

СИЛА ТРЕНИЯ

Н.И. Яковлев

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
630090 Новосибирск

Рассматриваются модели, описывающие трение и микроструктуру поверхности. Получена связь между характерными размерами микроструктуры поверхности и коэффициентом трения. Обсуждается зависимость реальной площади соприкосновения тел от нагрузки на тело, от формы, размеров и упругих свойств неровностей поверхности.

Введение

В статье рассматривается явление трения, которое объясняется шероховатостью поверхностей тел.

Общеизвестно, что сила трения зависит от постоянного коэффициента трения и от реакции опоры. Реально же коэффициент трения достаточно сложным образом зависит от всевозможных факторов: от сил, действующих на тело, от скорости самого тела, от наличия смазки, от среды, в которой находится тело, и т.д. Однако, очень часто эти зависимости малы, и при расчете силы трения их не учитывают.

Целью этой работы было описать простыми средствами силу трения, представить наглядные модели, найти связь коэффициента трения с известными характеристиками тел.

В настоящее время различают три основных фактора, влияющих на коэффициент трения [1]:

- 1) материал трущихся тел и характер смазки, пленка, имеющаяся на поверхности;
- 2) вид соединения поверхностей: размер, геометрические очертания, в основном отношение площадей контактирующих деталей;
- 3) внешние условия: температура, скорость, нагрузка, в основном температурное поле, возникающее в тонком поверхностном слое.

Зависимость силы трения от факторов, упомянутых выше, хорошо представлена в книге Крагельского и Виноградовой "Коэффициенты трения" [1].

Существуют условия и материалы, когда при плавном, медленном движении тел не возникает никаких сложных явлений, и между ними почти нет межмолекулярного притяжения и сцепления. Такими телами могут быть твердые тела с очень жесткой атомной решеткой, такие как обработанная сталь, медь и т.д. Необходимо заметить, что реально все эти явления существуют и вносят вклад в трение. В некоторых случаях они играют основную роль, например, когда поверхности полированы (плитки Иогансона), то происходит прилипание тел друг к другу. Но при более грубой обработке поверхности этот эффект не наблюдается.

Рассмотрим силу трения покоя в этих, почти идеальных условиях, указанных выше. Тогда основной вклад в трение вносят неровности поверхности тела. Рельеф (рис. 1) поверхностей весьма различен, их характеристики изменяются в больших пределах: высота H от 0.1 мкм до 150 мкм, длина L от 20 мкм до 1000 мкм [1]. Эти величины зависят от материала и степени его обработки. Например, характерные размеры микроструктуры обработанной поверхности меди: $L = 250$ мкм, $H = 30$ мкм [1]. Чтобы найти связь между трением и неровностями поверхности, попробуем представить, как возникает трение на примере простых механических моделей.

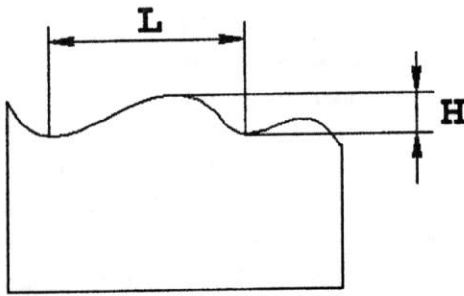


Рис. 1. Характерные размеры неровностей микроструктуры поверхности.

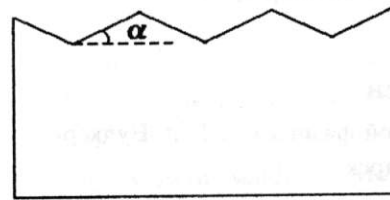


Рис. 2. Неровность поверхности в виде зигзага с характерным углом α .

Механические модели

Рассмотрим трение, которое возникает из-за шероховатости поверхностей. В первом приближении можно представить неровности тел в форме зигзага с характерным углом α (рис. 2). Тогда, в отличие от принятого в механике изображения сил, показанного на рис. 3а, силы в нашей модели будут выглядеть как на рис. 3б.

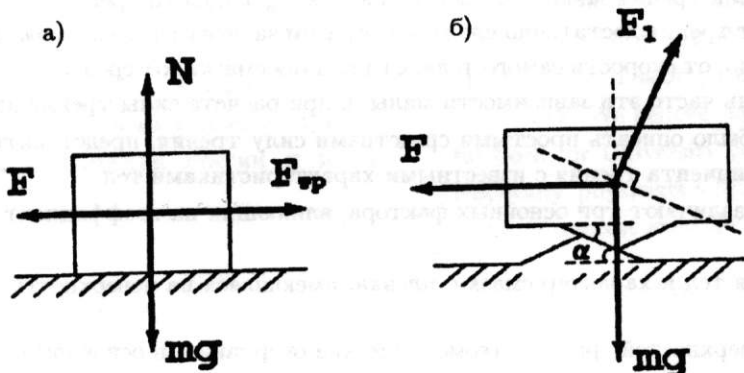


Рис. 3. Система сил: а) в классической механике; б) в принятой нами модели.

Связь этих двух систем очевидна:

$$F_{\text{тр}} = F_1 \sin \alpha,$$

$$N = F_1 \cos \alpha.$$

Мы знаем, что

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Тогда

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Этот результат в точности совпадает с ответом известной задачи о нахождении коэффициента трения для тела на наклонной плоскости: $\mu = \operatorname{tg} \phi$, где ϕ – критический угол наклона поверхности (рис. 4). Очевидно, что тело будет покоиться на выступах поверхности, пока $\alpha > \phi$. Недостаток данной модели состоит в том, что она применима, только если поверхности одинаковы.

Рассмотрим еще одну модель неровностей поверхности тела.

Предположим, что неровности – это сферы, характеризующиеся высотой выступа над поверхностью и радиусом закругления.

Место касания двух тел изображено на рис. 5. Из рисунка видно, что коэффициент трения характеризуется, как и в предыдущей модели, углом α , точнее $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.

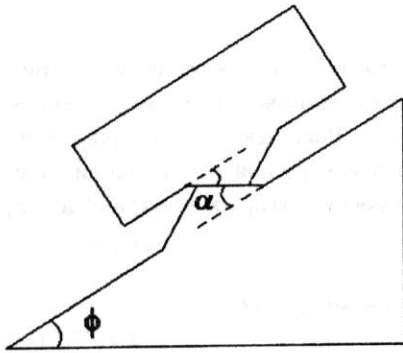


Рис. 4. Тело на наклонной поверхности в принятой нами модели.

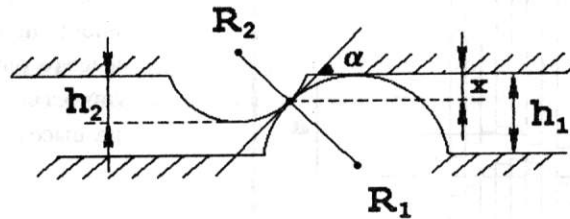


Рис. 5. "Модель сфер".

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} x &= R_1(1 - \cos \alpha), \\ h_2 &= R_1(1 - \cos \alpha) + R_2(1 - \cos \alpha) = (R_1 + R_2)(1 - \cos \alpha). \end{aligned}$$

Тогда

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{h_2}{R_1 + R_2}\right)^2} - 1}. \quad (2)$$

Если величина $\frac{h_2}{R_1 + R_2}$ мала (в нашем случае с обработанными поверхностями $h \ll R$), то коэффициент трения между различными поверхностями:

$$\mu_{12} = \sqrt{\frac{h_2}{R_1 + R_2}}, \quad (3)$$

а коэффициент трения между одинаковыми поверхностями:

$$\mu = \sqrt{\frac{h}{R}}. \quad (4)$$

Рассмотрим конкретный пример для известных нам величин для меди $H \approx 30$ мкм, $L \approx 250$ мкм (рис. 1) [1, 2]. Из уравнения (4):

$$\mu = \sqrt{\frac{8H^2}{L^2}} = 2\sqrt{2}\frac{H}{L} \approx 0.34. \quad (5)$$

Это значение очень близко к табличному $\mu = 0.33$ [1, 2, 3].

Допустим, нам даны два собственных коэффициента трения μ_1, μ_2 , то есть коэффициенты между одинаковыми поверхностями (например: медь по меди и сталь по стали) и относительный коэффициент трения μ (медь по стали). Тогда можно оценить соотношения высот и радиусов закругления:

$$\frac{h_1}{h_2} \approx \left(1 - \sqrt{\frac{1}{\mu_1^2 + 1}}\right) \left(2 \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{1}{\mu_2^2 + 1}}} - \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{1}{\mu_1^2 + 1}}}\right), \quad (6)$$

$$\frac{R_1}{R_2} \approx \frac{h_1}{h_2} \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{\mu_2^2 + 1}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{\mu_1^2 + 1}}}. \quad (7)$$

Таким образом, зная коэффициенты трения, мы можем судить о характерных размерах неровностей поверхности тел.

Данная модель дает представление только о природе трения, связанной с формой и размерами неровностей на поверхности тел. Но, как было указано выше, сила трения может возникать из-за межмолекулярного сцепления и притяжения. Тогда она прямым образом будет зависеть от площади реального соприкосновения.

Реальная площадь соприкосновения

Рассмотрим вопрос о площади соприкосновения двух тел, учитывая, что их поверхности негладки и касаются только в некоторых областях.

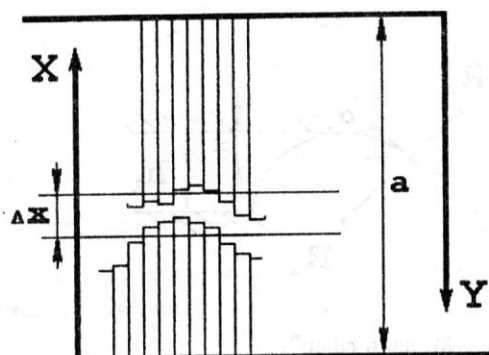


Рис. 6. Поверхности в виде стержней с торцами единичной площади ΔS .

Пусть поверхности представляют из себя множество стержней разной длины с торцом единичной площади ΔS (рис. 6). Распределение стержней по высоте описывает рельеф данной поверхности. Количество стержней, торец которых попадает в Δx , на высоте x равно

$$\Delta n = \phi(x)N \Delta x,$$

где $\phi(x)$ – функция распределения стержней по высоте x , а N – количество стержней.

Число соприкоснувшихся пар составляет

$$\Delta m = \Delta n_1 P_2 = \Delta n_1 \Delta n_2 / N,$$

где $P_2 = \Delta S_2 / S_{\text{полн.}} = \Delta n_2 / N$ – вероятность попадания стержня поверхности 2 на стержень поверхности 1.

Тогда

$$\Delta S_{\text{сопр.}} = \Delta S_1 \Delta S_2 / N.$$

Теперь мы можем вычислить реальную площадь соприкосновения:

$$S_{\text{реал.}} = S \int_0^a \phi(y) \left(\int_0^{a-y} \phi(x) dx \right) dy. \quad (8)$$

Для этого необходимо задать функции распределения неровностей поверхностей по высоте. Рассмотрим на примере, каким образом реальная площадь соприкосновения зависит от реакции опоры при простейшем зигзагообразном виде распределения неровностей.

Пример: зависимость реальной площади соприкосновения от реакции опоры

Площадь действительного соприкосновения представлена в уравнении (8).

Реакцию опоры можно представить в виде:

$$N = k \int_0^a \phi(y) \int_0^{a-y} \phi(x)(a-x-y) dx dy, \quad (9)$$

где $k = k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$, k_n – жесткость стержня тела n .

Зависимость площади от реакции опоры определяется функциями распределения неровностей по высоте. Рассмотрим зигзагообразные поверхности. Функции распределения стержней по высоте имеют вид:

$$\phi(x) = \gamma_1(a-x),$$

$$\phi(y) = \gamma_2(a-y).$$

Тогда из уравнений (8) и (9)

$$S_{\text{реал.}} = \frac{5}{24} S \gamma_1 \gamma_2 a^4, \quad (10)$$

$$N = \frac{11}{120} k \gamma_1 \gamma_2 a^5. \quad (11)$$

Таким образом, зависимость площади реального соприкосновения от реакции опоры при зигзагообразной структуре поверхности:

$$S_{\text{реал.}} = 1.41S(\gamma_1\gamma_2)^{1/5} \left(\frac{N}{k}\right)^{4/5}. \quad (12)$$

Видно, что площадь соприкосновения зависит от сил, действующих на тело, и от твердости самого тела. В свою очередь эта площадь характеризует площадь межмолекулярных "сцеплений", "спаек", что непосредственно влияет на силу трения. Таким образом, утверждение о том, что площадь соприкосновения тел не зависит от реакции опоры, неверно даже в классической механике. Правильнее было бы сказать, что ее зависимость невелика.

Заключение

Хотелось бы еще раз сказать, что коэффициент трения — это непостоянная величина. Он сложным образом зависит от множества факторов, упомянутых в самом начале. Но существуют условия, где основной вклад в трение вносит шероховатость поверхности.

На примере различных моделей мы показали, что $F_{\text{тр.}} \sim \text{tg}\alpha$, где α — угол, образуемый неровностями поверхностей. Из чего и получили связь коэффициента трения с размерами этих неровностей.

Также мы показали, что площадь соприкосновения тел зависит от реакции опоры, от неровностей поверхности и от упругих свойств тел.

В настоящее время природа силы трения изучена очень подробно [1]. Времена, когда коэффициент трения считали величиной, неизменной для всех тел и равной 0.25 — 0.3, и совсем недавние времена (тридцатые годы XX века), когда полагали, что коэффициент трения есть величина, неизменная для данной трущейся пары, ушли в прошлое. На сегодняшний день существует ясное и четкое понимание этого явления.

Литература

- [1] И.В. Крагельский, И.В. Виноградова. Коэффициенты трения, МАШГИЗ, Москва, 1962.
- [2] И.В. Крагельский, В.В. Аусина. Трение, изнашивание и смазка, Машиностроение, Москва, 1978.
- [3] Физические величины. Справочник, Энергоатомиздат, Москва, 1991.

Friction

N.I. Yakovlev

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk

Models describing friction and microstructure of a surface are considered. The relation between typical sizes of the microstructure and the coefficient of friction has been obtained. Also discussed is the dependence of the real contact area of bodies on the forces acting upon them, their size and shape as well as on the elasticity of the surface.

TAIL OF GRAVITATIONAL RADIATION AND COULOMB FINAL-STATE INTERACTION

I.B. Khriplovich and A.A. Pomeransky

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk
khriplovich@inp.nsk.su, pomeransky@inp.nsk.su

We present a simple intuitive derivation of the corrections to the intensity of gravitational radiation due to the so-called tail effect.

A special correction to the radiation intensity due to the so-called tail of radiation in gravitating systems, was pointed out long ago [1]. The effect was discussed afterwards in many articles, all corresponding references being too numerous to be presented in this short note. In particular, it was recognized that the phenomenon is due in fact to the gravitational attraction in the final state between the emitted radiation and emitting system. Still, in our opinion a simple picture of the effect is lacking up to now. Especially mysterious looks the dependence of the correction on v/c . As distinct from usual relativistic corrections, which contain only even powers of c^{-1} , this one starts with c^{-3} .

We present here an explanation of the effect based on its close analogy with the Coulomb final-state interaction. It is well-known (see for instance the textbook [2]) that the Coulomb final-state attraction between the particles modifies the probability by a factor

$$\frac{\xi}{1 - \exp(-\xi)}, \quad (1)$$

where

$$\xi = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}, \quad (2)$$

and $Z_1 e$ and $Z_2(-e)$ are the charges of the respective particles, v is their relative velocity. As an example one can consider the neutron β -decay with the Coulomb interaction between the electron and proton in final state (see Fig. 1, where the dashed line refers to the multiple Coulomb exchange).

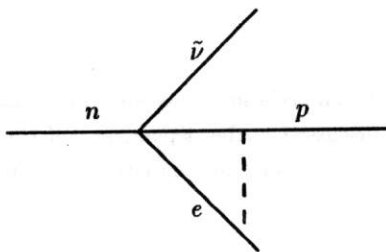


Figure 1. Coulomb correction to β -decay.

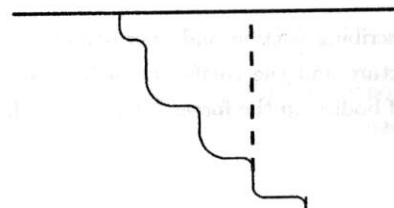


Figure 2. Newton correction to graviton emission.

Let us consider now the process we are interested in, that of the graviton emission. It can be presented by a similar diagram, Fig. 2, where the dashed line refers to the final-state gravitational attraction between the emitted graviton (wavy line) and the system itself. There is an obvious analogy with the previous process. The correspondence is as follows:

$$v \rightarrow c, \quad Z_1 Z_2 e^2 \rightarrow 2kM\mu.$$

Here k is the Newton gravitational constant, M is the mass of the radiating system, $\mu = \hbar\omega/c^2$ is the gravitating mass of emitted radiation, ω being its frequency. The overall factor 2 accounts for the well-known fact that the gravitational attraction for a massless particle is twice as large as that for a massive nonrelativistic one. So, in the gravitational problem we are interested in, the tail effect is described by the same formula (1) where now

$$\xi = \frac{4\pi k M \omega}{c^3}. \quad (3)$$

We wish to emphasize that both corrections due to the final-state interaction, the usual Coulomb correction and the gravitational "Newton" one we are interested in here, are of a universal nature in the following sense. Both enter as an overall factor at the probability or intensity calculated without them.

To first order in ξ the relative final-state correction to the radiation intensity is

$$\frac{2\pi k M \omega}{c^3}, \quad (4)$$

in agreement with the original result [3-5]. For the dipole electromagnetic radiation its frequency ω coincides with the revolution frequency ω_0 . For the quadrupole gravitational radiation $\omega = 2\omega_0$.

Obviously, one can obtain corrections of higher order in ξ , just expanding formula (1). In particular, we reproduce easily the next-order correction derived originally in Ref. [6]:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{4\pi k M \omega_0}{c^3} \right)^2. \quad (5)$$

Since the wavelength of radiation by a nonrelativistic system is large as compared to the size of the system, in a two-body problem M is nothing but the sum of the masses of components:

$$M = m_1 + m_2.$$

Thus, parameter ξ in a two-body problem becomes

$$\frac{4\pi k (m_1 + m_2) \omega_0}{c^3}. \quad (6)$$

One may wonder about the contributions to the intensity of radiation due to diagrams different from Fig. 2. The question is conveniently discussed in the case of a two-body problem. The diagram presented in Fig. 3, where the graviton interacts with two g_{00} lines, Newton ones, is in fact taken care of in the standard transformation to the quadrupole formula when starting from the spatial components of the stress-energy tensor T_{mn} ($m, n = 1, 2, 3$) which are the true source of the emitted graviton. Analogously, diagram of the type Fig. 4, with dotted line corresponding to the propagation of g_{0n} field, is accounted for by usual relativistic corrections to the simple quadrupole formula. All other diagrams either cancel or generate corrections of higher order in $1/c$.

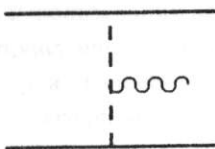


Figure 3. Diagram with graviton emission from two g_{00} , Newton, lines.

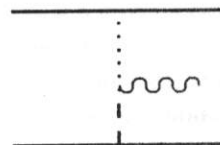


Figure 4. Diagram with graviton emission from g_{00} and g_{0n} (dotted line) lines.

We are grateful to R.A. Sen'kov for useful discussions and to B.S. DeWitt for the advice to publish this note.

Reference

- [1] DeWitt B.S. and Brehme R.W. Ann. Phys., **9**, 220, 1960.
- [2] Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Квантовая механика, М., Наука, 1989, с.658, 694.
- [3] Poisson E. Phys. Rev., **D47**, 1497, 1993.
- [4] Blanchet L. and Schäfer G. Class. Quantum Grav., **10**, 2699, 1993.
- [5] Wiseman A.G. Phys. Rev., **D48**, 4757, 1993.
- [6] Tagoshi H. and Sasaki M., Prog. Theor. Phys., **92**, 745, 1994.

“Хвост” гравитационного излучения и кулоновское взаимодействие в конечном состоянии

А.А. Померанский, И.Б. Хриплович

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, 630090 Новосибирск

Приведен простой интуитивный вывод поправок к интенсивности гравитационного излучения, обусловленных так называемым эффектом “хвоста”.

Задача 1

В тонком длинном диэлектрическом цилиндре длины $2l$ с круглым сечением радиуса a поляризация “заморожена” так, что вектор поляризации остается постоянным во всем объеме цилиндра и направлен вдоль его оси. Во сколько раз поле E_1 на оси цилиндра вблизи его торца больше, чем поле E_2 снаружи у середины цилиндра?

УПРАВЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ

П.В. Воробьёв, А.А. Борисов

Институт ядерной физики им.Г.И.Будкера, 630090 Новосибирск
Новосибирский государственный университет

Приведено описание лабораторной работы для изучения методов управления поляризацией электромагнитных волн и эффекта Фарадея в СВЧ диапазоне.

Сегодня экспериментальные методики, использующие поляризационные характеристики электромагнитного излучения, широко применяются как в фундаментальных исследованиях, так и в прикладных инженерных задачах. Современный специалист должен хорошо представлять основы методов контроля и управления поляризацией электромагнитного (э.м.) излучения.

Работа иллюстрирует стандартные методы управления поляризацией электромагнитного СВЧ излучения, основанные на использовании вращающихся фазовых пластинок и эффекта Фарадея в продольно намагниченном феррите. Демонстрируются физические аспекты механизма обратного рассеяния э.м. волн частично-невзаимными средами.

Введение

В настоящее время можно указать на следующие основные направления теоретических и экспериментальных исследований в области использования поляризации радиоволн:

- поляризационная селекция радиолокационных сигналов от точечных и распределенных объектов [1];
- передача сообщений модуляцией параметров поляризации электромагнитного поля [2];
- поляризационное разделение каналов связи;
- изучение свойств среды дальнего космоса [3];
- радиолокационное изучение характеристик различных материальных сред, в том числе поверхности и атмосферы Земли и других планет [4, 5].

Другая область, где необходимо управлять поляризацией э.м. волн, а также аккуратно учитывать невзаимные свойства среды — это исследования несохранения четности в слабых взаимодействиях [6] и прецизионные эксперименты по поиску новых взаимодействий. Эти эксперименты в существенной мере основаны на использовании поляризованного э.м. излучения. И в том и в другом случае совершенно необходимы управление поляризацией зондирующего излучения и правильный учет невзаимных свойств среды, в которой это излучение распространяется. Таким образом, техника управления поляризацией и точные поляризационные измерения определяют успех и точность прецизионных экспериментов по исследованию фундаментальных взаимодействий.

Управление поляризацией электромагнитного излучения, фазовые пластинки

Стандартным средством управления поляризацией э.м. излучения являются фазовые пластинки — полуволновые и четвертьволновые.

Четвертьволновая пластинка используется обычно для преобразования линейной поляризации э.м. волны в циркулярную (и обратно). Четвертьволновая пластинка для СВЧ диапазона представляет собой в простейшем случае достаточно длинную, тонкую пластинку из диэлектрика с малыми потерями, плоскость которой параллельна продольной оси круглого (квадратного) одномодового волновода и ориентирована под углом 45° к плоскости поляризации возбуждающей электромагнитной волны (в случае волновода квадратного сечения пластинка размещается по диагонали квадрата). В системе координат, естественных для пластинки, вектор линейной поляризации разлагается на две ортогональные компоненты: касательную и ортогональную к плоскости пластинки. Если пластинка тонкая, она практически не оказывает влияния на распространение ортогональной компоненты поляризации. Однако длина волны в волноводе для касательной компоненты поляризации заметно уменьшается благодаря большому коэффициенту "включения" диэлектрика (высокое эффективное значение ϵ для данной компоненты поляризации). Подбором длины, толщины и ϵ диэлектрика можно добиться, чтобы относительный набег фаз в ортогональных компонентах достиг $\pi/4$ и выходящая волна стала циркулярно поляризованной.

Аналогичные рассуждения можно провести и для **полуволновой пластинки**.

Следует заметить, что фазовые пластинки СВЧ диапазона, особенно для волноводов с высоким уровнем мощности, часто изготавливают из отрезков волновода эллиптического сечения определенной длины. Такая конструкция необходима потому, что при высоком уровне мощности возникает СВЧ пробой волновода по поверхности диэлектрической пластины. Если размер малой оси эллипса достаточно близок к критическому размеру волновода для рабочей частоты, то, используя большую разницу фазовых скоростей, удастся создавать компактные и эффективные устройства управления поляризацией при высоком уровне СВЧ мощности.

Распространение сигнала в тракте описывается выражением:

$$\vec{u}_1 = L \vec{u}_0. \quad (1)$$

Оператор L – матрица, описывающая преобразование вектора поляризации электромагнитного поля \vec{u} при распространении э.м. волны. При работе на отражение, когда приемник и излучатель совмещены, а волна проходит тракт в прямом и обратном направлениях, выражение (1) принимает вид:

$$\vec{u}_1 = L^T S L \vec{u}_0. \quad (2)$$

где L – оператор, описывающий поляризационные свойства тракта, S – матрица рассеяния отражателя. Скалярный сигнал (напряжение на зажимах антенны) получается из, вообще говоря, комплексного вектора поляризации электромагнитного поля \vec{u} скалярным умножением на вектор поляризационного отклика антенны. Например, скалярный отклик антенны вертикальной поляризации определяется как:

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{u}. \quad (3)$$

А скалярный отклик антенны горизонтальной поляризации определяется как:

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{u}. \quad (4)$$

В общем случае оператор L может быть представлен в мультипликативной форме:

$$L = R \cdot F = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \epsilon & i \sin \epsilon \\ i \sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix} \quad (5)$$

и параметризован двумя независимыми параметрами ϵ и θ , определяющими эллиптичность и ориентацию вектора \vec{u} .

Поляризационные операторы **четвертьволновой** – L_1 и **полуволновой** – L_2 фазовых пластинок в декартовом поляризационном базисе (в системе координат XOY), совмещенной с осями прямоугольного волновода (поляризационного расщепителя), имеют вид:

$$L_1 = \begin{pmatrix} \cos^2 \epsilon + i \sin^2 \epsilon & -0.5 \sin 2\epsilon (1 + i) \\ 0.5 \sin 2\epsilon (1 - i) & \cos^2 \epsilon - i \sin^2 \epsilon \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где углы отсчитываются в нашем случае от вертикали. Очевидно, что операторы L_1 и L_2 унитарны (что соответствует предположению об отсутствии поглощения в пластинке).

Эффект Фарадея

Суть эффекта Фарадея заключается во вращении плоскости поляризации э.м. волн при прохождении через слой продольно намагниченного пара — или ферромагнетика (т.е., когда $k \parallel B$). При этом направление вращения поляризации определяется направлением вектора намагниченности среды, то есть вектор поляризации э.м. волн поворачивается в одном и том же направлении в лабораторной системе (и на одинаковый угол) как при прямом, так и при обратном прохождении через намагниченный феррит. В результате при прохождении намагниченного феррита в прямом и обратном направлении угол поворота вектора поляризации э.м. волн удваивается.

Рассмотрим качественно механизм возникновения эффекта Фарадея. Пусть есть слой феррита, намагниченный ортогонально поверхности в результате наложения внешнего магнитного поля. Намагниченность вещества подразумевает поляризацию нескомпенсированных спинов его электронов вдоль поля. При отклонении от положения равновесия спин электрона начинает прецессировать, причем направление оси прецессии определяется направлением намагничивающего поля. Частота прецессии определяется выражением

$$\omega = \frac{ge}{2mc} H, \quad (8)$$

здесь H — внутреннее магнитное поле среды, действующее на электрон.

Разложим теперь нашу плоско-поляризованную волну на компоненты с циркулярной поляризацией. Если частота э.м. волн лежит достаточно далеко от частоты ферромагнитного резонанса, то поглощение в феррите мало и компоненты с обеими поляризациями распространяются практически без затухания. Волна с циркулярной поляризацией, направление вращения которой совпадает с направлением прецессии спинов ферромагнетика, взаимодействует с ферритом сильнее, чем волна с противоположным вращением. В результате при прохождении слоя возникает относительный набег фаз, который и приводит к повороту результирующего вектора поляризации. Очевидно, что поворот вектора поляризации определяется только направлением прецессии спинов и не зависит от направления распространения волны.

То же рассмотрение применимо и к вращению поляризации э.м. волн в продольно замагниченной плазме. Только теперь вместо прецессии магнитного дипольного момента электрона мы должны рассмотреть движение электронов плазмы по круговым орбитам, плоскость которых перпендикулярна направлению магнитного поля. Как и в случае ферромагнетика, с замагниченными электронами плазмы сильнее взаимодействует волна, вектор поляризации которой вращается в том же направлении, что и электроны плазмы во внешнем магнитном поле (только теперь волна взаимодействует с электрическим дипольным моментом электрона $d = er$, движущегося по циклотронной орбите радиуса r в магнитном поле).

В этом состоит отличие эффекта Фарадея от вращения поляризации при прохождении обычных оптически активных киральных сред (например, раствора сахара). Вращение плоскости поляризации в киральных средах (например, в среде, состоящей из левых спиральных молекул) определяется спиральностью молекулы и происходит в определенном направлении относительно направления распространения волны (так как левая спираль всегда левая, с какого конца на нее не смотри). То есть опять, циркулярная компонента волны, направление вращения которой при прохождении среды совпадает с закруткой спиральной молекулы, взаимодействует с веществом сильнее, чем другая циркулярная компонента. В результате возникает относительный набег фаз и, как следствие, поворот вектора поляризации плоско-поляризованной волны. Теперь вектор поляризации волны вращается относительно волнового вектора волны в направлении, определяемом знаком спиральности молекул среды. Поэтому при распространении э.м. волн в прямом и обратном направлении эффект вычитается и суммарное вращение отсутствует.

Заметим, что в зарядово симметричной среде (например в электрически нейтральном электрон-позитронном газе) эффект Фарадея отсутствует.

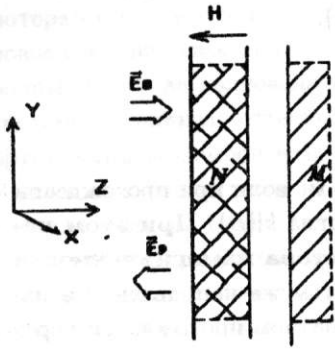


Рис. 1.

Наиболее детальное описание электродинамики намагниченного феррита дано в монографии [7], а анализ вращения плоскости поляризации сантиметровых волн в продольно намагниченной ферритовой шайбе был проведен в работе [8]. Хорошими учебниками по физике ферромагнетиков могут служить книги [9, 10].

Рассмотрим теперь невзаимные свойства намагниченного (пара) ферромагнетика более подробно. Пусть отражатель образует планарная среда, схематично изображенная на рис. 1, где N – слой слабо поглощающего продольно намагниченного феррита, M – идеально проводящий экран.

Взаимосвязь между падающим \vec{e}_0 и отраженным \vec{e}_r полями устанавливается соотношением

$$\vec{e}_r = N_{обр} N \vec{e}_0, \quad (9)$$

где N – оператор “пропускания” ферритового слоя при движении волны поля слева-направо, $N_{обр}$ – при движении волны справа-налево. В выражении (9) векторы \vec{e}_0 , \vec{e}_r записаны в одной и той же системе координат XOY , правосторонней по отношению к волне \vec{e}_0 . Мы не учитываем отражения от границы ферритового слоя, поскольку на практике выбор геометрии объема, занимаемого ферритом, позволяет свести обратное отражение от границы раздела практически к нулю.

Тем не менее существует эффект вращения плоскости поляризации при отражении э.м. волн от поверхности ферромагнетика, намагниченного перпендикулярно поверхности (эффект Керра). Это явление лежит в основе принципа оптического считывания информации с магнитооптических (МО) дисков. Не следует путать линейный продольный магнитооптический эффект Керра с квадратичным поперечным электрооптическим эффектом Керра, связанным с появлением двулучепреломления полярных жидкостей в поперечном электрическом поле.

Как известно, намагниченная, однородная и изотропная в отсутствие внешнего магнитного поля гиротропная среда, описывается тензором магнитной (диэлектрической) проницаемости:

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu & +i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon & +i\epsilon_a & 0 \\ -i\epsilon_a & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{||} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Легко видеть, что антисимметричные компоненты тензора восприимчивости обеспечивают появление поперечной компоненты намагниченности \vec{m} (или электрической поляризации среды)

$$m_j = \mu_{ij} h_i, \quad (12)$$

ортогональной переменному поперечному магнитному (электрическому) полю \vec{h} и сдвинутой относительно него по фазе на 90° .

Случай $\mu \neq 0$, $\epsilon \approx 0$ соответствует намагниченному ферромагнетнику.

Случай $\mu \approx 0$, $\epsilon \neq 0$ – намагниченной плазме [11].

Для продольно намагниченной среды дисперсионное соотношение имеет вид [7]:

$$k^2 = k_0^2 (\epsilon \pm \epsilon_a) (\mu \pm \mu_a), \quad (13)$$

где знак “+” используется для правого, а знак “–” — для левого вращения э.м. волны относительно направления, заданного вектором намагниченности (внешнего магнитного поля). Очевидно, наиболее

примечательное свойство замагниченного феррита, обусловленное его невзаимностью, состоит в том, что при обратном прохождении волны ее плоскость поляризации поворачивается в ту же сторону, что и при прямом прохождении, и на тот же угол. Для ненулевой напряженности магнитного поля оператор N , описывающий преобразование электромагнитной волны, в декартовом поляризационном базисе имеет вид:

$$N = \begin{pmatrix} \cos \alpha & +\sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (14)$$

и ферритовый слой осуществляет поворот плоскости поляризации проходящей через него волны на угол α , не изменяя параметров эллиптичности волны. Угол α — функция напряженности магнитного поля H . Для малых значений значений H , когда намагниченность феррита далека от насыщения и, тем более, когда $H < H_{res}$, величина поля, соответствующего продольному ферромагнитному резонансу, α пропорциональна величине M (технической намагниченности феррита) и толщине ферритового слоя l :

$$\alpha \sim M_0 l. \quad (15)$$

Знак угла зависит от полярности магнитного поля.

Так как мы не учитывали малое поглощение энергии волны в феррите, оператор $N_{обp}$ в выражении (9) идентичен оператору N и выражение (9) имеет вид:

$$\vec{e}_p = N N \vec{e}_0 = N^2 \vec{e}_0. \quad (16)$$

Заметим, что если заменить (в геометрии рис. 1) ферритовый слой на взаимную среду, описываемую оператором L из (5), то выражение (16) примет вид:

$$\vec{e}_p = L^T \cdot L \cdot \vec{e}_0 \text{ и, соответственно, } S = L^T \cdot L, \quad (17)$$

т.е. оператор обратного рассеяния S такой среды всегда симметричен. Для замагниченного феррита оператор обратного рассеяния всегда несимметричен

$$S = N^2 = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \quad (18)$$

и при некотором значении подмагничивающего поля $H = H_0$, для которого $\alpha = \pi/4$, имеет вид антисимметричного оператора

$$S_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

В силу инвариантности антисимметричного оператора относительно любых преобразований поляризационного базиса исследуемая планарная среда при $H = H_0$ обладает уникальными свойствами обратного рассеяния электромагнитных волн: отраженный сигнал имеет поляризацию, ортогональную падающему сигналу, независимо от выбранного поляризационного базиса. Кроме того, оператор обратного рассеяния всегда можно разложить на сумму взаимной и невзаимной компонент.

$$S = S_{sim} + \Delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Причем

- взаимная и невзаимная часть оператора рассеяния **ортогональны**,
- невзаимная антисимметричная часть **инвариантна** относительно преобразования поляризационного базиса.

Поэтому мощность отраженного сигнала может быть всегда представлена в виде:

$$P = |S_{sim}|^2 + |\Delta|^2 \quad (21)$$

(подробно этот вопрос изложен в [12]).

Описание установки

Схема установки приведена на рис. 2.

Установка включает в себя ферритовый стержень, размещенный в секции круглого волновода (фарадеевская ячейка). Соленоидальный электромагнит ТМ, на оси которого расположена секция с ферритом, позволяет изменять степень намагниченности ферритового стержня в широких пределах. С одной стороны фарадеевская ячейка имеет заслонку, которая позволяет либо закорачивать волновод и проводить измерения характеристик отраженного сигнала, либо подключать вращающуюся диодную головку для анализа поляризации проходящей волны.

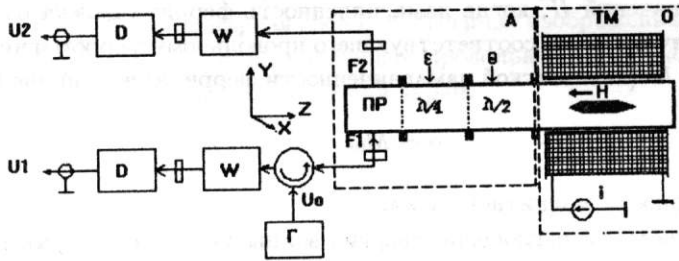


Рис. 2.

Две секции круглого волновода, с размещенными в них фазовыми непоглощающими пластинками $\lambda/4$ и $\lambda/2$, соединены между собой и секцией, содержащей ферритовый стержень, с одной стороны, а также соединены с круглым фланцем поляризационного расщепителя ПР с другой стороны при помощи вращающихся дроссельных сочленений. Это позволяет менять ориентацию фазовых пластинок $\lambda/4$ и $\lambda/2$ путем поворота секций вокруг оси на угол ε для пластинки $\lambda/4$ и угол θ для пластинки $\lambda/2$.

Поляризационный расщепитель ПР осуществляет разложение входной, со стороны круглого фланца, волны на две ортогональные линейно-поляризованные компоненты. Вентили W служат для согласования детекторных головок D с выходами F1, F2 поляризационного расщепителя ПР.

Измерения проводятся следующим образом. Высокочастотный сигнал u_0 с частотой 9.5 ГГц с выхода генератора Г (Г4-83 или клистрона) через циркулятор подается на вход F1 поляризационного расщепителя ПР. При этом на входе секции $\lambda/4$ внутри круглого волновода возбуждается линейно поляризованная волна, плоскость поляризации которой ориентирована вдоль оси OX системы координат XOY (см. рис. 2), образованной ортогональными осями плеч поляризационного расщепителя ПР. Волна проходит через все секции, отражается от закороченного конца последней и проходит все секции в обратном направлении. На выходах F1, F2 расщепителя ПР формируются сигналы u_1 , u_2 , удовлетворяющие соотношению

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \tilde{L}_1 \tilde{L}_2 S L_2 L_1 \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где S – оператор отражения секции с ферритом, описываемый выражением (18), L_1 – оператор пропускания $\lambda/4$ -пластинки, L_2 – оператор пропускания $\lambda/2$ -пластинки.

Сигналы u_1 , u_2 поступают на линейные детекторные головки, выходные отклики которых оцениваются для разных угловых положений фазовых пластинок.

Порядок выполнения работы

Внимательно ознакомьтесь с литературой, содержанием работы, устройством и принципом действия приборов по их заводским описаниям, выписать их основные технические характеристики и начертить принципиальную схему установки.

Собрать экспериментальную установку согласно рис. 2.

1. Включить осциллограф для прогрева.
- 2а. Если в качестве источника СВЧ используется генератор Г4-83 или аналогичный, установить:

- частоту 9350 МГц,
- ослабление 20 дБ,
- род модуляции – меандр. Включить генератор.

26. Если в качестве генератора СВЧ используется клистрон:

- подключить напряжение накала и напряжение отражателя к клистрону. **ВНИМАНИЕ!** Питание резонатора клистрона включите только после минутного нагрева накала.

3. Добиться подбором чувствительности четкого приема сигналов с выходов U_1 и U_2 на экране двухлучевого осциллографа. Вращая пластинки $\lambda/4$ и $\lambda/2$ убедиться, что сигналы U_1 и U_2 реагируют на изменение поляризации.

Напомним, что поляризационные параметры э.м. волн это:

θ – угол наклона большой оси поляризационного эллипса относительно выбранного поляризационного базиса (в нашем случае относительно вертикали);

r – параметр эллиптичности (отношение малой полуоси поляризационного эллипса к большой полуоси), $r = r_{min}/r_{max} = U_{min}/U_{max}$ ($r = 0$ – линейная поляризация, $r = 1$ – круговая поляризация).

Упражнение I. Управление поляризацией электромагнитной волны с помощью четвертьволновой пластинки.

Поместить после поляризационного расщепителя четвертьволновую пластинку.

1. Получить э.м. волну эллиптической поляризации. Измерить зависимость параметров эллиптичности э.м. волны в зависимости от угла поворота четвертьволновой пластинки. Измерения поляризационных характеристик прошедшей волны производятся с помощью дополнительной вращающейся диодной головки. Измерения поляризационных характеристик отраженной волны производятся по сигналам U_1, U_2 с детекторных головок D_1, D_2 при введении заслонки-зеркала после четвертьволновой пластинки.

Что наблюдается в прямом и отраженном канале?

2. Построить измеренную зависимость поляризационных параметров θ и r проходящей волны в зависимости от угла поворота четвертьволновой пластинки и сравнить с графиком, полученным из выражения (6)

3. Получить э.м. волну круговой поляризации.

Что наблюдается при измерениях в проходящей и отраженной волне?

4. Получить э.м. волны линейной поляризации.

5. Объяснить результаты измерений.

Упражнение II. Управление поляризацией электромагнитной волны с помощью полуволновой пластинки.

Поместить после поляризационного расщепителя полуволновую пластинку.

1. Поместить диодную головку на выходе полуволновой пластинки. Исследовать зависимость поляризационных параметров э.м. волн на выходе полуволновой пластинки в зависимости от угла поворота пластинки. (Угол поворота вектора поляризации удобно измерять по минимуму сигнала с головки. При этом следует помнить, что измеренный угол отличается от истинного на 90° .)

2. Построить график зависимости поляризационных параметров θ и r проходящей волны в зависимости от угла поворота полуволновой пластинки и сравнить с графиком, полученным из выражения (7).

3. Что наблюдается при вращении полуволновой пластинки в отраженной волне (т.е., когда на выходе пластинки стоит заглушка-зеркало)?

4. Получить линейно-поляризованную волну с углами наклона вектора поляризации 45° и 90° .

5. Объяснить результаты измерений.

Объяснить, как и почему при последовательном включении в тракт четвертьволновой и полуволновой пластинок можно получить на выходе сигнал с любой поляризацией.

Упражнение III. Управление поляризацией э.м. волны с помощью эффекта Фарадея.

1. Присоединить дополнительную вращающуюся диодную головку к ячейке Фарадея после заслонки. Открыть заслонку. Подать на электромагнит напряжение. Изменяя напряжение на электромагните, найти зависимость угла поворота плоскости поляризации от величины магнитного поля внутри соленоида.

2. Построить график.

3. Закрыть заслонку. Подключить осциллограф согласно рис. 2. Изменяя магнитное поле в соленоиде, добиться абсолютной невзаимности отражателя, когда при любой поляризации падающей волны отраженная волна имеет ортогональную поляризацию. Что должно наблюдаться, если любая поляризация преобразуется в ортогональную? Объяснить, почему сигнал U_2 в ортогональном канале не зависит от углов поворота четвертьволновой и полуволновой пластинок.

4. Выключить соленоид, поставить четвертьволновую пластинку в нулевое положение и вращением полуволновой пластинки добиться на выходе ячейки Фарадея вертикальной поляризации. (Чтобы получить точно линейную вертикальную поляризацию, возможно следует слегка подстроить угол поворота четвертьволновой пластинки.) Включить магнит ячейки Фарадея и, изменяя ток, получить на выходе состояние э.м. волн с линейной поляризацией под углом 45° . Закрыть задвижку и измерить сигналы U_1 , U_2 с детекторных головок D_1 , D_2 . Как эти сигналы теперь зависят от углов поворота фазовых пластинок? Объяснить результат.

5. Объяснить, почему в зарядово-симметричной среде нет эффекта Фарадея?

Литература

- [1] Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потегин В.А. Поляризация радиолокационных сигналов. Сов. радио, М., 1966.
- [2] Гусев К.Г., Филатов Ф.Д., Сополев А.П. Поляризационная модуляция, Советское радио, М., 1974.
- [3] Ralston G.P. Phys. Rev. Lett., **78**, 3043, 1997.
- [4] Богородский В.В., Канарейкин Д.Б., Козлов А.И. Поляризация рассеянного и собственного радиоизлучения земных покровов, Гидрометеиздат, Л., 1981.
- [5] Boerner W.M., Jamaguchi Y. A State-of-Art Review in Radar Polarimetry and its Applications in Remote Sensing, IEEE Aerosp. and Electron. Syst. Mag., N5 **3**, 1990.
- [6] Хрипович И.Б. Несохранение четности в атомных явлениях, Наука, М., 1988.
- [7] Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках, Наука, М., 1973.
- [8] Поливанов К.М., Колли Я.Н., Хасина М.Б. Изв. АН СССР, Сер. Физ., ХУШ, 350, 1954.
- [9] Крупичка С. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов, т.1,2, Мир, М., 1976.
- [10] Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма, т.1, Мир, М., 1983; т.2, Мир, М., 1987.
- [11] Сулл Г., Уокер Л. Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах, ИЛ, 1955.
- [12] Хлусов В.А., Воробьев П.В. Препринт ИЯФ 95-106, 1995.

Control and analysis of the electromagnetic wave polarization and Faraday-effect

P.V. Vorob'ev, A.A. Borisov

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk

We present the work for illustration of the methods for control and analysis of the electromagnetic wave polarization and the investigation of Faraday-effect in nonreciprocal media.