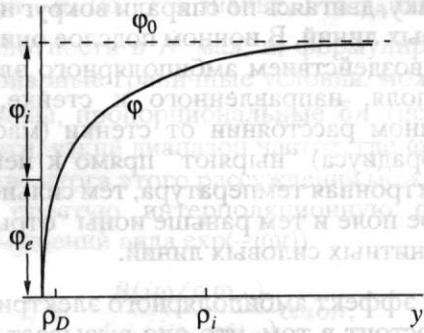


Рис. 2. Распределение потенциала в слое с наклонными силовыми линиями магнитного поля.

Можно увидеть, что существует интервал флуктуационных частот

$$\alpha\omega_{Ci} < \omega < \omega_{Ci}, \quad (6)$$

для которого нестационарные эффекты в граничных условиях уже важны, но в то же время возмущения остаются макроскопическими в смысле второго из неравенств [5]. Формулировка граничных условий для частотного диапазона (6) и является главной целью настоящей работы. В дополнение мы обсудим эффекты пространственной дисперсии, т.е. как влияют конечные k на граничные условия.

2. КРАТКАЯ СВОДКА ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В [11] было показано, что нормальная компонента тока на “плазменной стороне” слоя равна

$$j_y = en[\alpha v_{Te} \exp(-e\varphi_0/T_e) - \alpha u - v_{Di}], \quad (7)$$

где u – средняя продольная скорость иона, приближающегося к стенке, а $en v_{Di}$ – вклад члена $E \times B$ и диамагнитного ионного тока в полный ток. Знаки величин u и v_{Di} принято выбирать положительными, когда эти скорости направлены к стенке. Отметим несимметрию вкладов электронов и ионов в дрейфовую компоненту тока: пер-

вые не дают вклада в отличие от последних. Причина этого объяснена в [11]. Еще одна особенность "плазменной" стороны слоя: строго говоря, ток на нее отличается от тока на стенку, поскольку заметный вклад вносит продольный ток ионного подслоя (разновидность диамагнитного тока). Изменение этого тока по радиусу (x) и приводит к отличию между величинами токов на разные стороны слоя (обращенные к плазме и к стенке).

Траектории ионов в ионном подслое довольно подробно проанализированы в [3] (см. также краткий обзор этого вопроса в [4]). Ионы попадают на стенку, двигаясь по спирали вокруг наклонных силовых линий. В ионном подслое они двигаются под воздействием амбиполярного электрического поля, направленного к стенке, и на определенном расстоянии от стенки (масштаба доли гирорадиуса) "ныряют" прямо к ней. Чем выше электронная температура, тем сильнее электрическое поле и тем раньше ионы "отрываются" от магнитных силовых линий.

Другой эффект амбиполярного электрического поля состоит в том, что оно вызывает разновидность ионного дрейфа в скрещенных полях $E \times B$ внутри ионного подслоя. Этот дрейф направлен вдоль оси x и при сравнимых температурах ионов и электронов имеет скорость порядка ионной звуковой.

3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Если в плазме присутствуют нестационарные возмущения, то входящие в уравнение (7) параметры n , T_e , ϕ и др. зависят от времени. Будем искать общую форму граничных условий, позволяющих учитывать такую зависимость для всех частот ниже ионной циклотронной ω_{Ci} .

Возмущения, удовлетворяющие первому из неравенств (5), имеют характерный размер, много больший, чем толщина слоя $\sim \rho_i$. Соответственно плазму вне слоя можно считать однородной (см., однако, возможные исключения по разд. 4). Поэтому начнем с выражения тока, вытекающего из плазмы (точнее, u -компоненты тока на плазменной стороне слоя), через значения n , T_e , ϕ и др. на плазменной стороне слоя, учитывая их возможные изменения во времени. Под "плазменной" стороной слоя мы понимаем поверхность, расположенную на расстоянии пары ионных гирорадиусов от стенки в области, где вышеуказанные параметры всегда можно считать постоянными вдоль оси y . Именно в этой точке становится важным первое из неравенств (5): поскольку

параметры приходящей плазмы изменяются на длине, много меньшей ρ_i , то не играет особой роли, где расположить эту "контрольную поверхность". Расстояние от нее до стенки должно быть в пределах $\rho_i \ll y \ll k^{-1}$.

В случае хорошо поглощающей стенки все ионы "проваливаются" сквозь эту поверхность, даже если структура слоя меняется во времени (конечно, мы не предполагаем слишком большой амплитуды возмущений, так что распределение потенциала в слое остается монотонным). Соответственно ионный ток на плазменную сторону слоя остается равным

$$j_{iy}^{(plasma)} = -en(\alpha u + v_{Di}) \quad (8)$$

даже в нестационарном случае.

Время пролета электронов через слой составляет $\sim \rho_i / \alpha v_{Te}$; другими словами, для $T_e \sim T_i$ оно составляет $\sim (m/M)^{1/2} (1/\alpha \omega_{Ci})$. Согласно (4), это время меньше, чем $1/\omega$. Поэтому для возмущений с частотой меньше, чем ионная циклотронная, изменения электростатического потенциала в слое с точки зрения электронов являются квазистационарными. Это означает, что электронный ток на стенку можно по-прежнему находить из простого соотношения Больцмана:

$$j_{ey}^{(wall)} = en \alpha v_{Te} \exp(-e\phi_0/T_e). \quad (9)$$

В нестационарном случае втекающий с плазменной стороны в слой электронный ток отличается от электронного тока на стенку. Разница появляется из-за того, что электроны должны компенсировать изменяющееся число ионов в квазинейтральной части слоя (в ионном подслое). Переменная часть линейной плотности ионов в слое может быть выражена как

$$N = \int [n(y) - n(\infty)] dy. \quad (10)$$

В наших предыдущих обозначениях $n(\infty) \equiv n$. Бесконечность здесь обозначает расстояние в несколько ионных гирорадиусов от стенки (но все еще меньше, чем характерный масштаб возмущений в y -направлении). Как будет показано ниже, временные изменения $n(\infty)$ в области частот (5) вносят незначительный вклад в обобщенные граничные условия. Поэтому предположим вначале, что $n(\infty)$ не меняется.

Собирая вместе соотношения (8)–(10), получаем следующее обобщенное граничное условие, учитывающее возможную нестационарность:

$$j_y = en[\alpha v_{Te} \exp(-e\phi/T_e) - \alpha u - v_{Di}] + e \frac{dN}{dt}. \quad (11)$$

Видно, что задача свелась к оценке полного числа ионов в слое. В форме (11) обобщенное гранич-

ное условие отвечает даже нелинейным возмущениям (до тех пор, пока они не нарушают нашего предположения о том, что все ионы достигают поверхности стенки). Отсюда следует, что мы ограничиваемся линейной теорией, предполагая малость вариаций всех ранее указанных параметров T_e , ϕ и пр. Затем величина \dot{N} оказывается линейной комбинацией $\delta\dot{T}_e$, $\delta\dot{\phi}$ и пр. Начнем с оценки вклада $\delta\dot{T}_e$.

Возмущение электронной температуры вызывает мгновенное возмущение электростатического потенциала по всему слою (предполагается выполнение условия $\omega < \omega_{Ci}$, т.е. квазистационарность электронного отклика). К примеру, когда δT_e растет, то граница, на которой ионы начинают "отрываться" от силовых линий (см. разд. 2), отодвигается дальше от стенки и N уменьшается, и наоборот. Мы заключаем, что, когда T_e меняется, вклад в \dot{N} пропорционален $\delta\dot{T}_e$ с отрицательным коэффициентом пропорциональности. Чтобы найти значение этого коэффициента, надо численно рассчитать структуру ионного подслоя в зависимости от T_e ; эта задача пока не решена. Поэтому мы должны оценить искомый коэффициент качественно. Заметим, что изменение потенциала из-за изменения электронной температуры составляет $\sim \delta T_e / e$. Для $T_i \sim T_e$ это обстоятельство вызывает снижение числа ионов в единице объема ионного слоя до величины $n_i(\delta T_e / T_e)$. Соответственно вклад изменений электронной температуры в \dot{N} составляет

$$\dot{N} = -A(n\rho_i / T_e)\delta\dot{T}_e, \quad (12)$$

где A — положительный коэффициент порядка единицы.

Теперь рассмотрим отклик тока на возмущение разности потенциалов $\delta\phi_0$ между стенкой и основной плазмой. Как было отмечено во Введении, распределение потенциала в ионном подслое определяется процессом "сгребания" ионов, приближающихся к стенке, отчего и снижается плотность. Поэтому профиль потенциала в ионном подслое остается неизменным, даже когда меняется потенциал ϕ_0 основного объема плазмы (рис. 2). Изменение ϕ_0 полностью набегаем в электронном подслое. Поэтому делаем вывод, что изменение ϕ_0 не приводит к заметному изменению N , и, следовательно, в выражении для \dot{N} нет членов, пропорциональных $\delta\dot{\phi}_0$.

Теперь рассмотрим вклад возмущения плотности. При $\omega < \alpha\omega_{Ci}$ величина N просто пропорциональна $n \equiv n(\infty)$, а $\dot{N} \sim \rho_i \delta\dot{n}$. При таких низких ча-

стотах соответствующий вклад мал по сравнению со стационарным током, определяемым уравнением (8). При более высоких частотах $\omega > \alpha\omega_{Ci}$, когда этот вклад мог бы стать заметным, он, в действительности, не увеличивается. На это есть следующая причина: когда частота возмущений плотности на входе в ионный подслой оказывается выше обратного времени пролета, возмущения плотности внутри ионного подслоя "запутываются" из-за разброса скоростей ионов и постепенно спадают по направлению к стенке (этот эффект называют "баллистическим фазовым размещиванием"). В результате возмущения плотности заметны лишь во внешней части ионного подслоя толщиной $\sim \alpha u / \omega$. Это значит, что вклад возмущений плотности в \dot{N} мал, и, формулируя даже нестационарные граничные условия, можно опустить члены, пропорциональные $\delta\dot{n}$ (исключая, разумеется, узкий диапазон частот, где $\omega \approx \alpha\omega_{Ci}$). В качестве итога этого рассуждения можно предложить простую интерполяционную формулу (для возмущений вида $\exp(-i\omega t)$)

$$\dot{N} = -\frac{B(i\omega / \alpha\omega_{Ci})}{1 + (i\omega / \alpha\omega_{Ci})} \alpha u \delta n, \quad (13)$$

где B — положительный численный множитель порядка 1.

Возмущения массовой скорости ионов также вносят сравнительно малый вклад в нестационарные граничные условия: при низких частотах этот вклад невелик из-за малости изменения скорости, а при больших частотах эффект снижается из-за баллистического фазового размещивания внутри слоя (тем же образом, что обсуждался в предыдущем разделе).

Теперь найдем вклад дрейфа $E \times B$ по направлению к (от) стенке. Касательная компонента электрического поля присутствует из-за изменений потенциала плазмы в x -направлении, что может быть, к примеру, вызвано изменением электронной температуры. Эта компонента электрического поля постепенно спадает в слое и исчезает на проводящей стенке. Однако она не равна нулю на полуширине ионного подслоя, что следует учитывать при анализе движения ионов (см. [12]). Роль этого дрейфа в точности такая же, что и роль продольного потока ионов к стенке. Тем самым выводы, относящиеся к изменению продольного потока ионов во времени, относятся также и к изменению дрейфовой скорости.

Подытожим данный раздел. Мы установили, что при одних и тех же относительных величинах возмущений различных величин (т.е. при одинаковых $\delta T_e / T_e$, $\delta n / n$ и т.д.) основной вклад в \dot{N} вносят возмущения электронной температуры. Спе-

цифика возмущений T_e состоит в том, что они вызывают возмущения потенциала, которые практически мгновенно пронизывают весь ионный подслой и приводят к "размыканию" или "замыканию" ионных траекторий с быстрой перестройкой ионной плотности. Эта перестройка возникает за времена $\sim \omega_{Ci}^{-1}$, малые по сравнению с периодом макроскопических осцилляций. С другой стороны, возмущения плотности и массовой скорости должны проникать со стороны плазмы в толщу слоя и "размазываться" баллистическим перемешиванием при высоких частотах ($\omega > \alpha \omega_{Ci}$).

Возмущения же потенциала плазмы (ϕ_0 на рис. 2) не дают вклада в \dot{N} по другой причине: эти возмущения локализованы в электронном подслое, где линейная плотность частиц гораздо меньше, чем в ионном.

Предполагая гармонический характер возмущений ($\exp(-i\omega t)$), получаем следующее окончательное выражение для \dot{N} :

$$\dot{N} = i\omega A n \rho_i \frac{\delta T_e}{T_e} - \frac{B(i\omega/\alpha \omega_{Ci})}{1 + (i\omega/\alpha \omega_{Ci})} \alpha u \delta n + \dots, \quad (14)$$

где многоточие означает члены, пропорциональные δu , δT_i , δv_D , с той же функциональной зависимостью от частоты, что и член, пропорциональный δn . Заметим, что член, пропорциональный $\delta \phi$, отсутствует.

Итак, мы ограничились линейным анализом проблемы. Обсудим теперь вкратце нелинейные ограничения на амплитуду возмущений. Самое сильное ограничение должно быть наложено на возмущение электронной температуры, поскольку коэффициент перед $\delta T_e/T_e$ в (14) самый большой. Очевидным условием является то, что возмущение тока не должно превышать средний ток, который порядка $\sim \alpha e n v_{Ti}$, что дает следующее ограничение на $\delta T_e/T_e$:

$$\frac{\delta T_e}{T_e} < \frac{\alpha \omega_{Ci}}{\omega}, \quad (15)$$

справедливое в частотном диапазоне (6); при низких частотах можно использовать стационарное граничное условие (7). Если амплитуда возмущения температуры превышает предел (15), возникает сильно нелинейное возмущение тока, зависящее от времени. При положительной δT_e количество ионов в ионном подслое обедняется и не пополняется вновь притоком ионов из плазмы до тех пор, пока не начнется следующий цикл.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы вывели нестационарное граничное условие полуфеноменологически, не находя числен-

ных значений коэффициентов A , B и др., входящих в уравнение (14). Тем самым наши результаты лишь очерчивают рамки для дальнейшего анализа различных задач, которые требуют подобных граничных условий.

Первая попытка приложения граничного условия (14) к анализу неустойчивости плазмы вблизи диверторной пластины была проведена в [12]. Было показано, что это граничное условие приводит к появлению специфической моды дрейфового типа, локализованной вблизи диверторной пластины. Но это только один из возможных примеров. Другие потенциальные приложения включают нестационарные эффекты при взаимодействии космического корабля с ионосферной плазмой, поведение плазмы в индуктивных разрядах, используемых в технологических целях [13]. Мы рассмотрим такие задачи в будущем.

Дальнейшие исследования должны затрагивать возможность появления эффектов пространственной дисперсии в граничных условиях. Как было отмечено в разд. 2 настоящей работы, ионы в ионном подслое испытывают дрейф в направлении оси x . Прежде чем вошедший в подслой ион попадает на стенку, он смещается на расстояние $\sim \rho_i/\alpha$ в направлении оси x . Скорость дрейфа и величина смещения зависят от начальной энергии иона и питч-угла (подробнее см. [3, 4]). Если x -компонента волнового вектора k_x удовлетворяет условию

$$k_x > \alpha/\rho_i \quad (16)$$

(все еще оставаясь в области макроскопических возмущений $k_x < 1/\rho_i$), то граничное условие должно быть модифицировано эффектами, аналогичными пространственной дисперсии. Возмущение, возникшее вблизи центра границы слоя, "размазывается" движением частиц по слою и воздействует на "вытекающие" возмущения. Интересно, что эффекты неоднородности плазмы в x -направлении становятся важными гораздо раньше, чем в y -направлении (последнее имеет место при $k_y > 1/\rho_i$, т.е. когда возмущения уже перестают быть макроскопическими).

Эта работа выполнена в Ливерморской национальной лаборатории им. Лоуренса для Департамента энергии США по контракту W7405-ENG48.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chirikov B.V. // Phys. Reports. 1979. V. 52. P. 265.
2. Chodura R. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1628.
3. Cohen R.H., Ryutov D.D. Particle trajectories in a sheath in a tilted magnetic field. Будет опубликована в Phys. Plasmas, 1997.

