



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

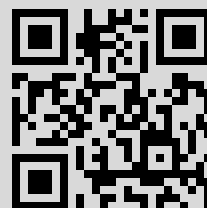
В. В. Кубарев, *Квантовая электроника*, 1998, том 25, номер 5, 419–423

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 84.237.42.42

16 марта 2021 г., 05:44:59



Потери связи в лазерных резонаторах с полым прямоугольным или планарным волноводом

В.В.Кубарев

Решена задача о потерях связи основной волноводной моды в лазерном резонаторе, состоящем из двух зеркал и полого прямоугольного или планарного волновода между ними. Найдены оптимальные конфигурации и позиции зеркал для волноводов с различным отношением сторон. Рассмотрены резонаторы лазеров, длины волн которых могут изменяться в широком диапазоне.

Ключевые слова: лазерный резонатор, потери связи, прямоугольный волновод, планарный волновод.

Введение

Резонаторы с полыми диэлектрическими и металлическими волноводами часто используются в лазерах для улучшения их параметров. В ряде случаев оптимальной является прямоугольная геометрия волновода (рис.1). Предельный переход $a \rightarrow \infty$ соответствует планарному волноводу. Поскольку моды внутри волновода имеют плоский волновой фронт, тривиальный волноводный лазерный резонатор образуется, если на торцы волновода установить плоские зеркала. В реальных конструкциях лазеров из-за необходимости юстировки зеркала находятся на конечном расстоянии от торцов волновода. Иногда необходимо, чтобы зеркала находились на значительном расстоянии от торцов волновода. Например, в лазерах на свободных электронах этот промежуток требуется для ввода и вывода электронного пучка, а в обычных лазерах – для размещения внутри резонатора специальных устройств: селективирующих ячеек, поляризаторов и т.д. В этом случае резонатор уже не является чисто волноводным, а представляет собой комбинацию волноводного и открытых участков.

Будем рассматривать волноводы с поперечными полуразмерами $a, b \gg \lambda$. Тогда слабонерасходящееся излучение из торца волновода может быть разложено по нормальным гауссовым модам свободного пространства, описанным в работе [1]. Вышеприведенное неравенство позволяет также представить излучение внутри волновода в виде суммы специфических мод полого волновода. Эти моды в волноводах с круглым и прямоугольным сечениями описаны в работах [2, 3] соответственно. Рассмотрим лазер с достаточно длинным волноводом, выделяющим одну основную EH_{11} -моду при прямоугольной геометрии или моду TE_{01} (TM_{01}) при планарной геометрии за счет либо селекции этой моды резонансной длиной резонатора, как в случае субмиллиметровых лазеров [4, 5], либо конкуренции мод в однородно-уширенной активной среде [6].

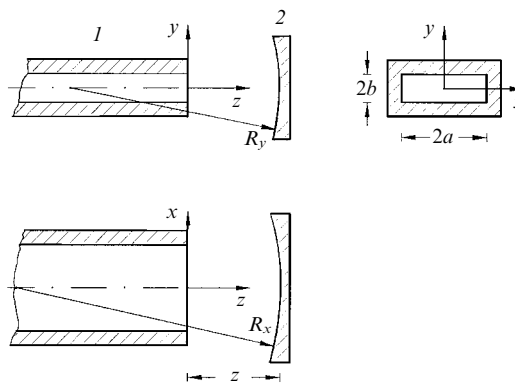


Рис.1. Геометрия расчета потерь связи (1 – волновод, 2 – зеркало).

Цель настоящей работы – расчет потерь связи при преобразовании основной волноводной моды в нормальные гауссовы моды и затем, после отражения от зеркала, снова в основную волноводную моду. Такая задача для круглых волноводов была рассмотрена и частично решена в работе [6]. В настоящей статье используется аналогичный метод решения задачи для волноводов прямоугольной и планарной геометрии [7]. Устранена техническая ошибка, допущенная в работе [6], которая приводит к некоторому изменению оптимальных конфигураций резонатора и увеличению минимальных потерь. Корректное решение задачи для волновода круглой геометрии будет дано в отдельной статье.

1. Модовое разложение

Согласно работе [3] напряженности поля EH_{11} -моды (E_x или H_y) на излучающем торце прямоугольного волновода пропорциональны:

$$E_x \sim F(x, y, 0) = F_x(x)F_y(y) = \begin{cases} a^{-1/2} \cos \frac{\pi x}{2a} b^{-1/2} \cos \frac{\pi y}{2b} & \text{внутри волновода,} \\ 0 & \text{вне волновода.} \end{cases} \quad (1)$$

Напряженности полей одномерного планарного волновода пропорциональны $F_y(y)$.

Разложим это поле в ряд Фурье по нормальным гауссовым модам, которые для симметричного квадратного пучка найдены в работе [1]. Наименьшее число мод потребуется, если несимметрично относительно замены переменных $x \leftrightarrow y$ распределение (1) мы будем разлагать также по несимметричным относительно этой замены нормальным гауссовым модам. Обобщая приводимые в [1] выкладки на случай несимметричной прямоугольной геометрии, легко показать, что собственными функциями волнового уравнения для электромагнитного поля в свободном пространстве в этом случае будут

$$\begin{aligned} \Psi_{mn}(x, y, z, t) &= \Psi_{xm}(x, z) \Psi_{yn}(y, z) \exp[i(\Omega t - kz)] \\ &= K_m \left(\frac{\omega_{x0}}{\omega_x(z)} \right)^{1/2} H_m \left[\sqrt{2} \frac{x}{\omega_x(z)} \right] \exp \left\{ - \left[\frac{x}{\omega_x(z)} \right]^2 + i\Phi_{xm}(z) \right. \\ &\quad \left. - ik \frac{x^2}{2\rho_x(z)} \right\} K_n \left(\frac{\omega_{y0}}{\omega_y(z)} \right)^{1/2} H_n \left[\sqrt{2} \frac{y}{\omega_y(z)} \right] \\ &\quad \times \exp \left\{ - \left[\frac{y}{\omega_y(z)} \right]^2 + i\Phi_{yn}(z) - ik \frac{y^2}{2\rho_y(z)} \right\} \exp[i(\Omega t - kz)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Собственными функциями планарного волновода являются $\Psi_{ym}(y, z) \exp[i(\Omega t - kz)]$. В (2) K_m, K_n – нормирующие коэффициенты; H_m, H_n – полиномы Эрмита; зависящие от z величины имеют вид

$$\omega_x(z) = \omega_{x0} [1 + (z/\beta_{x0})^2]^{1/2}; \quad (3)$$

$$\omega_y(z) = \omega_{y0} [1 + (z/\beta_{y0})^2]^{1/2};$$

$$\rho_x(z) = z [1 + (\beta_{x0}/z)^2]; \quad \rho_y(z) = z [1 + (\beta_{y0}/z)^2]; \quad (4)$$

$$\Phi_{xm}(z) = \left(m + \frac{1}{2} \right) \arctan(z/\beta_{x0}); \quad (5)$$

$$\Phi_{yn}(z) = \left(n + \frac{1}{2} \right) \arctan(z/\beta_{y0}); \quad (6)$$

$$\beta_{x0} = \pi \omega_{x0}^2 / \lambda; \quad \beta_{y0} = \pi \omega_{y0}^2 / \lambda. \quad (7)$$

Физический смысл величин в (3)–(7) следующий: $\omega_x(z)$ – характерный радиус пучка в направлении x ; ω_{x0} – этот же радиус в перетяжке пучка ($z = 0$); $\rho_x(z)$ – радиус волнового фронта в плоскости $y = 0$; β_{x0} – расстояние вдоль оси z от перетяжки пучка до точки, где $\rho_x(z)$ минимально; $\Phi_{xm}(z)$ – дополнительный фазовый сдвиг. Величины с индексом y имеют аналогичный физический смысл.

Далее мы будем опускать несущественный для данной задачи фазовый множитель $\exp[i(\Omega t - kz)]$, где Ω – частота излучения, k – волновое число.

Зависимости от x и y допускают разделение переменных в волновом уравнении – для волновода и для свободного пространства. Это свойство использовано при выводе как (1), так и (2), где эти переменные разделены. Функции F_x и F_y, Ψ_{xm} и Ψ_{yn} имеют идентичный вид, поэтому для краткости мы будем там, где это возможно, выписывать только функции переменной x , имея в виду, что функции переменной y получаются элементарными заменами: $x \leftrightarrow y, a \leftrightarrow b, \omega_{0x} \leftrightarrow \omega_{0y}$.

Поместим перетяжки всех нормальных гауссовых мод ($z = 0, \rho_x = \rho_y = \infty$) на торец волновода, где излучение, выходящее из волновода, также имеет плоский волновой фронт, и обозначим $\Psi_{xm}(x, 0) = \Psi_{xm}(x)$.

Разлагая выражение (1) в ряд Фурье по этим модам, получим [8]

$$F_x(x) = \sum_m A_m \Psi_{xm}(x), \quad (8)$$

$$A_m = \int_{-\infty}^{\infty} F_x(x) \Psi_{xm} dx = \int_{-a}^a F_x(x) \Psi_{xm} dx, \quad (9)$$

$$\Psi_{xm}(x) = K_m H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega_{0x}} \right) \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega_{0x}} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$K_m = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/4} (2^m m! \omega_{0x})^{-1/2}. \quad (11)$$

Коэффициенты (11) соответствуют нормировке

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{xm}(x) \Psi_{xk}(x) dx = \delta_{mk}, \quad (12)$$

где δ_{mk} – символ Кронекера; $m, k = 0, 2, 4, \dots$

Для нахождения функций Ψ_{xm} и Ψ_{yn} нужно выбрать некоторые характерные радиусы пучка ω_{0x} и ω_{0y} , удовлетворяющие лишь условию $\omega_{0x}, \omega_{0y} \gg \lambda$. Однако существуют определенные значения ω_{0x}, ω_{0y} , при которых задача максимально упрощается и в ней максимально проявляется физическая сторона дела.

Поскольку косинусоидальное распределение (1) близко к нулевой гауссовой моде, выберем такие ω_{0x} и ω_{0y} , чтобы коэффициент A_0 в (8) был максимальным. Назовем это разложение оптимальным. Функции $F_x(x)$ и $F_y(y)$ симметричны относительно преобразований $x \leftrightarrow y, a \leftrightarrow b$. Для оптимального решения задачи сохраним эту симметрию в нормальных гауссовых модах, т.е. выберем такие ω_{0x} и ω_{0y} , при которых $\omega_{0x}/a = \omega_{0y}/b$. Найдем ω_{0x} из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_0}{\partial \omega_{0x}} &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/4} a^{-1/2} \int_{-a}^a \cos \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial \omega_{0x}} \left\{ \omega_{0x}^{-1/2} \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega_{0x}} \right)^2 \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

численное решение которого дает $\omega_{0x} = 0.70324895a$. Из (9)–(11) следует, что $\partial A_0 / \partial \omega_{0x} = A_2 \cdot 2^{-1/2} \omega_{0x}^{-1}$, поэтому при максимальном A_0 коэффициент $A_2 = 0$.

Содержащаяся в первых j гармониках разложения по каждой поперечной координате доля мощности исходного излучения из торца волновода

$$B_j = \left(\sum_{m=0}^j A_m^2 \right)^2. \quad (14)$$

В таблице приведены B_j и A_m . Видно, что в нулевой гауссовой моде содержится около 99% излучаемой из волновода мощности, а в первых 64 членах – более 99.9%. Такое число членов разложения обеспечивает погрешность вычисления потерь $\sim 0.1\%$.

Доминирующая роль нулевой моды в оптимальном модовом разложении позволяет сразу определить близкие к оптимальным конфигурации зеркал для различных расстояний z , при которых потери связи близки к минимальным: поверхность зеркала должна совпадать с волновым фронтом этой моды (как, впрочем, и остальных мод). В дальнейшем будем называть такое зеркало адаптивным. Заметим, что при решении этой задачи методом вычисления интеграла Френеля – Кирхгофа потребовались бы громоздкие двумерные вычисления, требующие очень большого машинного времени.

2. Вычисление потерь

Далее задачу удобно разбить на две части. В первой части вычисляются потери связи для идеализированного адаптивного (в общем случае – тороидального) зеркала. Во второй части рассматриваются потери связи для произвольного тороидального зеркала, находящегося на различных расстояниях от торца волновода, – этот случай имеет гораздо большее практическое значение. Заметим, что размер зеркала всегда должен быть достаточно большим, чтобы апертурные потери на зеркалах были бы много меньше потерь связи. Считается также, что излучение, выходящее за пределы апертюры волновода $2a \times 2b$ в плоскости $z = 0$, полностью теряется.

2.1. Адаптивное тороидальное зеркало

Поскольку волновые фронты нормальных гауссовых мод совпадают с поверхностью адаптивного тороидального зеркала, амплитудные распределения этих мод на торце волновода после отражения от зеркала будут такими же, как исходные излучаемые распределения. Потери связи в этом случае обусловлены тем, что фазовые скорости различных мод являются различными функциями от z , в результате чего моды после отражения от зеркала возвращаются на торец волновода с различными фазами.

Количественно потери связи $c(z)$ выражаются через интегралы перекрытия в виде

$$c(z) = 1 - \left| \int_{-a}^a F_x(x)F'_x(x, z)dx \int_{-b}^b F_y(y)F'_y(y, z)dy \right|^2, \quad (15)$$

где $F'_x(F'_y)$ – функция поля, возвращенного на торец волновода после отражения от зеркала:

$$F'_x(x, z) = \sum_m A_m \Psi_{xm}(x) \exp[2i\Phi_{xm}(z)]. \quad (16)$$

После подстановки (16) в (15) и элементарных преобразований получаем

$$c(z) = 1 - \sum_{m,q} A_m^2 A_q^2 \cos\{2[\Phi_{xm}(z) - \Phi_{xq}(z)]\} \times \sum_{n,p} A_n^2 A_p^2 \cos\{2[\Phi_{ym}(z) - \Phi_{yp}(z)]\}, \quad (17)$$

где индексы m, n, q, p – целые четные числа от нуля до 14.

Используя (15), легко показать, что потери связи планарного волновода $c_y(z)$ и потери связи квадратного волновода $c_r(z)$ с таким же поперечным размером связаны соотношением $c_y(z) = 1 - \sqrt{1 - c_r(z)}$. Имея в виду эту взаимосвязь, в дальнейшем будем рассматривать общий случай прямоугольной геометрии. На рис.2 показаны рассчитанные по (17) зависимости потерь связи для волноводов с различным отношением сторон от удобно-го безразмерного параметра z/β_{y0} .

m, j	A_m	B_j
0	0.994641	0.98931
2	$1.73 \cdot 10^{-6}$	0.98931
4	-0.089058	0.99449
6	0.035870	0.99706
8	0.009085	0.99722
10	-0.023540	0.99833
12	0.017857	0.99897
14	0.005534	0.99903

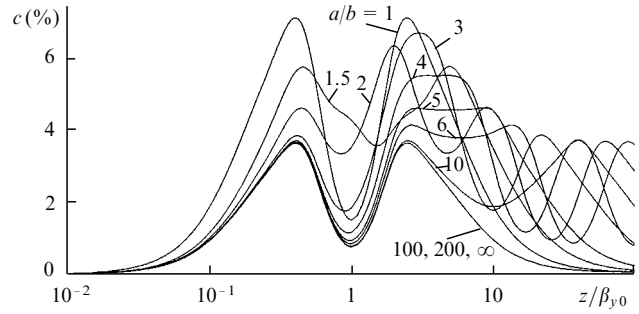


Рис.2. Зависимости потерь связи адаптивного зеркала и различных прямоугольных волноводов от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом.

Заметим, что в данной задаче потери инвариантны относительно преобразования $z/\beta_{y0} \leftrightarrow (a/b)^2/(z/\beta_{y0})$, поэтому при логарифмической горизонтальной оси на рис.2 все графики потерь симметричны относительно точек $z/\beta_{y0} = a/b$.

Потери квадратного волновода ($a = b$) подобны, как и следовало ожидать, аналогичным потерям круглого волновода [6]. При очень больших $a/b \geq 100$ функции потерь представляют собой два уменьшенных в 2 раза распределения потерь для квадратного волновода, расположенных симметрично относительно точки $z/\beta_{y0} = a/b$. В показанном на рис.2 диапазоне z/β_{y0} эти потери совпадают с потерями планарного волновода ($a/b = \infty$). Подробнее влияние разности фаз между нормальными гауссовыми модами на вид графиков рис.2 описано в [7].

2.2. Произвольное тороидальное зеркало

В общем случае тороидального зеркала с произвольными радиусами кривизны R_x и R_y , находящегося на произвольном расстоянии от торца волновода, каждая нормальная гауссова мода после отражения от зеркала будет возвращаться на торец волновода, имея другое амплитудное распределение поля по сечению волновода и измененный волновой фронт по сравнению с излучаемым полем. Потери связи по-прежнему выражаются равенством (15), но с другими функциями F'_x и F'_y . Как известно, квадраты модулей интегралов перекрытия в (15) максимальны и равны единице при $F_x = F'_x$ и $F_y = F'_y$. Поскольку основная нулевая мода, содержащая большую часть мощности излучения, отображается адаптивным зеркалом сама в себя, это зеркало является хорошим (хотя и, как будет показано ниже, не всегда лучшим) приближением к идеалу. При этом F_x и F'_x , F_y и F'_y попарно близки, а потери связи довольно невелики (не более 7 %).

При $F_x \neq F'_x$ и $F_y \neq F'_y$, согласно неравенству Коши – Шварца, квадраты модулей интегралов перекрытия меньше единицы, причем они уменьшаются при увеличении различий вышеуказанных функций. Ясно поэтому, что в случае тороидального зеркала, значительно отличающегося от адаптивного, потери связи будут очень большими, поскольку нулевая мода отображается таким зеркалом на торец волновода в сильно измененном виде.

Функция $F'_x(F'_y)$ возвращенного на торец волновода поля имеет вид

$$F'_x = \sum_m A_m K_m H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega'_x} \right) \left(\frac{\omega_{0x}}{\omega'_x} \right)^{1/2} \times \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega'_x} \right)^2 + i \left(\Phi'_{xm} - k \frac{x^2}{2\rho'_x} \right) \right], \quad (18)$$

где множитель $(\omega_{0x}/\omega'_x)^{1/2}$ учитывает изменение поля из-за изменения характерного поперечного размера пучка; ω'_x – характерный размер возвращенного на торец поля; Φ'_{xm} – фазовый набег на оси пучка, обусловленный различием фазовых скоростей мод; ρ'_x – радиус кривизны возвращенного поля. Используя уравнения (3) – (7), можно вычислить фазы Φ'_{xm} (Φ'_{ym}):

$$\Phi'_{xm}(z) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \left\{ \arctan \frac{z}{\beta_{x0}} + \arctan \left[z \left(\frac{\beta'_x}{\rho'^2_x} + \frac{1}{\beta'_x} \right) - \frac{\beta'_x}{\rho'_x} \right] + \arctan \left(\frac{\beta'_x}{\rho'_x} \right) \right\}, \quad (19)$$

где $\beta'_x = \pi(\omega'_x)^2/\lambda$. Параметры возвращенного пучка β'_x , β'_y , ρ'_x , ρ'_y определяются через параметры излучаемого пучка β_{x0} , β_{y0} и $f_x = r_x/2$, $f_y = r_y/2$, z посредством выражений

$$\rho'_x = \frac{\left[z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_{x0} f_x^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2}{z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2}}, \quad (20)$$

$$\beta'_x = \frac{\left[z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_{x0} f_x^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2}{\frac{f_x^2 \beta_{x0}}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2}}. \quad (21)$$

Следует отметить, что в работе [6], которая явилась прототипом настоящей работы, допущена ошибка в вычислении фазы мод. Именно она приводит к тому, что аналогия между результатами вычислений в настоящей статье и в статье [6] на данном этапе нарушается. В частности, неверно заключение автора [6] о том, что адаптивное зеркало всегда дает минимальные потери для заданного z . Так, на рис.3 даны потери связи квадратного волновода и различных сферических зеркал. Видно, что при $z/\beta_{y0} > 3$ минимум потерь для заданного z наблюдается для зеркала с меньшим радиусом кривизны, чем у адаптивного, и сами потери меньше, чем у адаптивного зеркала. Можно показать, что потери связи (см. рис.3) становятся меньше, чем у адаптивного зеркала, из-за наложения на основной при формировании минимума эффект – согласование волнового фронта излучения с зеркалом – дополнительное зануления апертурной части потерь связи (доли излучения за пределами апертуры волновода в плоскости $z = 0$) при $z = R$.

Отношение адаптивных потерь к минимальным для некоторых R/β_{y0} существенно превышает 1 (например, равно двум при $R/\beta_{y0} = 8.125$), а разность этих потерь может достигать $\sim 2\%$ ($R/\beta_{y0} = 5.2$). При $z/\beta_{y0} < 3$ оптимальным является адаптивное зеркало и в ряде случаев его можно считать неплохим первым приближением к оптимальному зеркалу. Практическая ценность этого приближения состоит в том, что определить параметры адаптивного зеркала для любого отношения a/b можно сразу по формулам (4), без каких-либо численных расчетов (потери при этом, однако, остаются неизвестными).

Кривая потерь для $R/\beta_{y0} = \infty$ на рис.3 необходима для расчета резонатора практически любого простого волноводного лазера, плоские зеркала которого из-за не-

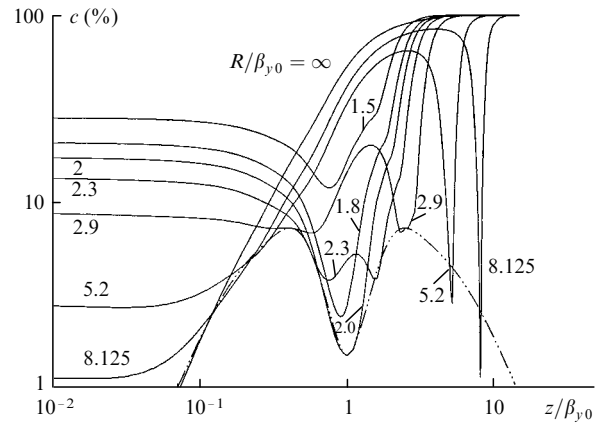


Рис.3. Зависимости потерь связи квадратного волновода ($a = b$) и сферических зеркал, имеющих различный нормированный радиус кривизны (сплошные линии), и того же волновода и адаптивного зеркала (штрих-пунктир) от нормированного расстояния.

обходимости юстировки всегда находятся на конечном расстоянии от торца волновода. В этом случае мы видим, что при $z \leq 0.07\beta_{y0}$ потери связи не превышают 1%.

Следует отметить одну особенность резонатора с вырожденным ($a = b$) квадратным волноводом, существенную для лазеров с перестраиваемой длиной волны, например для лазеров на свободных электронах. Допустим, что на некотором расстоянии z от торца волновода стоит зеркало, которое дает минимальные потери для этого z на некоторой длине волны. Если длина волны будет изменяться, то потери в соответствии с рис.3 начнут расти. Однако, перемещая зеркало, мы можем найти такое z , для которого это зеркало будет снова оптимальным уже для другого $R/\beta_{y0} \sim \lambda$. При этом, если $R/\beta_{y0} \geq 2$ во всем диапазоне перестройки λ , потери могут возрасти только до максимальных адаптивных потерь, т.е. до 7.2%. Нетрудно понять, что такой способ уменьшения потерь, связанных с изменением λ , не всегда эффективен для прямоугольного волновода с $a \neq b$.

На рис.4 показаны потери связи волновода, у которого $a/b = 5$, с тороидальными зеркалами, адаптивными при $(z/\beta_{y0})^* = 25$, 5 или 1 на некоторой длине волны λ_0 , и изменение этих потерь для других λ . Видно, что теперь, в отличие от квадратного волновода, потери не всегда можно свести к минимальным для другого z . Увеличение потерь из-за изменения λ связано с рассогласованием формы зеркала и волновых фронтов нормальных гауссовых мод, которое нельзя сделать малым за счет изменения одного параметра z в двух независимых уравнениях (4) при $a \neq b$. Это свойство прямоугольного волновода принципиально отличает его от вырожденного квадратного, а также круглого волноводов.

Сказанное наиболее ярко иллюстрируют кривые на рис.4 для адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 25$, где изменение λ приводит к сильному росту потерь; потери существенно растут и при $(z/\beta_{y0})^* = 5$. Однако в определенных случаях потери связи близки к потерям для адаптивного зеркала в очень широком диапазоне изменения λ . Наилучший результат получается для адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 1$, когда длина волны увеличивается. Здесь небольшим перемещением зеркала потери можно сделать не превышающими 6% при изменении длины волны в 4 раза.

Ситуация заметно улучшается с увеличением отношения a/b , т.к. при этом задача все больше становится

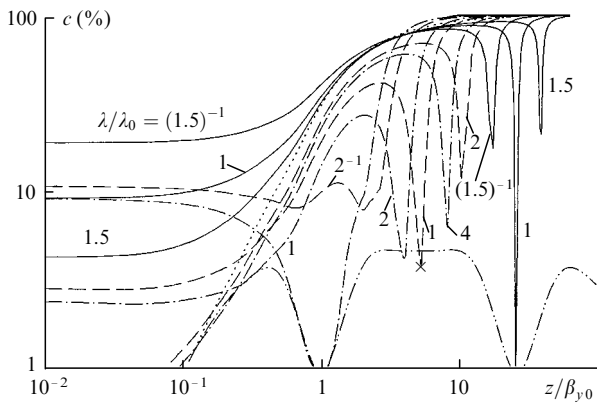


Рис.4. Зависимости потерь связи прямоугольного волновода с $a/b = 5$ и тороидальных зеркал, адаптивных при $\lambda/\lambda_0 = 1$ и $(z/\beta_{y0})^* = 25$ (сплошные линии), 5 (штриховые линии), 1 (штрих-пунктир), от нормированного расстояния для различных λ и аналогичные зависимости для адаптивного (штрих – две точки) и плоского (пунктир) зеркал.

похожей на одномерную. В работе [7] приводятся потери связи волновода с $a/b = 10$ и адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 1$, которые при подстройке z не превышают 4%, когда λ увеличивается на порядок величины.

Заметим, что потери на рис.4 показаны как функции одной переменной z/β_{y0} . Однако, в принципе, задача минимизации потерь при $a \neq b$ – двумерная, т.е. для нахождения локального минимума при каждом z/β_{y0} нужно варьировать два радиуса кривизны зеркала – R_x/β_{y0} и R_y/β_{y0} . Такая вариация, однако, очень слабо изменяет (относительное изменение не превышает 4%) локальные минимумы (один из которых помечен крестом на рис.4) при $a/b \geq 5$, в том числе для $\lambda/\lambda_0 \neq 1$.

Кривая для плоского зеркала на рис.4 показывает, что малые потери (не более 1%) наблюдаются при $z/\beta_{y0} \leq 0.1$ для любого конечного λ . Другая область z , где потери малы для всех λ , удовлетворяет неравенству $z/\beta_{x0} = (z/\beta_{y0})(a/b)^2 \geq 10$. Эту область можно назвать «дальней зоной» нормальных гауссовых мод, или областью сферической оптики. В ней сферическое зеркало с радиусами кривизны $R_x = R_y = z$, согласно (4), является адаптивным, а все моды, согласно (5), (6), находятся в фазе, т.е. потери близки к нулю. При типичных a, b, λ эта область, однако, трудно реализуема на практике из-за больших z и больших размеров зеркал.

Рассмотрим важный для практики лазеров на свободных электронах случай, когда плоское зеркало устанавливается на очень малом расстоянии от торца волновода, а вывод электронного пучка осуществляется через окно в вертикальной боковой стенке размером $s \times 2b$, где s – длина окна (расстояние между зеркалом и целой частью волновода); $2b$ – высота волновода (рис.1). Для сохранения симметрии излучения относительно осей x и y системы координат на рис.1 считается, что такое же окно имеется и в противоположной боковой стенке волновода. Для уменьшения потерь и сведения задачи к одномерной будем полагать, что горизонтальный размер

волновода в области окон $2a_v$ уширен (т.е. $2a_v > 2a$) на необходимую для удержания пучка в вертикальном направлении величину. Потери связи в такой геометрии равны потерям связи обычного волновода с $a/b \ll 0.1$, расположенного на расстоянии $z = s$ от зеркала, и в силу одномерности задачи являются функцией одной безразмерной переменной $s/\beta_{x0} \sim s\lambda/a^2$. Расчеты показывают, что эти потери не превышают 1% для $s/\beta_{x0} \leq 0.1$ [7].

Заключение

Выполненный в работе расчет потерь связи лазерного резонатора с полым прямоугольным или планарным волноводом для основной волноводной моды позволил найти оптимальные геометрии резонаторов для различных лазеров, в том числе для лазеров с большой перестройкой по длине волны, например лазеров на свободных электронах. Зная потери связи, можно вычислить полные потери резонатора лазера, т.к. остальные компоненты потерь (потери на зеркалах, волноводные потери и др.) определить легко. При этом предполагается, что лазер работает в одномодовом режиме на основной волноводной моде.

Такой режим работы теоретически обоснован и реализуется практически для тех геометрий резонатора, у которых суммарные потери основной моды меньше, чем у высших волноводных мод. Для сравнительно коротких волноводов необходимо также, чтобы потери связи основной моды были невелики. Это заведомо справедливо в случае наиболее интересных для практики оптимальных резонаторов, у которых потери связи основной волноводной моды не превышают нескольких процентов. Прямое экспериментальное доказательство сказанного даже для больших z/β получено еще в работе [9], где описан первый в мире волноводный лазер, который работал в одномодовом режиме на основной волноводной моде при $z/\beta = 5.3$.

1. Kogelnik H., Li T. *Appl. Optics*, **5**, 1550 (1966).
2. Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A. *Bell. Syst. Techn. J.*, **43**, 1783 (1964).
3. Krammer H. *IEEE J. Quantum Electron.*, **12**, 505 (1976).
4. Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **22**, 1179 (1995).
5. Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **23**, 311 (1996).
6. Abrams R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **8**, 838 (1972).
7. Кубарев В.В. *Препринт ИЯФ № 97–67* (Новосибирск, 1997).
8. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. *Специальные функции математической физики* (М., Наука, 1984).
9. Smith P.W. *Appl. Phys. Letts*, **19**, 132 (1971).

V.V.Kubarev. Coupling losses in laser cavities with a hollow rectangular or planar waveguide.

The problem of the coupling losses experienced by the main waveguide mode is solved for a laser cavity formed by two mirrors with a hollow rectangular or planar waveguide between them. The optimal configurations and mirror positions are found for waveguides with different ratios of the sides. Laser cavities supporting a wide range of wavelengths are considered.