

1-Теоретическая физика

- Агафонов Александр Алексеевич, 5 курс
Йошкар-Ола, Марийский государственный университет, физико-математический
Принцип геодезических и ускорение свободного падения
Мубаракшин Искандер Рахимович, к.ф.-м.н.
e-mail: aga4nov@mail.ru стр. 36
- Александровская Мария Сергеевна, 4 курс
Казань, Казанский государственный университет, физический
Прогноз уровня космического шума для радиосистем, использующих остронаправленные антенны
Курганов Александр Ростиславович, к.ф.-м.н.
e-mail: marialek@rambler.ru стр. 37
- Бикмурзин Рустам Васильевич, 5 курс
Красноярск, Красноярский государственный университет, Физический
Один класс точных статических решений уравнений Эйнштейна для жидкого шара
Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н.
e-mail: rustam_b_v@mail.ru стр. 38
- Власов Захар Владимирович, аспирант
Красноярск, Красноярский государственный университет, физический
Обобщение одного класса точных решений для электрически заряженных астрофизических объектов
Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н.
e-mail: raven_z@freemail.ru стр. 39
- Грабовский Андрей Владимирович, 6 курс
Новосибирск, Новосибирский Государственный Университет, физический
Вычисление импакт-фактора перехода виртуального фотона в легкий векторный мезон в однопетлевом приближении в теории возмущений на световом фронте.
Фадин Виктор Сергеевич, д.ф.-м.н.
e-mail: agrabovskiy@gmail.com стр. 41
- Гусаревич Евгений Степанович, доцент
Архангельск, Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический
Непертурбативные формулы типа Бёте для сечений ридберговских переходов в атомах при их столкновениях с релятивистскими многозарядными ионами
Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.
e-mail: gusarevich.eugeny@pomorsu.ru стр. 42
- Джелаухова Галина Сергеевна, 4 курс
Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет, физический
Дискретные бризеры на одномерной монокристаллической решетке с однородным потенциалом четвертой степени
Чечин Георгий Михайлович, к.ф.-м.н.
e-mail: djel@rambler.ru стр. 44
- Жуков Константин Геннадьевич, м.н.с.
Ростов-на-Дону, НИИ физики Ростовского государственного университета, -
К исследованию устойчивости колебательных режимов в октаэдрической нелинейной динамической системе
Чечин Георгий Михайлович, к.ф.-м.н.
e-mail: kgz@inbox.ru стр. 45
- Каспржицкий Антон Сергеевич, аспирант 1 года
Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения, энергетический
Резонансное неупругое рассеяние фотона атомом неона
Явна Виктор Анатольевич, д.ф.-м.н.
e-mail: anton1982@mail.ru стр. 47

- Каспржицкий Антон Сергеевич, аспирант 1 года
Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения, Энергетический
Резонансное неупругое контактное рассеяние рентгеновского фотона атомом
Хоперский Алексей Николаевич, д.ф.-м.н.
e-mail: anton1982@mail.ru стр. 48
- Козлов Михаил Геннадьевич, аспирант
Новосибирск, Институт Ядерной Физики им. Будкера СО РАН, физический
Проверка условия бутстрапа для рождения глюона в мультiredжевской кинематике
Фадин Виктор Сергеевич, д.ф.-м.н.
e-mail: m.g.kozlov@gmail.com стр. 49
- Колганова Елена Петровна, 4 курс
Волгоград, Волгоградский государственный педагогический университет, физический
Энергия Ферми одномерной сверхрешетки
Глазов Сергей Юрьевич, к.ф.-м.н.
e-mail: glazov@vspsu.ru стр. 50
- Конченков Владимир Игоревич, 3 курс
Волгоград, Волгоградский государственный педагогический университет, Физический
Применение теории непрерывных групп Ли для отыскания автомодельного решения уравнения в частных производных
Жуков Борис Александрович, д.т.н.
e-mail: kontchenkov@list.ru стр. 51
- Коркин Сергей Владимирович, 6 курс
Балашиха Моск. области, Московский энергетический институт, электронной техники
Перенос поляризованного излучения в мутных сильно анизотропных средах в малоугловой модификации метода сферических гармоник
Будак Владимир Павлович, д.т.н.
e-mail: sergei_korkin@mail.ru стр. 53
- Коркин Сергей Владимирович, 6 курс
Балашиха Моск. области, Московский энергетический институт, электронной техники
Применение и описание поляризации в светотехнике
Будак Владимир Павлович, д.т.н.
e-mail: sergei_korkin@mail.ru стр. 54
- Краснобаев Евгений Алексеевич, 5 курс
Витебск, Витебский государственный университет, физический
Матричная запись уравнений Максвелла
Андрушкевич Иосиф Евгеньевич, к.ф.-м.н.
e-mail: web@open.by стр. 55
- Магомедов Шамиль Алиасхабович, аспирант
Махачкала, Дагестанский государственный университет, физический
Расчёт времени спин-спиновой релаксации с учетом локальной геометрии поверхности ферромагнетика
Мусаев Гапиз Мусаевич, д.ф.-м.н.
e-mail: mgm20001942@mail.ru стр. 57
- Николаев Григорий Борисович, 4 курс
Якутск, Якутский государственный университет. Физико - технический институт, физический
Релятивистски - инвариантная ковариантная запись уравнений Навье - Стокса
Степанов Валерий Егорович, д.ф.-м.н.
e-mail: grimaza@mail.ru стр. 58
- Панищев Олег Юрьевич, аспирант
Казань, Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, физический
Немарковские эффекты и хаотичность в стохастической динамике рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105

- Юльметьев Ренат Музипович, д.ф.-м.н.
e-mail: oleg@theory.kazan-spu.ru стр. 59
- Панищев Олег Юрьевич, аспирант
Казань, Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, физический
Информационные модели случайности и немарковости в электромагнитных откликах коры головного мозга человека
Юльметьев Ренат Музипович, д.ф.-м.н.
e-mail: oleg@theory.kazan-spu.ru стр. 61
- Пашев Игорь Николаевич, аспирант 3 года
Архангельск, Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический
Рождение пар при взаимодействии атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля
Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.
e-mail: pashev.igor@pomorsu.ru стр. 63
- Рассадин Александр Эдуардович, коорд. объедин. научно-обобщ. прогр.
Нижегород, Нижегородское региональное отделение НТОРЭС им. А. С. Попова, нет
Векторы Киллинга пространства-времени с однородными скрещенными электрическим и магнитным полями
Бурланков Дмитрий Евгеньевич, к.ф.-м.н.
e-mail: al_ras@pochta.ru стр. 64
- Резниченко Алексей Викторович, аспирант
Новосибирск, Институт Ядерной Физики им. Будкера СО РАН, физический
Доказательство реджезации глюона в следующем за главным логарифмическом приближении
Фадин Виктор Сергеевич, д.ф.-м.н.
e-mail: A.V.Reznichenko@inp.nsk.su стр. 65
- Рубан Геннадий Юрьевич, 6 курс
Новосибирск, Новосибирский государственный университет, Физический
Квазинормальные моды для произвольного спина в метрике Шварцшильда
Хриплович Иосиф Бенционович, д.ф.-м.н.
e-mail: gennady-ru@ngs.ru стр. 66
- Рябченко Сергей Васильевич, аспирант 3 года
Архангельск, Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический
Множественная ионизация структурного иона при столкновениях с нейтральным атомом
Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.
e-mail: ryabchenko.sergey@pomorsu.ru стр. 67
- Сидоров Дмитрий Борисович, аспирант 2 года
Архангельск, Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический
Потери энергии релятивистских структурных ионов
Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.
e-mail: sidorov.dmitry@pomorsu.ru стр. 69

Принцип геодезических и ускорение свободного падения

Агафонов Александр Алексеевич

Мубаракишин Искандер Рахимович, Софронов Андрей Евгеньевич

Марийский государственный университет

Мубаракишин Искандер Рахимович, к.ф.-м.н.

aga4nov@mail.ru

Гравитационное поле сферически симметричного источника вне этого источника описывается внешним решением Шварцшильда, вакуумным решением уравнений Эйнштейна:

$$ds^2 = e^{\nu}(r)c^2 dt^2 - e^{\lambda}(r)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad e^{\nu}(r) = 1 - \frac{\alpha}{r}, \quad e^{\lambda}(r) = \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{r}},$$

где $\alpha = \frac{2kM}{c^2}$, M - масса источника.

Поле внутри источника описывается внутренним решением Шварцшильда, т.е. решением уравнений Эйнштейна в материальной среде с использованием какого-то уравнения состояния. Рассматривая среду как идеальную жидкость и используя уравнение состояния идеальной жидкости, можно получить внутреннее решение Шварцшильда для идеальной жидкости:

$$e^{\nu} = \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 - qR^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qr^2} \right)^2, \quad e^{\lambda} = \frac{1}{1 - qr},$$

где $q = \frac{1}{3} \chi \mu_0$, $\chi = \frac{8\pi k}{c^4}$ - эйнштейновская гравитационная постоянная, μ_0 - плотность жидкости.

Каждое из этих решений предполагает использование своей координатной карты, и поверхность источника является границей, на которой должны сшиваться карты и решения.

В соответствии с принципом геодезических движение в гравитационном поле (свободное падение) пробных тел должно происходить по геодезическим. Рассматривая внешнее и внутреннее решения как описание единого гравитационного поля, приходим к требованию, что геодезические внешнего решения должны переходить в геодезические внутреннего решения. При этом движение пробного тела внутри источника предполагается происходящим в достаточно узкой полости вдоль траектории, так что тело не испытывает сопротивления вещества источника, а сама полость не создает заметного искажения гравитационного поля.

В настоящей работе рассмотрены радиальные времениподобные геодезические полного поля Шварцшильда и показано однозначное соответствие геодезических, подходящих к границе внешнего и внутреннего решений, получено выражение для ускорения свободного падения.

Поскольку ускорение оказывается зависящим от скорости, то найдено его значение для мгновенно покоящейся частицы, которое непосредственно должно совпадать с величиной, определяемой в гравиметрических экспериментах.

$$\text{Для внешней области: } w^{\text{ex}}(r) = -\frac{\alpha c^2}{2r^2} \left(1 - \frac{\alpha}{r} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Для внутренней области: } w^{\text{in}} = -c^2 qr \left[3\sqrt{1 - qR^2} - \sqrt{1 - qr^2} \right]^{-1}.$$

Рассмотрено внутреннее решение с распределением вещества в виде сферических слоев для изучения степени влияния структуры источника на ускорение свободного падения во внутренней области.

Прогноз уровня космического шума для радиосистем, использующих остронаправленные антенны

Александровская Мария Сергеевна
Казанский государственный университет
Курганов Александр Ростиславович, к.ф.-м.н.
marialek@rambler.ru

При расположении антенн радиоаппаратуры вдали от источников индустриального и искусственного шума, принимаемый радиосигнал имеет, кроме полезной, шумовую составляющую по преимуществу имеющую внеземное происхождение. Во вселенной существует большое количество источников радиоизлучения. К ним относятся: звезды, галактики, пульсары, квазары. К наиболее важным механизмам, объясняющим непрерывное излучение радиоисточников, относятся: тепловое излучение «черных тел», тепловое излучение ионизированных газов и синхротронное излучение.

Существуют радиосистемы мониторинга метрологических, сейсмических и экологических данных, снимаемых в труднодоступной местности. При этом уровень затрат на обслуживание автономно работающих пунктов сбора данных во многом зависит от энергетических затрат приемо-передатчиков этих пунктов. Для определения отношения сигнал/шум необходимо знать, какой уровень шума будет в данной точке наблюдения при данном расположении узконаправленной антенны в определенный момент времени. Наибольший вклад в космический шум вносит Солнце как самый близкий к Земле источник излучения, но только когда Солнце «попадает» в главный лепесток диаграммы направленности антенны. Большой вклад в уровень космического шума дает излучение галактик. Радиоизлучение нашей Галактики складывается из распределенного (фонового) излучения и излучения дискретных источников. Эти дискретные источники можно разделить на несколько классов: 1) остатки сверхновых, такие, как Кассиопея А и Крабовидная туманность, имеющие спектр с ростом плотности потока в сторону длинных волн, 2) облака ионизированного водорода, такие, как туманность Ориона, 3) облака нейтрального водорода, излучающих линии на волнах сантиметрового диапазона и т.д. Фоновое излучение состоит из излучения неразрешенных дискретных источников и более или менее непрерывно распределенного излучения - смеси теплового излучения ионизированного водорода и нетеплового излучения релятивистских частиц, движущихся в галактическом магнитном поле.

Кроме излучения дискретных источников «монохроматического» излучения, в нашей Галактике существует еще фоновое излучение, которое может состоять как из излучения неразрешенных дискретных источников, так и из непрерывно распределенного излучения Галактики. Последнее прежде всего регистрируется в виде узкой полосы, охватывающей с обеих сторон галактическую плоскость. Это отчетливо видно на рис. 1, где радиоизлучение отнесено к галактическим координатам. На более длинных волнах полуширина полосы вблизи экватора составляет около 5° , на сантиметровых волнах она становится еще уже. На волнах длиннее 10 м полоса раздваивается: там, где была полоса на сантиметровых волнах, появляется впадина поглощения.

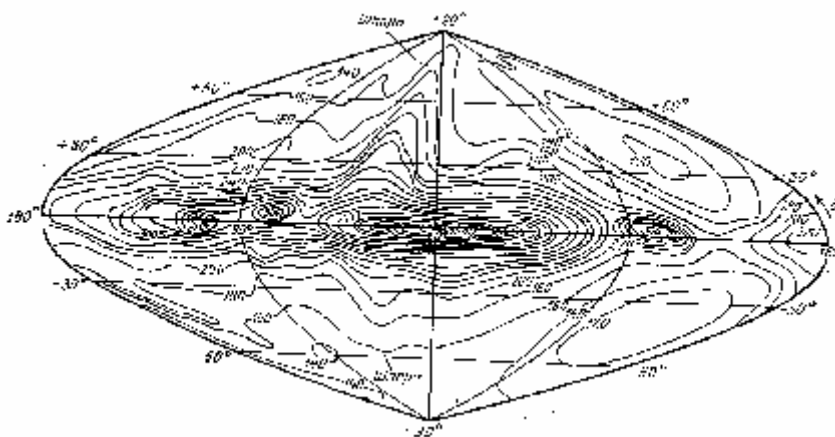


рис.1

По мере удаления от галактической плоскости излучение падает более быстро с уменьшением длины волны, чем это имеет место в плоскости Галактики. Более детальное изучение этой зависимости позволило заключить, что фоновое галактическое излучение имеет две основные составляющие. Одна из них концентрируется вблизи галактической плоскости и характеризуется тепловым спектром, в то время как другая, с максимумом в этой плоскости, но с большей протяженностью от нее, имеет нетепловой спектр. Тепловая

составляющая обусловлена тормозным излучением областей ионизированного водорода. Нетепловая составляющая представляет собой синхротронное излучение релятивистских электронов, движущихся в галактическом магнитном поле.

Нетепловое излучение нашей Галактики накладывается на изотропную компоненту внегалактического происхождения. Хотя нетепловая компонента и расположена относительно галактической плоскости более или менее симметрично, у нее все же имеются элементы асимметрии и тонкой структуры. Одной из наиболее ярких черт фонового излучения нашей Галактики является шпора, которая видна на рис. 1. Она почти перпендикулярна галактической плоскости и простирается вплоть до северного и южного галактических полюсов.

В расчетах необходимо учитывать координаты точки неба, куда направлена узконаправленная антенна в данный момент времени, чтобы определять прогнозируемое значение космического шума. При этом учитываются характеристики диаграммы направленности антенны и производится пересчет уровня космического шума от значений частоты, на которой приведены данные в небесной карте распределения, к требуемой частоте излучения радиосистемы мониторинга.

Была написана программа на языке TurboPascal для определения изменения уровня космического шума в течение суток. Использовался созданный алгоритм пересчета координат узконаправленной антенны (азимут и угол возвышения) в горизонтальную систему координат на местности (широта и долгота пункта мониторинга) для конкретного времени работы, далее из горизонтальной в экваториальную систему координат (прямое восхождение и склонение) и затем в галактическую систему координат (галактические широта и долгота). Использовались карты распределения космического шума в галактических координатах, для которых производилось определение уровня космического шума в данном квадрате небесной карты (5*5 градусов) для вычисленных значений галактической широты и долготы.

Выходными данными созданной программы являются файлы значений отношения сигнал/шум и графики зависимости уровня шума в течении суток для данной эпохи (день, месяц). В дальнейшем планируется создать более сложную программу, путем усложнения блока расчета характеристик узконаправленных антенн.

Один класс точных статических решений уравнений Эйнштейна для жидкого шара

Бикмурзин Рустам Васильевич

Красноярский государственный университет

Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н.

bam@lan.krasu.ru

Одним из приоритетных направлений мировых исследований в области гравитации в ближайшем десятилетии является развитие методов получения и интерпретации решений уравнений Эйнштейна. К концу XX века теория тяготения Эйнштейна получила ряд экспериментальных и наблюдательных подтверждений, что значительно повысило интерес к этой теории.

Однако сложность этой задачи заключается в том, что даже при наложении условий сферической симметрии для статического случая получается система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, которую трудно точно решить аналитически. Для того чтобы упростить эту систему исследователи прибегают к введению различного рода координатным системам. Воспользуемся однородной системой координат, отражающей свойство произвольного 3-мерного пространства быть конформно-плоским с точки зрения тензора Вейля [1]. В данной работе получен класс точных решений уравнений Эйнштейна для сферически-симметричного жидкого гравитирующего шара в однородных координатах. Исходная метрика выбрана в следующем виде:

$$ds^2 = R_u^2 \left[A_{in}(x) d\tau^2 - B_{in}(x) dl^2 \right]. \quad (1)$$

Здесь выбраны безразмерные переменные: временная, $\tau = t/R$, и пространственная, $x = r/R_u$; R_u – внешний радиус шара; $0 \leq x \leq 1$; t, r суть временная и радиальная размерные переменные соответственно; скорость света взята равной $c = 1$; $\kappa = 8\pi$; $A_{in}(x)$ и $B_{in}(x)$ суть метрические функции, а метрика плоского евклидова 3-пространства может быть записана в сферических координатах как: $dl^2 = dx^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$. Тензор энергии-импульса выбирается в приближении идеальной

паскалевой жидкости, где U_α – 4-скорость, $\mu(x)$ – плотность жидкости, $p(x)$ – давление, а $g_{\alpha\beta}$ – ковариантный метрический тензор:

$$T_{\alpha\beta} = (\mu(x) + p(x)) \cdot U_\alpha U_\beta - p(x) g_{\alpha\beta}. \quad (2)$$

В сопутствующей системе отсчета 4-скорость равна $U_\alpha = \delta_\alpha^0 \sqrt{A_{in}(x)}$. При определенном выборе вида метрической функции $A_{in}(x)$, обобщающего запись для ньютоновского гравитационного поля однородного шара,

$$A_{in}(x) = (C_1 + C_2 x^2)^k, \quad (3)$$

из системы уравнений Эйнштейна $R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = -\kappa T_{\alpha\beta}$, где $R_{\alpha\beta}$ – тензор Риччи, а R – скалярная кривизна, можно найти метрическую функцию $B_{in}(x)$

$$B_{in}(x) = \frac{C_3 (C_1 + C_2 x^2)^{\left(\sqrt{1+2k^2} - 1 - k\right)}}{\left[1 + C_4 (C_1 + C_2 x^2)^{\sqrt{1+2k^2}}\right]^2}. \quad (4)$$

Для того, чтобы получить полное решение, необходимо произвести на поверхности шара гладкую сшивку метрических функций внутреннего решения с соответствующими метрическими функциями внешнего решения Шварцшильда в однородных координатах [2]:

$$A_{out} = \left(\frac{1 - C/r}{1 + C/r}\right)^2 = \left(\frac{1 - \eta/4x}{1 + \eta/4x}\right)^2, \quad B_{out} = \left(1 + \frac{C}{r}\right)^4 = \left(1 + \frac{\eta}{4x}\right)^4, \quad (5)$$

где $\eta = 2m / R_{in}$ – компактность, m – интегральная масса Шварцшильда.

Из сшивки легко находятся постоянные интегрирования:

$$C_1 = \Lambda^{\frac{2}{k}} \left[1 - \frac{8\eta}{k(16 - \eta^2)}\right], \quad C_2 = \Lambda^{\frac{2}{k}} \frac{8\eta}{k(16 - \eta^2)}, \quad C_3 = K^2 \Lambda^{\frac{2}{k} \left(1 - \sqrt{1+2k^2}\right)} \left(1 - \frac{\eta^2}{16}\right)^2, \\ C_4 = K \Lambda^{-\frac{2}{k} \sqrt{1+2k^2}}, \quad K = 1 + \frac{4(\sqrt{1+2k^2} - 1) - k\eta}{4(\sqrt{1+2k^2} + 1) + k\eta}, \quad \Lambda = \left(\frac{4 - k}{4 + k}\right). \quad (6)$$

Полученный класс решений относится к типу **D** по алгебраической классификации Петрова гравитационных полей.

Список публикаций:

[1] Эйзенхарт Л.П. Риманова геометрия. – М.: ГИИИЛ, 1948. – С.46.

[2] Мицкевич Н.В. Физические поля в общей теории относительности. – М.: Наука, 1969. – С. 70.

Обобщение одного класса точных решений для электрически заряженных астрофизических объектов

Власов Захар Владимирович

Красноярский государственный университет

Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н.

raven_z@freemail.ru

В настоящее время, в рамках общей теории относительности, представляет определенный интерес генерация точных решений уравнений Эйнштейна для астрофизических объектов, обладающих электрическим

зарядом (ввиду сохранения электрического заряда как одного из немногих параметров при коллапсе звезды). Подобный подход реализован в [1], где найдено точное решение для заряженной паскалевой идеальной жидкости с параболическим распределением плотности массы нейтральной компоненты жидкости, но без введения конкретного уравнения состояния.

В настоящей работе рассматривается обобщение этой модели, связанное с изменением закона распределения плотности массы нейтральной жидкости. Оказывается, что для другого поведения плотности массы и нового распределения плотности заряда, "растворенного" в жидкости, можно получить точное статическое сферически симметричное внутреннее решение, как решение уравнения для пространственного одномерного гармонического осциллятора. При этом внешнее гравитационное поле должно описываться решением Райснера-Нордстрема, обобщающего внешнее решение Шварцшильда для заряженного сферически-симметричного тела.

Предполагается, что модель статическая, т.е. метрические функции не зависят от временной переменной, и обладает сферической симметрией, что снимает зависимость от угловых переменных.

Метрический интервал записывается в радиационных координатах Бонди:

$$ds^2 = F(r)dt^2 + 2L(r)dtdr - r^2(d\Theta^2 + \sin^2(\Theta)d\varphi^2). \quad (1)$$

Метрические коэффициенты $G = G(r)$ и $L = L(x)$ суть функции радиальной переменной r , t – временная координата, θ и φ – угловые переменные, скорость света $c = 1$ и ньютоновская гравитационная постоянная $G_N = 1$. Результирующий тензор энергии-импульса материи берется как прямая сумма тензора энергии импульса идеальной паскалевой жидкости, нейтральной материи и тензора энергии-импульса электромагнитного поля. Полученная система, с учетом сферической симметрии задачи, эквивалентна четырем уравнениям Эйнштейна.

Дополнив систему гравитационных уравнений уравнениями Максвелла, можно получить решение для заряженной жидкости из объединенной системы. Путем исключения плотности массы-энергии и давления система уравнений сводится к линейному дифференциальному уравнению с переменными коэффициентами на функцию $G(x)$, которое преобразуется в уравнение для нелинейного пространственного осциллятора:

$$G''_{\zeta\zeta} + \Omega^2(\zeta(x))G = 0, \quad (2)$$

где переменная ζ определяется как $d\zeta = x dx / \sqrt{\varepsilon(x)}$, $x = r / R_0$, R_0 – радиус звезды.

Выберем плотность энергии электрического поля с явной зависимостью от x^2 в виде: $W_{el} = (1/8\pi)\lambda^2(x)x^2$, где $\lambda^2 = \lambda^2(x)$ произвольная мультипликативная функция, а плотность массы энергии запишем как обобщение параболического распределения: $\mu(x) = \mu_0(1 - bx^2)^3$ [2]. Тогда из уравнений Максвелла получаем плотность электрического заряда соответственно в виде: $\rho = \rho^* \sqrt{\varepsilon(x)} = \rho_0(1 - ax^2)\sqrt{\varepsilon(x)}$. Связав постоянные коэффициенты условием: $a = 80/63 b$, приходим к точному решению уравнений Эйнштейна-Максвелла, где общее выражение для метрической функции $g_{00} = F = G^2$ примет вид:

$$F(x) = G_0^2 \cos^2(\Omega_0 \zeta(x) + \alpha_0), \quad (3)$$

где α_0 – сдвиг начальной фазы, а функция $g_{01} = L$ легко определяется из соотношения $L = \sqrt{F/\varepsilon}$.

Из граничных условий [2] легко определить постоянные G_0 и α_0 , выражаемые через уже известные параметры:

$$G_0 = \left(1 - \eta^* + \frac{2\eta^* - \eta}{2\Omega_0}\right)^{1/2}; \quad \tan(\Omega_0 \zeta(x=1) + \alpha_0) = -\frac{2\eta^* - \eta}{2\Omega_0 \sqrt{1 - \eta^*}}, \quad (5)$$

где η – компактность, $\eta^* = \eta - \frac{Q^2}{R_0^2}$ – эффективная компактность.

Проводя классификацию полученного точного решения согласно алгебраической классификации пространств Петрова (исследуя структуру тензора конформной кривизны), получаем соответствие данного решения типу D в данной классификации.

В дальнейшем, производится обобщение класса решений для нечетных степеней n при выборе плотности массы энергии в виде: $\mu(x) = \mu_0(1 - bx^2)^n$.

Список публикаций:

[1] Баранов А.М. *Осциляторный подход к описанию статической звезды с нейтральной и заряженной идеальной жидкостью* // Вестник КрасГУ. - Красноярск, №1, 2002. - С.5-12.

[2] Баранов А.М., Власов З.В. *Модель заряженного гравитирующего жидкого шара* // Вестник КрасГУ. - Красноярск, №1, 2005.- С.4-11.

Вычисление импакт-фактора перехода виртуального фотона в легкий векторный мезон в однопетлевом приближении в теории возмущений на световом фронте

Грабовский Андрей Владимирович

Новосибирский государственный университет

Фадин Виктор Сергеевич д.ф.-м.н.

agrabovsky@gmail.com

Полужесткие процессы в КХД - это процессы с малым характерным масштабом поперечных импульсов по сравнению с энергией в системе центра масс \sqrt{s} , но достаточно большим для применимости теории возмущений КХД. Этот масштаб определяется передачей импульса или характерной виртуальностью частиц Q. Параметром разложения в таком случае является не $\alpha_s(Q^2)$, а $\alpha_s(Q^2)\ln(s/Q^2)$, что при $s \gg Q^2$ может быть не мало. Поэтому здесь необходимо суммировать все члены порядка $(\alpha_s(Q^2)\ln(s/Q^2))^n$. Такие члены суммируются с помощью уравнения БФКЛ для функции Грина двух взаимодействующих реджезованных глюонов. В настоящее время вычислены радиационные поправки к ядру этого интегрального уравнения и, соответственно, в выражении для функции Грина отсуммированы все члены порядка $\alpha_s(Q^2) (\alpha_s(Q^2)\ln(s/Q^2))^n$. В рамках подхода БФКЛ амплитуда рассеяния представляется в виде свертки функции Грина и импакт-факторов, описывающих взаимодействие реджезованных глюонов с внешними частицами. Чтобы получить амплитуду всего процесса в следующем за главным логарифмическим приближении, то есть когда отсуммированы все члены вида $\alpha_s(Q^2) (\alpha_s(Q^2)\ln(s/Q^2))^n$, необходимо знать поправки порядка $\alpha_s(Q^2)$ к импакт-факторам.

В данной работе вычисляется поправка порядка $\alpha_s(Q^2)$ к импакт-фактору перехода виртуального фотона в легкий векторный мезон. В однопетлевом приближении этот импакт-фактор выражается через интеграл от мнимой части амплитуды $A_{\gamma^* R \rightarrow VR}$ перехода виртуального фотона γ^* и реджеона R в мезон V и реджеон R по квадрату инвариантной массы частиц в промежуточном состоянии. $A_{\gamma^* R \rightarrow VR}$ можно представить в виде свертки жесткой амплитуды, описывающей переход $\gamma^* R \rightarrow q\bar{q}R$, и волновой функции мезона, ответственной за адронизацию кварков. Жесткая часть вычисляется по теории возмущений КХД. Волновая функция не вычислима по теории возмущений, она параметризуется феноменологическими параметрами: константой распада и амплитудой распределения мезона.

В данной работе рассматривается импакт-фактор для рассеяния вперед, то есть конечные кварки, формирующие мезон, летят в направлении первоначального фотона с долями импульса x и $1-x$. Кварки считаются безмассовыми, поэтому результат применим для легких векторных мезонов: ρ , ω и ϕ . Расчет проводится в светоконусной калибровке.

Однопетлевая поправка к импакт-фактору перехода виртуального фотона в векторный мезон вычислялась ранее с использованием фейнмановской теории возмущений и фейнмановской калибровки. Расчет представлял большие технические трудности. Поэтому для проверки правильности полученного ответа необходимо воспроизвести его независимым методом. В процессе вычисления проводились сокращения между различными частями фейнмановских диаграмм. Они происходили во время алгебраических преобразований выражения для импакт-фактора. Для упрощения расчета требовалось проследить происхождение сокращений и попытаться провести их на как можно более раннем этапе вычисления.

Альтернативным методом для фейнмановской теории возмущений является упорядоченная по времени теория возмущений. В этой теории каждой фейнмановской диаграмме соответствует набор упорядоченных по времени диаграмм. Для расчетов в области высоких энергий особенно удобна теория возмущений на световом фронте – аналог упорядоченной по времени теории в переменных $x^+ = x^0 + x^3$ и $x^- = x^0 - x^3$, так как число диаграмм в

ней значительно меньше чем в обычной старой теории возмущений и нет необходимости разлагать квадратные корни в энергетических знаменателях. Так же петлевые интегралы в этой теории трехмерные, а не четырехмерные как в фейнмановской.

Так как каждая фейнмановская диаграмма распадается на несколько диаграмм на световом фронте, то была сделана попытка понять, как проявляются сокращения на уровне этих диаграмм. Оказалось, что можно выделить часть диаграмм, полностью сокращающих друг друга, и часть диаграмм, сокращающихся на общем промежутке интегрирования. В результате в данной работе сокращения проводятся на уровне диаграмм до взятия интегралов.

В настоящее время вычислены или оставлены в виде неберущихся интегралов диаграммы с двухглюонным обменом в t-канале.

Непертурбативные формулы типа Бёте для сечений ридберговских переходов в атомах при их столкновениях с релятивистскими многозарядными ионами

Гусаревич Евгений Степанович

Поморский государственный университет

Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.

gusarevich.eugeny@pomorsu.ru

Изучение столкновений релятивистских многозарядных ионов (РМИ) с атомами является одним из интенсивно исследуемых направлений современной физики. Большой интерес, проявляемый к изучению столкновений атомов с РМИ, обусловлен возможностью исследования поведения атомов и молекул в сверхсильных электромагнитных полях, создаваемых такими многозарядными ионами. При таких столкновениях наблюдается широкий круг явлений: однократные и многократные возбуждения атомных оболочек, их ионизация, рождение пар, перезарядка и др. Особый интерес представляет изучение электронных переходов в атомах-мишенях между высоковозбужденными – ридберговскими состояниями [1]. Важно отметить и практическую значимость изучения таких процессов. В частности, как показали исследования, в космосе, в условиях разреженной межзвездной среды атомы, как квантовые системы, могут существовать до уровней возбуждения $n \sim 1000$, достигая размеров $\sim 0,1$ мм. Такие атомы-гиганты при переходах между высоковозбужденными уровнями излучают (поглощают) спектральные линии, которые можно принимать в широком диапазоне радиоволн от мм до дециметровых. Возможность наблюдения этих линий оказалась мощным средством исследований в астрономии.

В данной работе развита новая непертурбативная расчётная методика, основанная на релятивистском обобщении приближения эйконала и методе шивки [2, 3], позволяющая получить простые аналитические выражения для расчёта сечений переходов между произвольными ридберговскими состояниями атома, вызванных его взаимодействием с РМИ с зарядом Q , движущимся со скоростью v . Известно, что высоковозбужденные состояния атомов очень хорошо описываются водородоподобными волновыми функциями с некоторым эффективным зарядом ядра Z . Рассмотрим переход атома мишени из состояния $|n_i, l_i, m_i\rangle$ в состояние $|n_f, l_f, m_f\rangle$, где n_p, l_p, m_p – главное, орбитальное и магнитное квантовые числа для начального ($p = i$) и конечного ($p = f$) состояний. Сечение $\sigma_{n_i, l_i, m_i}^{n_f, l_f, m_f}$ такого перехода зависит от выбора оси квантования, поэтому далее мы рассчитаем сечение $\bar{\sigma} = \frac{1}{2l_i + 1} \sum_{m_i, m_f} \sigma_{n_i, l_i, m_i}^{n_f, l_f, m_f}$, просуммированное по конечным и усреднённое по начальным проекциям момента, которое уже не будет зависеть от выбора этой оси. Именно такие сечения и могут быть измерены в эксперименте.

Метод расчёта и конечный вид сечения $\bar{\sigma}$ зависит от разности $|l_f - l_i|$.

1. $l_i = l_f = l$. Применяя приближение эйконала и аналитическое выражение для неупругого атомного формфактора $\langle n_f, l_f, m_f | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | n_i, l_i, m_i \rangle$ [1], получим (здесь и везде далее используем атомные единицы)

$$\bar{\sigma} = \frac{Q^2}{v^2} \left[h_0^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{0jk} b_{0j'k'} \alpha^{-2-2N_0} N_0 H_{N_0} + 2 \sum_{i=1}^l h_{2i}^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{2ijk} b_{2ij'k'} I_{4i} \right],$$

где $\sum_{j,k,j',k'} \equiv \sum_{j=0}^{j_0} \sum_{k=0}^{s_0} \sum_{j'=0}^{j_0} \sum_{k'=0}^{s_0}$, $j_0 = n_i + n_f - l_i - l_f - 2$, $b_{Ljk} = \frac{(-1)^k s! (L+s-k)!}{(s-2k)! k!} (2\alpha)^{s-2k}$, $s = l_i + l_f + j + 1 - L$,

$s_0 = \left\lfloor \frac{s}{2} \right\rfloor$; $c_j = \sum_{r=0}^j d_r^i d_{j-r}^f = \sum_{r=0}^j d_{j-r}^i d_r^f$, $c_0 = 1$, $d_j^p = (2\alpha_p)^j \frac{(-n_p + l_p + 1)_j}{j! (2l_p + 2)_j}$, $d_0^p = 1$, $(a)_j$ – символ Похгаммера;

$h_L = D_i D_f (2i)^L \sqrt{\frac{4\pi(2L+1)(2l_i+1)}{2l_f+1}} C_{L0,l_i0}^{l_f0}$, $D_p = \frac{2^{l_p+1} \alpha_p^{l_p+3/2}}{(2l_p+1)!} \left[\frac{(n_p+l_p)!}{n_p(n_p-l_p-1)!} \right]^{1/2}$, $\alpha = \alpha_i + \alpha_f$, $\alpha_p = \frac{Z}{n_p}$, $p = i, f$,

$C_{L0,l_i0}^{l_f0}$ – коэффициент Клебша-Гордона; $I_M = \frac{1}{2} \alpha^{M-2N_M-2} \frac{\Gamma(M/2-1)\Gamma(N_M-M/2+1)}{\Gamma(N_M)}$, H_r – r -е гармоническое

число, $N_M = M + 2 + s + s' - k - k'$, $\Gamma(z)$ – гамма-функция.

2. $|l_f - l_i| = 1$. В этом случае переход $n_i, l_i \rightarrow n_f, l_f$ дипольно разрешён, поэтому для расчёта сечения помимо приближения эйконала приходится применять метод шивки [2, 3]. В итоге выражение для сечения примет вид:

$$\bar{\sigma} = 8\pi \frac{Q^2}{v^2} \lambda_{n_i l_i}^{n_f l_f} \left(\ln \frac{2\alpha_{n_i l_i}^{n_f l_f} v^2 \gamma}{\eta Q \Omega} - \frac{\beta^2}{2} \right),$$

где $\eta = 1,781$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$, c – скорость света, $\Omega = |\varepsilon_f - \varepsilon_i|$, $\varepsilon_p = -Z^2/(2n_p^2)$,

$\alpha_{n_i l_i}^{n_f l_f} = \frac{\alpha}{2} \exp \left\{ \frac{1}{4\pi \lambda_{n_i l_i}^{n_f l_f}} \frac{2l_f+1}{2l_i+1} \left[\frac{h_1^2}{2} \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{1jk} b_{1j'k'} \alpha^{-2N_2} H_{N_2-1} - \sum_{i=1}^{l-1} h_{2i+1}^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{(2i+1)jk} b_{(2i+1)j'k'} I_{2(2i+1)} \right] \right\}$,

$l = \max(l_i, l_f)$, $\lambda_{n_i l_i}^{n_f l_f} = -\frac{1}{4\pi} \frac{2l_f+1}{2l_i+1} h_1^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{1jk} b_{1j'k'} \alpha^{-2N_2}$.

3. $|l_f - l_i| \geq 2$. Теперь переход $n_i, l_i \rightarrow n_f, l_f$ дипольно запрещён, поэтому необходимость в применении метода шивки отпадает. Вновь применяя приближение эйконала, вводя $l = \max(l_i, l_f)$, $\Delta l = |l_f - l_i|$, получим

$$\Delta l \text{ – чётное: } \bar{\sigma} = 2 \frac{Q^2}{v^2} \frac{2l_f+1}{2l_i+1} \sum_{i=\Delta l/2}^{l-\Delta l/2} h_{2i}^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{2ijk} b_{2ij'k'} I_{4i},$$

$$\Delta l \text{ – нечётное: } \bar{\sigma} = -2 \frac{Q^2}{v^2} \frac{2l_f+1}{2l_i+1} \sum_{i=(\Delta l-1)/2}^{l-(\Delta l+1)/2} h_{2i+1}^2 \sum_{j,k,j',k'} c_j c_{j'} b_{(2i+1)jk} b_{(2i+1)j'k'} I_{2(2i+1)}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов: РФФИ (шифр гранта: 04-02-16177-а) и Президента РФ (шифр гранта: МК-2013.2005.2).

Список публикаций:

- [1] Dewangan D.P., *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38**, S107–S129 (2005).
[2] Матвеев В.И., Рахимов Х.Ю., *ЖЭТФ*, **114**, 1646–1661 (1998).
[3] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С., *ЖЭТФ*, **123**, 42–48 (2003).

Дискретные бризеры на одномерной моноатомной решетке с однородным потенциалом четвертой степени

Джелаухова Галина Сергеевна
Ростовский государственный университет
Чечин Георгий Михайлович, к.ф.-м.н.
djel@rambler.ru

В настоящее время исследованию дискретных бризеров или бризеров на решетках посвящена обширная литература (см., например, обзоры [1, 2]). По общепринятому определению, бризеры – это локализованные в пространстве и периодические во времени колебания. Несмотря на интенсивное исследование этих динамических объектов, было найдено лишь небольшое число моделей для которых получены строгие математические результаты. Одна из таких моделей анализируется в настоящей работе.

Мы рассматриваем дискретные бризеры в цепочке с однородным потенциалом вида

$$U = \frac{1}{4} \sum_n x_n^4 + \frac{\beta}{4} \sum_n (x_n - x_{n-1})^4.$$

Здесь первое слагаемое – это так называемый онсайтский, а второе – интерсайтский потенциалы. Уравнения, описывающие колебания такой цепочки имеют вид:

$$x_i'' = x_i^3 + \beta(x_{i+1} - x_i)^3 - \beta(x_i - x_{i-1})^3, \quad i = -N..N \quad (1)$$

При этом предполагается наличие периодических граничных условий: $x_{-N-1} = x_N, x_{N+1} = x_{-N}$.

В этом существенно нелинейном случае (в потенциальной энергии отсутствуют квадратичные члены), заведомо существуют *нелинейные нормальные моды (ННМ) Розенберга* – динамические режимы, при которых все частицы колеблются со строго одинаковой частотой, но с разными амплитудами [3]. Они могут быть как локализованными, так и делокализованными. Локализованные ННМ представляют собой дискретные бризеры. По определению ННМ, каждая частица колеблется таким образом, что ее отклонение из своего положения равновесия в *любой момент времени* пропорционально отклонению какой-либо определенной частицы, например, нулевой: $x_i(t) = k_i \cdot x_0(t)$. Подставляя эти соотношения в (1) и требуя совместности получаемых уравнений приходим к системе $2N$ алгебраических уравнений относительно $2N$ коэффициентов k_i :

$$k_i[1 + \beta(k_1 - 1)^3 + \beta(1 - k_{-1})^3] = k_i^3 - \beta(k_{i+1} - k_i)^3 + \beta(k_i - k_{i-1})^3. \quad (2)$$

С помощью математического пакета Maple эту систему можно решить с высокой степенью точности, в результате чего получим *пространственные профили ННМ* $\{k_{-N}, k_{-N+1}, \dots, k_{-1}, k_0 = 1, k_1, \dots, k_{N-1}, k_N\}$. Временная зависимость колебаний частиц цепочки определяется «ведущим» уравнением, которое получается для нулевой частицы в результате вышеописанной подстановки в уравнения (1):

$$\ddot{x}_0 = [1 + \beta(k_1 - 1)^3 - \beta(1 - k_{-1})^3]x_0^3 = C \cdot x_0^3. \quad (3)$$

По вышеприведенной схеме нами было найдено практически точное решение, обладающее симметрией относительно центра бризера, который локализован на нулевой частице цепочки. При этом мы получили однопараметрическое семейство бризеров, которые имеют один и тот же пространственный профиль, но разные амплитуды. В пространстве всех возможных смещений частиц этому семейству соответствует некоторая прямая линия точных бризерных решений. Полученные нами бризеры оказались столь сильно локализованными динамическими объектами, что существенные амплитуды колебаний имеет лишь очень небольшое число (порядка семи) частиц цепочки. Эта особенность позволяет дальнейшие исследования проводить не для бесконечной цепочки, а для цепочки с очень ограниченным числом частиц.

Для исследования устойчивости бризера мы линеаризуем систему (1) в его окрестности и приходим к системе линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно векторной переменной δ

$$\delta'' = -3x_0(t)A\delta. \quad (4)$$

Здесь δ – инфинитезимальный вектор, а A – некоторая постоянная симметричная матрица (матрица Якоби), которую можно привести к диагональному виду с помощью соответствующего ортогонального

преобразования. В результате система (4) распадается на $2N+1$ независимых уравнений, каждое из которых представляет собой частный случай уравнения Ляме в форме Якоби:

$$z'' + \Lambda \cdot x_0^2(t)z = 0, \quad (5)$$

где $\Lambda = \frac{3\lambda}{C}$. Исследуя на устойчивость нулевые решения уравнения (5), находим, что существуют зоны устойчивости и неустойчивости нулевых решений. С помощью метода Флоке для параметра Λ были получены следующие две первые зоны устойчивости (0; 1) и (3; 6), и неустойчивости (1; 3) и (6; 10). Параметр Λ , зависящий от коэффициента β (силы интерсайтового взаимодействия), практически не зависит от количества частиц в цепочке. Наложение графиков зависимости $\Lambda_j = \Lambda_j(\beta)$, ($j = -N..N$) на диаграмму устойчивости уравнения Ляме (5) позволяет определить диапазон изменения силы интерсайтового взаимодействия, на котором все они лежат в пределах зон устойчивости, что и определяет устойчивость рассматриваемого бризерного решения.

Итогом проведенного анализа является утверждение об устойчивости дискретных бризеров в рассматриваемой цепочке при условии $\beta < 0.554$. Таким образом, для устойчивости этих динамических объектов интерсайтовая часть потенциала не должна быть слишком большой по отношению к его онсайтовой части. Другим важным результатом данной работы является утверждение о том, что в любой сколь угодно малой окрестности линии точных бризерных решений существуют устойчивые динамические объекты, которые являются *квазибризерами* в том смысле, что им отвечают не строго одинаковые частоты колебаний частиц цепочки [4]. Нами был также исследован класс несимметричных бризеров в цепочках с однородным потенциалом четвертой степени.

Список публикаций:
 [1] S. Aubry, *Physica D* **103**, 201 (1997).
 [2] S. Flach and C.R. Willis, *Phys. Rep.* **295**, 181 (1998).
 [3] R.M. Rosenberg, *J. Appl. Mech.* **29**, 7 (1962).
 [4] G.M. Chechin, G.S. Dzhelauhova, E.A. Mehonoshina. *Breathers or quasibreathers?* Arxiv: nlin.ps/0601034.

К исследованию устойчивости колебательных режимов в октаэдрической нелинейной динамической системе

Жуков Константин Геннадьевич

Ростовский государственный университет, НИИ физики

Чечин Георгий Михайлович, к.ф.-м.н.

kgz@inbox.ru

В последнее десятилетие в Ростовском государственном университете активно развивается новое научное направление – нелинейная динамика систем с дискретной симметрией. В рамках этого направления было введено понятие о динамических режимах нового типа, названных бушами нормальных мод [1-3]. В любой момент времени симметрия колебательного состояния системы определяется подгруппой G_j , группы симметрии G_0 рассматриваемой системы в состоянии равновесия. При этом в процесс колебаний оказываются вовлеченными не все нормальные моды, а обычно только весьма ограниченный их набор, сохраняющийся с течением времени. Эти наборы мод, называемые бушами, могут быть найдены при помощи теоретико-групповых методов, описанных в работах [1-5].

Как и все динамические режимы в нелинейных системах, буши мод требуют ответа на вопрос об их устойчивости. Оказывается, что при некоторых условиях буш может потерять устойчивость по отношению к возбуждению мод, не входящих в этот буш. Общепринятым методом анализа устойчивости нелинейных динамических режимов является линеаризация уравнений движения рассматриваемой системы в окрестности исследуемого режима и дальнейший анализ устойчивости нулевого решения полученной линеаризованной системы, которая может быть записана в виде:

$$\ddot{\vec{\delta}} = J(t)\vec{\delta}. \quad (1)$$

В работе [6] была доказана теорема о том, что линеаризованная в окрестности некоторого динамического режима система обладает той же симметрией, что и сам рассматриваемый режим. При этом оказывается, что входящая в уравнение (1) матрица Якоби $J(t)$ коммутирует со всеми матрицами механического представления этой группы симметрии. Тогда согласно теореме Вигнера, перейдя к базису, образованному базисными векторами всех неприводимых представлений группы симметрии исследуемого динамического режима, мы

можем привести матрицу Якоби $J(t)$ к соответствующему блок-диагональному виду. Размеры получаемых блоков равны произведениям размерностей n_j упомянутых неприводимых представлений на кратность m_j их вхождения в механическое представление. Это означает расщепление линеаризованной системы (1) на независимые подсистемы. Учет специфической структуры указанных блоков приводит к тому, что размер получаемых подсистем определяется значениями m_j .

Рассмотрим колебания механической модели октаэдрической молекулы, состоящей из шести идентичных атомов, расположенных в вершинах правильного октаэдра. К такому классу структур относятся, например, семейство молекул типа \mathbf{SF}_6 и молекулярные комплексы в редкоземельных гексаборидах с химической формулой \mathbf{RB}_6 . Пусть взаимодействие между атомами описывается некоторым потенциалом парного взаимодействия $u(r)$, где r – расстояние между атомами. Например, это может быть потенциал Леннарда-Джонса $u(r) = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$. Буши мод для этой модели были найдены в статье [7]. В настоящей работе исследуется расщепление систем линеаризованных в окрестности трех из них: одномерного буша $V1[O_h]$, двумерного $V2[D_{4h}]$ и трехмерного $V3[C_{4v}]$ (в квадратных скобках указаны группы симметрии рассматриваемых бушей).

Буш $V1[O_h]$ представляет собой колебания правильного октаэдра с длиной ребра $a = a(t)$, которая может быть выбрана в качестве единственной динамической переменной, описывающей данный режим (уравнение движения для $a(t)$ см. в [7]). Проведенный теоретико-групповой анализ показал, что линеаризованная в окрестности буша $V1[O_h]$ система динамических уравнений распадается на 12 независимых уравнений (по числу колебательных степеней свободы рассматриваемой модели). Общий вид этих уравнений может быть записан как

$$\ddot{\delta}_j = \left(\left(\gamma_1 \varphi(\sqrt{2}a(t)) + \gamma_2 \varphi(a(t)) \right) (a(t) - a_0)^2 + \gamma_3 \psi(\sqrt{2}a(t)) + \gamma_4 \psi(a(t)) \right) \delta_j, \quad (2)$$

где функции φ и ψ определены как $\varphi = \frac{1}{r^2} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} - \frac{1}{r^3} \frac{du(r)}{dr}$, $\psi = \frac{1}{r} \frac{du(r)}{dr}$, γ_i – соответствующие константы, a_0 – равновесная длина ребра октаэдра.

Бушам $V2[D_{4h}]$ и $V3[C_{4v}]$ соответствуют колебания октаэдра, вытянутого вдоль одной из своих пространственных диагоналей. В качестве динамических переменных (в дополнение к $a(t)$) для трехмерного буша $V3[C_{4v}]$ можно выбрать расстояния от двух атомов, лежащих на этой диагонали до плоскости, образованной четырьмя другими атомами: $h_1(t)$ и $h_2(t)$ (уравнения движения для этих переменных также могут быть найдены в работе [7]). Для двумерного буша $V2[D_{4h}]$ $h_1(t) = h_2(t) = h(t)$.

В результате применения указанного метода расщепления линеаризованной системы для этих бушей были получены подсистемы вида

$$\ddot{\vec{v}} = K_j(t) \vec{v}, \quad (3)$$

где коэффициенты матриц $K_j(t)$ зависят от переменных $a(t)$, $h_1(t)$ и $h_2(t)$. Для буша $V2[D_{4h}]$ исходная линеаризованная система расщепляется на три подсистемы из двух уравнений и шесть независимых уравнений, а для буша $V3[C_{4v}]$ имеем три подсистемы из трех уравнений и по одной подсистеме из одного и двух уравнений.

Список публикаций:

- [1] В.П. Сахненко, Г.М. Чечин, ДАН **330**, 308 (1993); В. П. Сахненко, Г. М. Чечин, ДАН **338**, 42 (1994).
- [2] G.M. Chechin, V.P. Sakhnenko, *Physica D* **117**, 43 (1998).
- [3] G.M. Chechin, N.V. Novikova, A.A. Abramenko, *Physica D* **166**, 208 (2002).
- [4] К.Г. Жуков, Д.С. Рябов, Г.М. Чечин, *Электронный журнал «Исследовано в России»*, **137**(2003), 1616-1644, <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2003/137.pdf>; **161**(2003), 1945-1964, <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2003/161.pdf>.
- [5] G.M. Chechin, D.S. Ryabov, K.G. Zhukov, *Physica D*, **203** (2005) 121-166.
- [6] G.M. Chechin, K.G. Zhukov, *arXiv:nlin.PS/0506013*, submitted to *Phys.Rev.E* (2005).
- [7] G.M. Chechin, A.V. Gnezdilov, M.Yu. Zekhtser, *Int. J. Non-Linear. Mech.*, **38**, №10. (2003) 1451-1472

Резонансное неупругое рассеяние рентгеновского фотона атомом неона

Каспржицкий А.С.

Ростовский государственный университет путей сообщения

Явна В.А., д.ф.-м.н.

anton1982@mail.ru

Существующее и пока единственное экспериментальное и теоретическое исследование высокоинформативной трехмерной (сечение, энергия падающего фотона, энергия рассеянного фотона) квантово-механической наблюдаемой процесса резонансного неупругого рассеяния фотона свободным атомом – дважды дифференциального сечения рассеяния – в непосредственной близости ($\sim \pm 10$ эВ) от энергий порогов ионизации его глубоких оболочек (синхротронный эксперимент по измерению и расчет трехмерных $L\alpha, \beta$ – эмиссионных спектров атома ксенона) в своей теоретической части выполнено без учета широкой иерархии многочастичных эффектов, сопровождающих процесс взаимодействия фотона с атомом.

Такие исследования востребованы, в частности, в контексте проблем создания рентгеновского лазера на неоподобной плазме как активной среды и получения спектральных данных (например, рентгеновских эмиссионных спектров неоподобных элементов) для астрофизики.

В данной работе, во втором порядке квантовомеханической теории возмущений [1] исследовано влияние многочастичных эффектов на форму и абсолютные величины дважды дифференциального сечения резонансного неупругого рассеяния линейно поляризованного рентгеновского фотона атомом неона (заряд ядра $Z=10$; электронная конфигурация основного состояния $[0]=1s^2 2s^2 2p^6$) в области энергий K – и KL_{23} – порогов ионизации. В нерелятивистском приближении для волновых функций состояний рассеяния учтены эффекты радиальной релаксации электронных оболочек, спин-орбитального и мультиплетного расщеплений, конфигурационного взаимодействия в состояниях двойного возбуждения атома, а также оже – и радиационного распадов образующихся вакансий. Результаты расчета носят предсказательный характер, а при энергии падающего фотона 5.41 кэВ находятся в хорошем согласии с экспериментом [2].

Рассмотрены процессы резонансного неупругого рассеяния линейно поляризованного фотона в области энергии порога ионизации $1s$ – оболочки атома Ne (здесь и далее при записи конфигурации заполненные электронные оболочки не указаны)

$$\begin{aligned} \hbar\omega_1 + [0] &\rightarrow 1snp \rightarrow 2p^5mp + \hbar\omega_2, \\ \hbar\omega_1 + [0] &\rightarrow 1s^1 2p^5 n_1 p n_2 p \rightarrow 2p^4 m_1 p m_2 p + \hbar\omega_2, \end{aligned}$$

в схеме предполагаемого эксперимента $\mathbf{e}_{1,2} \perp P$. Здесь введены энергии падающего ($\hbar\omega_1$) и рассеянного ($\hbar\omega_2$) фотонов, векторы поляризации падающего (\mathbf{e}_1) и рассеянного (\mathbf{e}_2) фотонов, а также P – плоскость рассеяния, проходящая через волновые векторы падающего (\mathbf{k}_1) и рассеянного (\mathbf{k}_2) фотонов.

Сформулируем основные результаты данной работы.

Учет эффекта радиальной релаксации электронных оболочек промежуточных и конечных состояний рассеяния в хартри-фоковских полях глубокой $1s$ – и валентной $2p$ – вакансий практически в 2 раза уменьшает абсолютные значения (не меняя при этом топологии поверхности) дважды дифференциального сечения резонансного неупругого рассеяния рентгеновского фотона в области энергий K -порога ионизации атома Ne, рассчитанные без учета этого эффекта.

Наряду с эффектами двойного возбуждения/ионизации начального состояния рассеяния, конфигурационного взаимодействия, спин-орбитального и мультиплетного расщеплений в промежуточных и конечных состояниях рассеяния эффект радиальной релаксации существенно определяет абсолютные величины, структуру и форму резонансной и пространственно протяженной ближней тонкой структуры дважды дифференциального сечения неупругого рассеяния в области энергий KL_{23} – порога ионизации атома Ne.

Список публикаций:

- [1] Хоперский А.Н., Надолинский А.М., Явна В.А. //ЖЭТФ. 2005. Т.128. Вып.4(10). С.698-713.
[2] Keski-Rahkonen O. // Phys.Scripta. 1973. V. 4. P.173-176.

Резонансное неупругое контактное рассеяние рентгеновского фотона атомом

Каспржицкий А.С.

Ростовский государственный университет путей сообщения

Хоперский А.Н., д.ф.-м.н.

anton1982@mail.ru

Традиционное в литературе игнорирование многочастичных эффектов и ограничение дипольным приближением при теоретическом описании амплитуды вероятности резонансного неупругого рассеяния рентгеновского фотона свободным атомом приводят к тому, что дважды дифференциальное сечение процесса вне энергетических областей образования эмиссионных структур практически обращается в нуль.

В работе [1] впервые осуществлены учет многочастичных эффектов и выход за рамки дипольного приближения при теоретическом описании контактной части полной амплитуды вероятности неупругого рассеяния рентгеновского фотона свободным атомом.

В данной работе на примере простой многоэлектронной системы с 1S_0 – термом основного состояния – атома неона (заряд ядра $Z=10$; электронная конфигурация основного состояния $[0]=1s^2 2s^2 2p^6$) – мы конкретизируем аналитические результаты работы [1] и показываем, что вне областей рентгеновской эмиссии также возникают протяженные резонансные структуры дважды дифференциального сечения процесса, обусловленные практически лишь контактным типом рассеяния.

Рассмотрены процессы резонансного неупругого контактного рассеяния линейно поляризованного рентгеновского фотона атомом Ne вида

$$\hbar\omega_1 + [0] \rightarrow 1sml + \hbar\omega_2. \quad (1)$$

В (1) мы не учитывали конечных $2sml$ и $2p^5ml$ состояний рассеяния, поскольку энергии порогов ионизации $2s$ – и $2p$ – оболочек сильно отделены от энергий порога ионизации $1s$ – оболочки (например, $I_{1s} - I_{2s} \cong 822$ эВ).

В этом случае полученное вне рамок дипольного приближения в работе [1] общее аналитическое выражение для дважды дифференциального сечения процесса резонансного неупругого контактного рассеяния линейно поляризованного фотона атомом в атомной системе единиц ($e = m_e = \hbar = 1$) приводит к виду:

$$\frac{d^2\sigma_{\perp}}{d\omega_2 d\Omega} = r_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \sum_{l \geq 0} (4l+1) Q_l; \quad (2)$$

$$Q_l = \sum_{ml > f} R_{ml}^2 G(\omega_{12}, \omega_m) + R_{el}^2 \Psi(\omega_{12}, I_{1s});$$

$$R_{ml} = \langle 1s | j_l | ml \rangle; \quad G(x, y) = \frac{1}{\gamma_b \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left(\frac{x-y}{\gamma_b \sqrt{2}} \right)^2 \right\}; \quad \Psi(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \left(\frac{x-y}{\gamma_{1s}} \right);$$

где j_l – сферическая функция Бесселя первого рода порядка l ; r_0 – классический радиус электрона; $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$; энергия электрона сплошного спектра $\varepsilon = \omega_{12} - I_{1s} \geq 0$; I_{1s} – энергия порога ионизации $1s$ – оболочки; ω_m – энергия $1s \rightarrow ml$ перехода; $\gamma_b = \Gamma_{beam}/2$; Γ_{beam} – параметр профиля экспериментально фиксируемой G – гауссовой функции распределения по энергии падающего на атом рентгеновского излучения; $\gamma_{1s} = \Gamma_{1s}/2$; Γ_{1s} – ширина распада $1s$ – вакансии.

При расчете Q_l – функции мы ограничились учетом лишь $1s \rightarrow m(s, p)$ переходов с главным квантовым числом $m=3,4,5$, поскольку вклад, например, следующих по мультиплетности $1s \rightarrow md$ и $1s \rightarrow (m+1)f$ переходов в сечение (2) не превысил величины порядка $10^{-9} r_0^2 / \varepsilon B \cdot cp$.

В качестве «фоновых» для сечения (2) в исследуемых областях энергий падающего и рассеянного фотонов мы учли вклады эмиссионной (аномально-дисперсионной) $K\alpha_{1,2}$ – структуры [1] и упругой

Рэлеевской (упругое рассеяние фотона электронами атома) [2] части полного дважды дифференциального сечения рассеяния при угле рассеяния $\theta = 90^\circ$.

Расчет показал, что суммарный вклад $K\alpha_{1,2}$ – структуры и Рэлеевского рассеяния не превысил величины порядка $10^{-16} r_0^2 / \Delta V \cdot \text{ср}$.

Таким образом, в исследуемых областях энергий падающего и рассеянного фотонов для атома Ne теория данной работы предсказывает появление протяженной резонансной структуры полного дважды дифференциального сечения рассеяния, обусловленной практически лишь контактным типом рассеяния.

Полученные результаты, в частности, могут служить основанием для рассмотрения процесса резонансного неупругого контактного рассеяния рентгеновского фотона многозарядным неоноподобным атомным ионом (широко исследуемых в настоящее время – от Si^{4+} до Ag^{37+} – в качестве активной плазменной среды рентгеновских лазеров [3]) как одного из возможных способов резонансной фотоначки для генерации на $3p \rightarrow 3s$ переходе в рентгеновском лазере.

Список публикаций:

[1] Хоперский А.Н., Надолинский А.М., Явна В.А. //ЖЭТФ. 2005. Т. 128. Вып.4(10). С.698-713.

[2] Хоперский А. Н., Явна В. А. Рассеяние фотона многоэлектронной системой. М.: Энергоатомиздат, 2004. 276 с.

[3] Daido H. // Rep. Prog. Phys. 2002. V.65. №10. P.1513-1576.

Проверка условия бутстрапа для рождения глюона в мультиреджевской кинематике

Козлов Михаил Геннадьевич

Фадин Виктор Сергеевич, Резниченко Алексей Викторович

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Фадин Виктор Сергеевич, д.ф.-м.н

m.g.kozlov@gmail.com

Асимптотическая свобода в КХД даёт возможность применения теории возмущений при высоких энергиях. Замечательное свойство, которое следует из теории возмущений КХД, – реджезация элементарных частиц: кварков и глюонов. Реджезация частицы со спином j это явление, когда в пределе Редже (инвариант $s \rightarrow \infty$, а передача t ограничена) амплитуды процессов с обменом этой частицей имеют такой же вид, как и в борновском приближении, но со спином, зависящим от t : $j = j(t)$.

В КХД свойство реджезации чрезвычайно важно. В частности, метод БФКЛ описания процессов при высоких энергиях основывается на реджезации глюона. Заметим также, что померон, который определяет поведение полного сечения при высоких энергиях, и оддерон, ответственный за отличие сечений рассеяния частиц и античастиц, являются связанными состояниями двух и трех реджезованных глюонов соответственно.

Свойство реджезации глюона было доказано в главном логарифмическом приближении (ГЛП), то есть когда учитываются только ведущие члены $(\alpha_s \ln s)^n$ ряда теории возмущений. Благодаря этому, подход БФКЛ был твердо обоснован в ГЛП. Сейчас этот метод интенсивно развивается и используется в следующем за главным логарифмическом приближении (СГЛП), когда члены $\alpha_s (\alpha_s \ln s)^n$ так же учитываются. В этом приближении реджезация остается гипотезой. Ее доказательство может быть основано на соотношениях бутстрапа, которые вытекают из требования совместимости гипотезы реджезации с s-канальной унитарностью. Выполнение всех соотношений бутстрапа гарантирует реджевскую форму амплитуды во всех порядках теории возмущений. Соотношений бутстрапа на амплитуду многочастичного рождения бесконечно много, однако все они приводят лишь к нескольким условиям бутстрапа [1], выполнение которых обеспечивает справедливость рассматриваемых соотношений. Условия бутстрапа представляют собой строгие ограничения на реджевскую траекторию глюона и реджеонные вершины.

В данной работе обсуждается проверка одного из таких условий бутстрапа, которое возникает из соотношения бутстрапа на амплитуду рождения одного глюона в мультиреджевской кинематике. К настоящему времени практически все остальные условия бутстрапа были получены и проверены [2,3] кроме последнего, которое и рассматривалось нами. В настоящей работе осуществлена окончательная проверка этого условия, ранее выведенного в [4]. Важность обсуждаемой деятельности объясняется тем, что полное доказательство гипотезы реджезации глюона в СГЛП конструируется с помощью условий бутстрапа, и успешное завершение

проверки последнего из них позволило непосредственно перейти к реализации доказательства глюонной реджезации в СГЛП [5].

Список публикаций:

- [1] V.S. Fadin, *Phys. Atom. Nucl.* 66 (2003) 2017
 [2] V.S. Fadin, A. Papa, *Nucl. Phys. B*640 (2002) 309
 [3] V.S. Fadin, M.G. Kozlov, A.V. Reznichenko, *Phys. Atom. Nucl.* 67 (2004) 359-375
 [4] J. Bartels, V.S. Fadin, R. Fiore, *Nucl. Phys. B*672 (2003) 329-356
 [5] V.S. Fadin, R. Fiore, M.G. Kozlov, A.V. Reznichenko, *hep-ph/0602006*

Энергия Ферми одномерной сверхрешетки Колганова Елена Петровна

*Волгоградский государственный педагогический университет
Глазов Сергей Юрьевич к.ф.-м.н.
glazov@vspu.ru*

В настоящей работе получено выражение для граничной энергии ε_f сильно вырожденного ферми – газа одномерной полупроводниковой сверхрешетки (СР).

Закон дисперсии электронов в минизоне проводимости в приближении сильной связи имеет вид

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_{p\perp} + \Delta \left\{ 1 - \cos \left(\frac{p_{\parallel} d}{\hbar} \right) \right\}, \quad (1)$$

где Δ – полуширина минизоны проводимости; d – период СР; p_{\parallel} , p_{\perp} – компоненты квазиимпульса электрона вдоль и поперек оси СР; $\varepsilon_{p\perp}$ описывает дисперсию электронов в плоскости, перпендикулярной к оси.

Полное число электронов в газе выражается формулой

$$N = \sum_k n_k, \quad (2)$$

где n_k – функция распределения Ферми по квантовым состояниям.

В пределе $T \rightarrow 0$ функция распределения обращается в "ступенчатую" функцию.

Выполним переход в (2) от суммирования по дискретным компонентам квазиимпульса к интегрированию и запишем полное число частиц в газе

$$N = 2 \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int_p \theta(\varepsilon_f - \varepsilon(p)) d^3 p \quad (3)$$

Вычисляя интеграл имеем 2 случая:

4. $\varepsilon_f > 2\Delta$

$$N = -\frac{Vm\Delta}{\pi d\hbar^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_f}{\Delta} \right), \quad (4)$$

откуда для граничной энергии имеем

$$\varepsilon_f = \Delta + n \frac{d\pi\hbar^2}{m}, \quad (5)$$

где n – концентрация электронного газа СР. Формула (5) справедлива для узкозонных СР, у которых $\Delta < nd\pi\hbar^2/m$.

5. $\varepsilon_f \leq 2\Delta$

$$N = -\frac{Vm\Delta}{\pi^2\hbar^2 d} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_f}{\Delta} \right) \arccos \left(1 - \frac{\varepsilon_f}{\Delta} \right) - \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_f}{\Delta} \right)^2 \right)^{1/2} \right]. \quad (6)$$

Проведя замену переменных, получим

$$\alpha \cdot \arccos(\alpha) - (1 - \alpha^2)^{1/2} = -C, \quad (7)$$

где $\alpha = 1 - \varepsilon_f / \Delta$, $C = n\pi^2 \hbar^2 d / m\Delta$.

Получили трансцендентное уравнение, определяющее энергию Ферми электронного газа для СР с $\Delta > nd \pi \hbar^2 / m$.

Граничную энергию для предельных значений параметра α легко найти из уравнения (7).

При $\alpha \ll 1$ ($\varepsilon_f \approx \Delta$) имеем

$$\varepsilon_f = \Delta \left(1 + \frac{2(C-1)}{\pi} \right). \quad (8)$$

Формула (8) справедлива для СР с $\Delta \approx nd \pi \hbar^2 / m$.

При $\alpha \approx 1$ ($\varepsilon_f \ll \Delta$) имеем

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta}{2} (3C)^{2/3}. \quad (9)$$

Формула (9) имеет место для СР с $\Delta \gg nd \pi \hbar^2 / m$.

В предельном переходе к спектру $\varepsilon(p) = p^2 / 2m$, положив $\Delta \rightarrow \infty$ и $d \rightarrow 0$ легко получить известное уравнение для максимальной кинетической энергии электронов идеального ферми-газа

$$\varepsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}. \quad (10)$$

Работа поддержана грантом регионального конкурса АВО РФФИ «Поволжье» 04 02 96505.

Применение теории непрерывных групп Ли для отыскания автомодельного решения дифференциального уравнения в частных производных.

Конченков Владимир Игоревич

Волгоградский государственный педагогический университет

Жуков Борис Александрович, д.т.н.

kontchenkov@list.ru

Одним из методов, позволяющих во многих случаях находить точные решения дифференциальных уравнений в частных производных, является поиск автомодельных решений. Автомодельное решение такого уравнения относительно функции двух независимых переменных может быть представлено в виде: $u(x, t) = A(t)f(\xi)$, $\xi = x/l(t)$. Оно существует для уравнений, инвариантных относительно группы неоднородных растяжений: $x' = xe^a$, $t' = te^{ka}$, $u' = ue^{la}$. Автомодельной переменной ξ является инвариант этой группы. Таким образом, чтобы найти автомодельное решение дифференциального уравнения в частных производных, находим вначале все допускаемые уравнением группы. Если среди них есть группа растяжений, находим её инварианты и, осуществив автомодельную подстановку, сводим данное дифференциальное уравнение в частных производных к обыкновенному. Если мы найдем решение получившегося уравнения и перейдем к старым переменным, то мы получим автомодельное решение данного уравнения.

Рассмотрим следующее нелинейное уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(u^n \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) = 0. \quad (1)$$

Это уравнение встречается в задачах волновой и газовой динамики. Будем искать допускаемый оператор в виде

$X = \xi^1 \frac{\partial}{\partial x} + \xi^2 \frac{\partial}{\partial t} + \eta \frac{\partial}{\partial u}$, где ξ^1, ξ^2, η – пока неизвестные функции от x, t, u . Условие инвариантности

уравнения относительно этих преобразований представляется в форме $X F|_{[F]} = 0$, где

$X = X + \zeta_1 \frac{\partial}{\partial u_x} + \zeta_2 \frac{\partial}{\partial u_t} + \zeta_{11} \frac{\partial}{\partial u_{xx}} + \zeta_{12} \frac{\partial}{\partial u_{xt}} + \zeta_{22} \frac{\partial}{\partial u_{tt}}$ – второе продолжение оператора X . Учитывая, что в силу инвариантности уравнения относительно заданного преобразования $X F = 0$, будем иметь:

$$X(u_{tt} - u^{(n-1)} n u_x^2 - u^n u_{xx}) = -2u^{(n-1)} n u_x \zeta_1 - u^n \zeta_{11} + \zeta_{22} \Big|_{u_{tt} = u^{(n-1)} n u_x^2 + u^n u_{xx}} = 0. \quad (2)$$

Задача отыскания всех однопараметрических групп, допускаемых данным уравнением (1), сводится к решению уравнения (2), называемого определяющим уравнением. Находим коэффициенты $\zeta_1, \zeta_{11}, \zeta_{22}$, воспользовавшись следующими формулами: $\zeta_i = D_i(\eta) - u_j D_i(\xi^j)$, $\zeta_{ij} = D_j(\zeta_i) - u_{ik} D_j(\xi^k)$. Подставляем найденные коэффициенты в (2) и, собрав все члены, содержащие старшую производную u_{xx} , приравниваем их сумму нулю. Получим следующее: $-u^n (2\xi^1_u u_t + 2\xi^1_t - 2\xi^2_x - 2\xi^2_u u_x - \eta u^{n-1}) = 0$. Но отсюда ясно, что $\xi^1_u = \xi^2_u = 0$, поскольку ξ^1, ξ^2, η не должны зависеть от u_x и u_t . Тогда имеем:

$$\xi^1 = a(x, t), \quad \xi^2 = b(x, t), \quad \xi^1_t = \xi^2_x, \quad \eta = 0. \quad (3)$$

Для того, чтобы выполнялось (3), необходимо, чтобы

$$\xi^1 = a(x, t) = \frac{\partial c(x, t)}{\partial x}, \quad \xi^2 = b(x, t) = \frac{\partial c(x, t)}{\partial t}, \quad (4)$$

где $c(x, t)$ – некоторая функция. Подставим (4) в (3) и, решая получившуюся систему, найдём, что $c(x, t) = (x C_3 + C_1)t + x C_4 + C_2$, $\xi^1 = C_3 t + C_4$, $\xi^2 = C_3 x + C_1$. Тогда инфинитезимальный оператор запишется в виде:

$$X = (C_3 x + C_1) \frac{\partial}{\partial x} + (C_3 t + C_4) \frac{\partial}{\partial t}. \quad (5)$$

Полагая в (5) $C_1 = C_4 = 0, C_3 = 1$, получаем $X_1 = x \frac{\partial}{\partial x} + t \frac{\partial}{\partial t}$ – оператор группы однородных растяжений.

Инвариантом этой группы будет $x/t = const$. Поэтому ищем решение уравнения в виде $u(x, t) = v(z), z = x/t$. Осуществив замену, приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} (z^2 - v^n) + 2z \frac{dv}{dz} - v^{(n-1)} n \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 = 0. \quad (6)$$

Попытаемся найти какое-нибудь частное решение уравнения (6). Вначале найдём группы, допускаемые этим уравнением. Проведя аналогичные рассуждения, получаем допускаемый оператор $X = \frac{zn}{2} \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial v}$.

Инвариантом данной группы будет $z^n/v = C$. Будем искать инвариантное решение уравнения (6), которое представляется в виде $z^n/v = const$, или

$$v(z) = z^n/k. \quad (7)$$

Подставим (7) в (6) и, решая получившееся алгебраическое уравнение относительно k , получаем

$k = z^n / e^{\left(\frac{2 \ln z}{n}\right)}$. Отсюда $v(z) = z^n$. Возвращаясь к старым переменным, имеем $u(x, t) = \left(\frac{x}{t}\right)^n$. Это одно из автомодельных решений уравнения (1).

Список публикаций:

- [1] Адлер В.Э., Хабибуллин И.Т., Черданцев И.Ю. Групповой анализ дифференциальных уравнений: Учебное пособие / Уфимск. гос. авиац. техн. ун – т. – Уфа, 1999. 64 с.
- [2] Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2004. 539с.
- [3] Ибрагимов Н.Х. Алгебра группового анализа. / (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика», №8) – М.: Знание, 1989. 48 с..

- [4] Ибрагимов Н.Х. Опыт группового анализа дифференциальных уравнений. / (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика», №7) - М.: Знание, 1991. – 48 с.
- [5] Колоколов И.В., Кузнецов Е.А., Мильштейн А.И., Подивилов Е.В., Черных А.И., Шапиро Д.А., Шапиро Е.Г. Задачи по математическим методам физики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 288 с.
- [6] Олвер П. Приложение групп Ли к дифференциальным уравнениям: Пер. с англ. М.: Мир. 1989. 639с.

Перенос поляризованного излучения в мутных сильно анизотропных средах в малоугловой модификации метода сферических гармоник

Коркин Сергей Владимирович

Московский энергетический институт (ТУ)

Будак Владимир Павлович, д.т.н.

sergei_korkin@mail.ru

Математическая модель отражения поляризованного излучения от подстилающей поверхности (облачной атмосферы с учётом отражения от поверхности Земли) представляет собой расчёт яркостного вектор-параметра *Stokes* [1 или см. Коркин С.В. «Применение и описание поляризации в светотехнике» настоящего сборника] в произвольном направлении на произвольной оптической глубине при заданных граничных условиях. Данная модель, базирующаяся на решении векторного (поляризованного) уравнения переноса излучения (ВУПИ) [2], необходима, например, для корректной интерпретации данных поляризационного зондирования мутных сред. В работе рассматривается перенос поляризованного излучения в плоскопараллельном слое (атмосфера планет) при облучении плоским мононаправленным источником излучения (Солнце). Направление падения и состояние поляризации лучей на верхней границе слоя произвольны.

Реальные среды (облачная атмосфера, естественные воды) обладают сильной анизотропией, что требует разработки эффективных с точки зрения обусловленности и скорости сходимости к точному решению алгоритмов. Аналогично скалярной теории ускорение сходимости решения может быть достигнуто за счёт вычитания из полного решения ВУПИ малоугловой составляющей [3]. Эта же операция улучшит обусловленность матричной формы ВУПИ. Уточнение решения, представляющее собой гладкую функцию, значительно менее требовательно ко времени расчета.

Обобщение метода сферических гармоник для решения ВУПИ предложено *Kuščer-Ribarič* [4] на основе разложения яркостного вектор-параметра *Stokes* по обобщённым сферическим функциям (ОСФ) [5] в комплексном циркулярном базисе (*CP*-представление – *Circular polarization*). Такое представление диагонализует матрицу ротатора, что позволяет раскрыть интеграл рассеяния ВУПИ при помощи теоремы сложения для ОСФ [5]. Однако, применение методов, развитых при решении скалярного УПИ [6], затруднено наличием комплексных коэффициентов. Возможно следующее решение: раскрыв интеграл рассеяния ВУПИ в комплексном *CP*-представлении и получив систему векторных дифференциальных уравнений для амплитуд гармоник ОСФ, вернуть полученную систему в действительное *SP*-представление (*Stokes polarization*) для дальнейшего анализа.

Малоугловая составляющая ищется в системе координат, связанной с направлением падения солнечных лучей на верхнюю границу атмосферы [7]. В отличие от применяемой системы отсчёта азимута от вертикального направления (*Goudsmit-Saunderson* [8]) в атмосфере полученная система не распадается на независимые уравнения для азимутального Фурье-спектра разложения тела яркости. Допуская непрерывную зависимость углового *CP*-спектра разложения тела яркости по ОСФ и разлагая её в ряд Тейлора, ограничиваемся, вследствие сильной анизотропии, двумя членами полученного ряда. По аналогии со скалярным случаем получим векторную малоугловую модификацию метода сферических гармоник (ВМСГ). Окончательное решение ищется путём интегрирования системы дифференциальных уравнений для векторных коэффициентов разложения в *CP*-представлении вдоль направления падения (метод интегрирования вдоль характеристики) и обратным матричным преобразованием полученного комплексного *CP*-решения в энергетическое *SP*-пространство.

ВМСГ может служить как для самостоятельного исследования процесса распространения поляризованного излучения в мутных средах, отражения от подстилающей поверхности, так и для существенного ускорения сходимости алгоритма полного решения ВУПИ. Возможно так же обобщение ВМСГ на случай трехмерной геометрии реальных сред. Точность полученного результата оценивалась путём сравнения с решением для релеевской атмосферы [2]. Диапазон углов (в зависимости от параметров среды), при котором ВМСГ может заменить точное решение, оценивался путём сравнения с численным решением по методу Монте-Карло [9]. Для малых оптических толщ сравнение проводилось с приближением однократного рассеяния.

Список публикаций:

- [1] G.G. Stokes *On the composition and resolution of stream of light from different sources* // In: *Mathematical and Physical Papers* / N.-Y.: Johnson Reprint, 1966. V.3. – P.232-258.
- [2] Чандрасекхар С. *Перенос лучистой энергии*. М.: ИЛ, 1953
- [3] Будаков В.П., Козельский А.В., Савицкий Е.Н. Улучшение сходимости метода сферических гармоник при сильно анизотропном рассеянии // *Оптика атмосферы и океана*. 2004. Т.17, вып. 1. С. 36-41.
- [4] Kuščer I., Ribarič M. *Matrix Formalism in the Theory of Diffusion of Light* // *Optica Acta*, 1959. V.6, N1. - P.42-51.
- [5] 5.Гельфанд И.М., Минлос Р.А., Шапиро З.Я., *Представления группы вращения и группы Лоренца*. М.: Физматгиз, 1958
- [6] 6.А.Н. Karp, J. Greenstadt, J.A. Fillmore, "Radiative transfer through an arbitrary thick scattering atmosphere", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.*, 1980. V.24, N5. pp.391- 406.
- [7] Астахов И.Е., Будаков В.П., Лисицин Д.В., Селиванов В.А. Решение векторного уравнения переноса в малоугловой модификации метода сферических гармоник // *Оптика атмосферы и океана*, 1994. Т.7, N6. - С.753-761
- [8] Goudsmit S., Saunderson J.L. *Multiple Scattering of Electrons* // *Phys. Rev.* 1940. V.58. pp. 24 –30.
- [9] *Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Под общ. ред. Марчука Г.И.* – Новосибирск: Наука, 1976

Применение и описание поляризации в светотехнике

Коркин Сергей Владимирович

Московский энергетический институт (ТУ)

Будаков Владимир Павлович, д.т.н.

sergei_korkin@mail.ru

Современная светотехника включает в себя различные направления: фотометрия, физиологическая оптика, психология зрительного восприятия, колориметрия, материаловедение и ряд других, в том числе компьютерное моделирование [1], позволяющее проводить расчет многократных переотражений, что приближает проектируемое поле освещенности некоторого пространства к полученному на практике или к большей реалистичности изображения на экране монитора.

Известно, что отражение даже естественного неполяризованного излучения ведет к его частичной поляризации. Многократные переотражения ведут к увеличению степени поляризации (стопа Столетова), а сам коэффициент отражения (или пропускания), необходимый для инженерного светотехнического расчета или дизайнерского проекта, определяется коэффициентами отражений двух взаимно перпендикулярных компонент поляризации. Материалы, используемые сегодня в строительстве (стекло, металл, мрамор, пластик), а так же вода в фонтане или бассейне, снег в значительной степени поляризуют отраженное излучение, особенно при многократных переотражениях. Практически полную деполяризацию дает лишь сухой песок [2].

Одной из наиболее важных в светотехнике является проблема восприятия светового поля глазом человека, изучаемого в рамках физиологической оптики. Прозрачное стекловидное тело глаза делает возможным изучение своего состава, строения роговицы, сетчатки, хрусталика оптическими методами (дистанционным оптическим зондированием). Таким образом, поляризационные эффекты проявляют в себя и в физиологической оптике. В работе [3] рассмотрены некоторые поляризационные характеристики органа зрения, их применение для исследования параметров глазных сред, обсуждается возможность использования поляризационного зондирования глаза в офтальмологии.

Поляризация излучения дает так же ряд красивых решений в дизайне, например, таких как изменение цвета отражающей поверхности в зависимости от угла визирования или игра света при многократных переотражениях в светильнике.

Необходимость учета поляризации возникает при расчете осветительных установок, включающих много оптических элементов, и проектировании фотометрических приборов, в которых, например, два скрещенных поляризатора представляют собой ослабитель с переменным коэффициентом пропускания, практически не вносящий изменения в спектральный состав исследуемого излучения. Доля прошедшего излучения в полупроводниковый слой фотоприемника так же зависит от поляризации. Подробнее вопросам поляризации в фотометрии (фотополяриметрии) посвящен ряд работ Г.В. Розенберга.

Для светотехнического описания поляризации необходимо использовать естественную для фотометрии энергетическую характеристику. Такой характеристикой является яркостный вектор-параметр Стокса (G.G. Stokes) $S = \{S_1; S_2; S_3; S_4\}$. Все элементы S_i имеют размерность яркости (как энергетической, так и световой в соответствующих задачах) и имеют следующий смысл: S_1 – полная яркость светового пучка; S_2 – разность яркостей пучков, прошедших горизонтальный и вертикальный поляризаторы; S_3 – разность яркостей пучков, прошедших линейные поляризаторы, повернутые на $+45^\circ$ и -45° от горизонтальной плоскости; S_4 – разность яркостей пучков, прошедших правый и левый круговые поляризаторы. Таким образом, четырехкомпонентный энергетический вектор-параметр Стокса, легко измеряемый на практике, дает описание четырех параметров, полностью характеризующих излучение (Розенберг): полной яркости пучка, степеней его линейной и

эллиптической поляризации, ориентации плоскости поляризации относительно референтной плоскости (некоторая заданная система координат). Более подробно о поляризационных устройствах, способах описания поляризации, давно известных поляризационных эффектах и некоторых методах решения задач преобразования поляризационного излучения можно узнать в монографиях Шерклиффа (*W. A. Shurkliff*), Аззама (*R.M.A. Azzam*) и других.

При взаимодействии излучения с веществом происходит перераспределение энергии между компонентами S , что описывается его умножением на шестнадцатизначную квадратную матрицу – матрицу Мюллера (*H. Mueller*): $S=MS_0$. Такое матричное операторное преобразование позволяет описать прохождение излучения S_0 через N оптических компонент (например, линз) или N -кратное отражение, причем i -й элемент описывается своим оператором Мюллера M_i : $S=M_N M_{N-1} \dots M_2 M_1 S_0$. Конкретный вид матриц Мюллера M для некоторых оптических элементов можно найти, например, в вышеуказанных монографиях Шерклиффа, Аззама. Кратко рассмотрим процесс N -кратного переотражения пучка света S_0 . Как видно из определения, вектор-параметр Стокса зависит от выбора системы координат – референтной плоскости. По аналогии с задачами оптики мутных сред в качестве референтной удобно выбирать плоскость, содержащую направление падения излучения и направление визирования. Отражающие или прозрачные поверхности, поляризаторы задаются матрицами Мюллера относительно нормали к своей поверхности и угла θ между нормалью и направлением падения лучей. Для смены плоскости отсчета компонентов S (поворота плоскости референции на некоторый угол χ) служит матрица поворота (ротатор) $R(\chi)$. Таким образом, матричное представление поляризации позволяет описать однократное отражение в виде

$$S_1 = R(-\psi_1) M_1(\theta) R(\chi_1) S_0,$$

двукратное – в виде

$$S_2 = R(-\psi_2) M_2(\theta) R(\chi_2) S_1 = R(-\psi_2) M_2(\theta) R(\chi_2) R(-\psi_1) M_1(\theta) R(\chi_1) S_0 = R(-\psi_2) M_2(\theta) R(\chi_2 - \psi_1) M_1(\theta) R(\chi_1) S_0.$$

Многokратные переотражения – по аналогии. Выбор циркулярного базиса взамен разложения по ортогональным компонентам значительно упростит вычисления, сведя матрицу ротатора к диагональной (*Kuščer I., Ribarič M.*).

Список публикаций:

- [1] Будак В.П. Компьютерная графика – светотехнический проект на компьютере / *Светотехника*, 1999. №1. С.22-25.
 [2] F. Le Roy-Brehonnet, B. Le Jeune, P.Y. Gerligand, J. Cariou and J. Lotrain *Analysis of depolarizing optical targets by Mueller matrix formalism // Pure Appl. Opt.* 6 (1997), P.385 – 404.
 [3] Жевандров Н.Д. Поляризационная физиологическая оптика / *УФН*, 1995. Т.165, №10. С.1193 – 1213.

Матричная запись уравнений Максвелла

Краснобаев Евгений Алексеевич

Халанский Артём Юрьевич

Витебский государственный университет им. П.М. Машерова

Андрушкевич Иосиф Евгеньевич, к.ф.-м.н.

web@open.by

Уравнения Максвелла, фундаментальные уравнения классической макроскопической электродинамики, описывающие электромагнитные явления в произвольной среде. Они связывают величины, характеризующие электромагнитное поле, с его источниками, то есть с распределением в пространстве электрических зарядов и токов. В пустоте электромагнитное поле характеризуется двумя векторными величинами, зависящими от пространственных координат и времени: напряжённостью электрического поля E и магнитной индукцией B . Эти величины определяют силы, действующие со стороны поля на заряды и токи, распределение которых в пространстве задаётся плотностью заряда ρ и плотностью тока j . Для описания электромагнитных процессов в материальной среде (в веществе), кроме векторов E и B , вводятся вспомогательные векторные величины, зависящие от состояния и свойств среды: электрическая индукция D и напряжённость магнитного поля H . Уравнения Максвелла позволяют определить основные характеристики поля (E , B , D и H) в каждой точке пространства в любой момент времени, если известны источники поля j и ρ как функции координат и времени.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{j} &= \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad (2)$$

(1) и (2) – уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

На практике, уравнений Максвелла решаются путем построения волновых уравнений – дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, описывающих процесс распространения возмущений в среде. Стандартный способ построения волновых уравнений для электромагнитных волн из уравнений Максвелла заключается в осуществлении операции ротор над первым и вторым уравнением из системы и дальнейшей подстановкой третьего и четвертого уравнений. Для линейной непроводящей нейтральной среды волновые уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Однако для решения задач в нелинейных нестационарных средах возникают трудности разделения волновых уравнений отдельно для векторов \vec{E} и \vec{H} . Это заставляет нас искать другие формы записи уравнений Максвелла, возможно позволяющие решать такие проблемы.

Уравнения Максвелла могут быть записаны в интегральной, дифференциальной, тензорной форме. Уравнения Максвелла в интегральной форме определяют по заданным зарядам и токам не сами векторы поля E , B , D , H в отдельных точках пространства, а некоторые интегральные величины, зависящие от распределения этих характеристик поля: циркуляцию векторов E и H вдоль произвольных замкнутых контуров и потоки векторов D и B через произвольные замкнутые поверхности. Тензорная форма описания уравнений Максвелла оказывается удобной в целом ряде прикладных задач.

Рассмотрим матричную форму представления уравнений Максвелла в следующем виде:

$$\left(\gamma^1 \frac{\partial}{\partial x} + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial y} + \gamma^3 \frac{\partial}{\partial z} + \gamma^4 M \frac{\partial}{\partial t} + \Theta \right) \Phi = 0 \quad (3)$$

где Φ – неизвестная функция, M и Θ – некоторые матрицы,

γ^i - матрицы, удовлетворяющие следующим соотношениям: $\gamma^i \gamma^j + \gamma^j \gamma^i = 2g^{ij} I$.

Все произведения матриц γ образуют базис обладающий следующими свойствами:

6. Матрицы γ^i линейно независимы.
7. Любая матрица A – размерности γ представляется как линейная комбинация матриц γ^i .
8. Квадрат каждой из них равен $+I$ или $-I$.

Данная форма записи эквивалентна форме записи уравнения Дирака, в которой нет проблемы разделения переменных [1].

Дальнейшие исследования показали, что представление уравнений Максвелла в виде (3) не единственно. Известно, что матрицы в уравнении обладают свойством: квадрат матриц стоящих у производных по координатам равен I , а у времени $-I$. Все эти матрицы антикоммутируют между собой. Таким образом, мы имеем большое количество четверок матриц обладающих этими свойствами и определяющими различные представления этого уравнения. Нами также доказано существование перехода от одного представления к другому и соответственно эквивалентность всех этих представлений. Построен алгоритм нахождения

различных представлений и нахождения матриц перехода между ними. Интересно представить классификацию сред с этой точки зрения, однако это задача дальнейших исследований.

Список публикаций:

[1] Андрушкевич И.Е., Шишкин Г.В. О критериях разделимости переменных в уравнении Дирака в гравитационных полях. – Теоретическая и математическая физика, 1987, т.70, №2, с. 289-302.

Расчёт времени спин-спиновой релаксации с учетом локальной геометрии поверхности ферромагнетика

Магомедов Шамиль Алиасхабович

Казбеков Каирбек Казбекович, Нухов Азим Кадимович,

Гуйдалаева Таиса Абакаровна

Дагестанский государственный университет

Мусаев Гатиз Мусаевич, д.ф.-м.н.

mgm20001942@mail.ru

При исследовании магнитных низкоразмерных структур особенно важной становится роль поверхностной энергии. В случае существенного влияния поверхности происходит отклонение симметрии волновых функций системы от исходной пространственной симметрии кристалла. Нарушение волновой симметрии кристалла, обусловленное изменением характера обменного взаимодействия атомов в приповерхностной области может привести к ослаблению влияния дисперсии решётки на дисперсию спиновых волн в нормальных направлениях к поверхности системы и сводит квазиимпульсную зависимость спиновой частоты к линейной.

Линейная зависимость «поверхностной» дисперсии имеет ту особенность, что она задаётся покомпонентно, тогда как в общем случае выражается через модуль квазиимпульса.

Отметим, что ранее мы получали выражение для «поверхностного» спектра системы в нулевом приближении по спиновому взаимодействию

$$\Delta E_s = \sum_k \left(\frac{4\mu A}{I_0 d} k^2 + \mu h + i \frac{2\mu A}{I_0 d^2} \right) \lambda_n(k, \vec{z}) q_k^+ q_k, \quad (1)$$

где A – обменный интеграл классической теории, I_0 – намагниченность основного состояния, h – внешнее поле, d – среднее расстояние между ближайшими соседями, λ_n – длина волны, q_k^+ , q_k – обобщённые координаты системы.

Общее смещение частотного спектра спиновых волн будет:

$$\Delta \omega(k) = \Delta \omega_k(k) + i\Gamma(k), \quad (2)$$

которое отражает здесь только мнимое смещение, так как в рассматриваемом приближении реальная часть смещения спектра $\Delta \omega_k(k) = 0$. Мнимая составляющая $\Delta \Gamma(k)$ позволяет найти выражение для времени «поверхностной» релаксации τ_s :

$$\tau_s = \frac{1}{B \cdot \lambda_n(\vec{r}, k)}. \quad (3)$$

Записав выражение для $\lambda_n(\vec{r}, k)$ в виде:

$$\lambda_n(\vec{r}, k) = k^j \lambda_j(\vec{r}) = \sum_{m_1, m_2} k'(1 + m_1)(1 + \hat{\pi})(l, j) \delta^{ll'} \cdot (\beta_{m_1})_l (\beta_{m_2})_j \tilde{F} \left\{ \begin{matrix} m_1, m_2 \\ l, j \end{matrix} \right\}(\vec{r}), \quad (4)$$

получаем для времени релаксации следующую оценку:

$$\tau_s \sim \frac{\hbar}{6\pi A \lambda}. \quad (5)$$

В выражении (4) $\tilde{F} \left\{ \begin{matrix} m_1, m_2 \\ l, j \end{matrix} \right\}(\vec{r})$, полиномы вида:

$$P_{m,m-1}(r) = \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \frac{m!}{(m-k)!} r^{m-k} V^k. \quad (6)$$

Численное выражение для τ_s с учётом того, что $A = k_B \theta$, $\theta \sim 10^3 K$ (θ – температура Кюри ферромагнетика) получается:

$$\tau_s \cong 4,04 \cdot 10^{-16} \Lambda^{-1} c. \quad (7)$$

Как видно из (7), численное значение времени релаксации параметрически зависит от геометрического фактора Λ , который определяется локальной геометрией поверхности через коэффициенты β и функцию $\tilde{F}(\vec{r})$.

Для выяснения особенностей характера кинетики «поверхностных» спиновых волн, численную оценку (7) удобно сопоставить с характерными частотами, получаемыми из исходного гамильтониана. Оценивая верхний предел частотного спинового спектра как $\bar{\omega} \approx 5,2 \cdot 10^{12} c^{-1}$, получаем, что $\bar{\omega} \tau_s \approx 2,1 \cdot 10^{-3} \Lambda^{-1}$. Следовательно, при значениях $\Lambda \sim 1$, $\bar{\omega} \tau_s \ll 1$ влияние поверхности на спиновый спектр весьма незначительное. В области же значений $\Lambda \sim 10^{-3}$ и $\bar{\omega} \tau_s \sim 1$, расчёт показывает резонансное поглощение энергии спиновых волн поверхностью, причём максимум поглощённой энергии будет приходиться на верхний предел спиновых частот. При дальнейшем уменьшении геометрического фактора Λ должно наблюдаться сползание области резонансного поглощения за край частотного спектра в область более низких частот.

Релятивистски-инвариантная ковариантная формулировка уравнений Навье – Стокса

Николаев Григорий Борисович

Якутский государственный университет

Степанов Валерий Егорович д.ф.-м.н.

grimaza@mail.ru

Рассмотрена актуальная задача о релятивистском обобщении уравнений движения вязкой жидкости, известных как уравнения Навье – Стокса в криволинейной системе координат

Для ковариантной формулировки уравнений Навье – Стокса вводится четырехмерная скорость u^ν . Подобно случаю четырехмерного релятивистского представления уравнений динамики материальной точки в качестве четвертого уравнения вводится уравнение баланса мощности сил инерции и суммы воздействия внутренних и внешних сил. В силу того, что вектор четырех скорости элементарного объема является единичным, то система уравнений динамики имеет стандартный вид с антисимметричным тензором вращения или максвелловским тензором напряжений

$$c^2 D(\rho_0 u^\mu) = F^{\mu, \nu}, \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3) \quad (1)$$

В этом уравнении используются абсолютная и ковариантные производные с использованием символов Кристоффеля.

Компоненты соответствующего максвелловского тензора напряжений для вязкой жидкости Навье – Стокса определены уравнениями

$$F^{\mu, \nu} = \begin{pmatrix} 0 & F_1 & F_2 & F_3 \\ \xi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \xi_2 & 0 & 0 & 0 \\ \xi_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \rho_0 F^1 + \nabla_1 p^{11} + \nabla_2 p^{12} + \nabla_3 p^{13} \\ \xi_2 &= \rho_0 F^2 + \nabla_1 p^{21} + \nabla_2 p^{22} + \nabla_3 p^{23} \\ \xi_3 &= \rho_0 F^3 + \nabla_1 p^{31} + \nabla_2 p^{32} + \nabla_3 p^{33}\end{aligned}\quad (3)$$

Система (1) в компонентах имеет вид

$$\begin{aligned}c^2 D(\rho_0 u^0) &= F^1 u^1 + F^2 u^2 + F^3 u^3 \\ c^2 D(\rho_0 u^2) &= \left(F_1 - \frac{1}{\rho_0} \nabla_1 p + \frac{\nu}{3} \nabla_1 (3 \nabla_1 u^1 + \nabla_i u^i) + \nu \nabla_2^2 u^1 + \nu \nabla_3^2 u^1 \right) \frac{u^0}{\rho_0} \\ c^2 D(\rho_0 u^2) &= \left(F_2 - \frac{1}{\rho_0} \nabla_2 p + \frac{\nu}{3} \nabla_2 (3 \nabla_2 u^2 + \nabla_i u^i) + \nu \nabla_1^2 u^2 + \nu \nabla_3^2 u^2 \right) \frac{u^0}{\rho_0}, \quad (i=1,2,3) \\ c^2 D(\rho_0 u^3) &= \left(F_3 - \frac{1}{\rho_0} \nabla_3 p + \frac{\nu}{3} \nabla_3 (3 \nabla_3 u^3 + \nabla_i u^i) + \nu \nabla_1^2 u^3 + \nu \nabla_2^2 u^3 \right) \frac{u^0}{\rho_0}\end{aligned}\quad (4)$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho_0}$

$$\nabla_0(\rho_0 u^0) + \nabla_1(\rho_0 u^1) + \nabla_2(\rho_0 u^2) + \nabla_3(\rho_0 u^3) = 0 \quad (5)$$

– уравнение непрерывности.

Первый интеграл движения имеет вид

$$u_\mu u^\mu = 1 \quad (6)$$

Немарковские эффекты и хаотичность в стохастической динамике рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105

Панищев Олег Юрьевич

Дёмин Сергей Анатольевич, Хусаенова Эндже Вагизовна

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

Юльметьев Ренат Музипович, д.ф.-м.н.

oleg@theory.kazan-spu.ru

Изучение стохастической динамики природных объектов в настоящее время является одним из наиболее перспективных направлений для теоретической физики. Хорошо известно, что эволюция большинства реальных физических объектов характеризуется нелинейностью и нестационарностью. Открытие явления хаоса в динамических системах позволило по-новому взглянуть на функционирование подобных сложных систем. Хаос представляет собой отсутствие упорядоченности и характеризует случайность и непредсказуемость изменений поведения системы, невозможность проследить их причину. В зависимости от объекта исследования, можно ввести различные параметры, характеризующие как хаотические, так и регулярные компоненты стохастических процессов в изучаемой системе.

В данной работе мы представляем новый метод анализа проявлений хаоса и немарковских эффектов в динамике астрофизических объектов, основанный на теории дискретных немарковских случайных процессов [1]. Эта теоретическая концепция является дискретным аналогом хорошо известной в физике конденсированного состояния техники проекционных операторов Цванцига-Мори [2-3]. Она позволяет последовательно получить широкий набор параметров и величин, которые дают возможность детально судить о свойствах и характеристиках исследуемой сложной системы.

Для исследования хаотической компоненты динамики рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105 нами был разработан качественно новый метод анализа неравноинтервальных временных серий. Исходные экспериментальные данные, отражающие эволюцию реальных сложных систем разнообразной природы, как правило, представляют собой дискретные серии, в которых регистрация какого-либо параметра осуществляется через равные промежутки времени. Однако существует целый класс физических объектов и моделей, для которых регистрация экспериментальных данных с постоянным шагом дискретизации не представляется возможной из-за особенностей самого объекта исследования или технических возможностей регистрирующей аппаратуры. Примерами таких систем могут служить: сейсмическая активность различных

локализованных участков земной коры, динамика интенсивности излучения астрофизических объектов, различные физиологические показатели живых систем, а также некоторые модельные системы. Для изучения таких временных серий нами был разработан новый теоретический подход к описанию дискретных немарковских случайных процессов, в рамках которого выполняется не простое усреднение неравноинтервальных данных, а учет всего регистрируемого набора экспериментальных показателей. Это приводит к получению более обширной и детальной информации о характеристиках эволюции изучаемой системы.

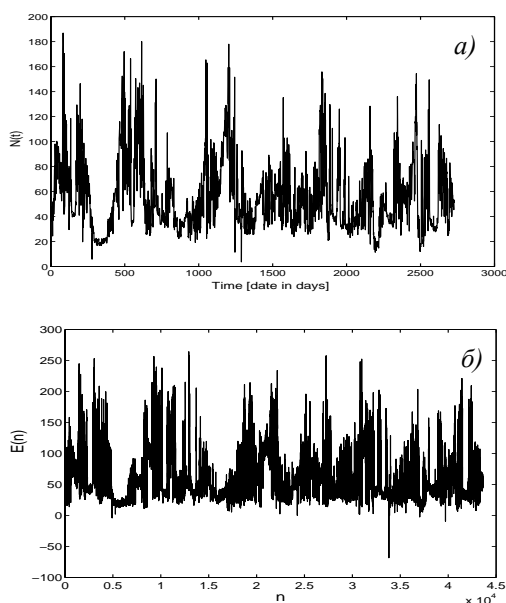


рис.1

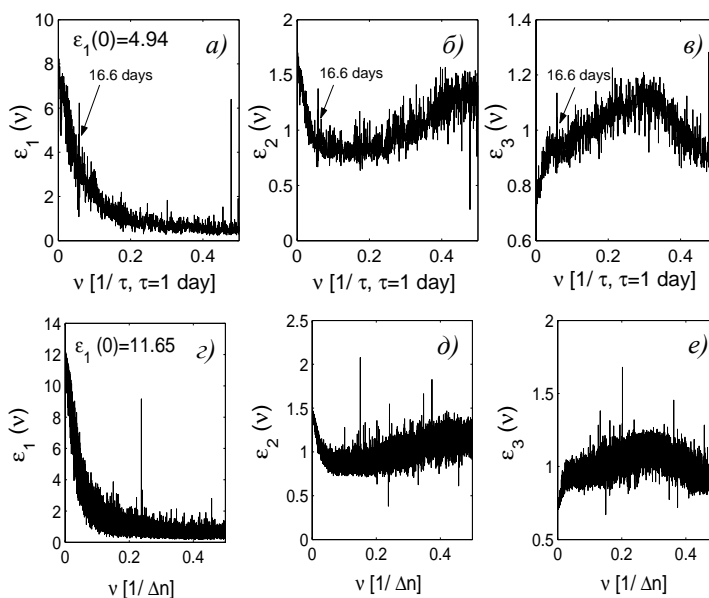


рис.2

Для апробации данного метода мы проанализировали временные серии с постоянным и случайным шагами дискретизации. Нами была рассмотрена стохастическая динамика рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105. Микроквар GRS 1915+105 лежит в созвездии Орла вблизи плоскости Галактики, примерно в 40000 световых лет от Солнца и представляет собой двойную звездную систему. Один из ее компонентов – нормальная звезда с массой $0,8 \pm 0,5 M_{\text{Sun}}$, которая вращается вокруг компактного массивного объекта, вероятно, черной дыры ($M = 14 M_{\text{Sun}}$). Период обращения обычной звезды T_{orb} составляет $33,5 \pm 1,5$ сут. На черную дыру происходит постоянное падение вещества нормальной звезды с образованием горячего аккреционного диска, излучающего в рентгеновском диапазоне [4].

На рис.1 представлена динамика интенсивности рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105 (a) - усредненная в течение дня, (б) – в виде последовательности событий через различные промежутки времени. В обоих случаях на графиках заметно наличие квазипериодических структур, которые связаны с относительной регулярностью сигнала.

На рис.2 представлена частотная зависимость первых трех точек параметра немарковости $\epsilon_i(v)$, где $i=1,2,3$, который позволяет количественно оценить влияние статистических эффектов памяти на динамику исследуемого сигнала. На спектрах параметра немарковости для динамики интенсивности рентгеновского излучения, усредненной по 1 дню (рис.2a-в), четко выделяется группа всплесков в области частот $v = 0,057 \sim 0,072 f. u.$ (этот частотный диапазон соответствует временному интервалу $\tau = 13,8 \sim 17,4$ дня). Максимальный пик соответствует частоте $v = 6 \cdot 10^{-2} f. u.$, $\tau = 16,6$ дней. Первая точка параметра немарковости $\epsilon_i(v)$ в событийном представлении (рис.2г) позволяет выявить дополнительные особенности релаксационных процессов в рентгеновском излучении микроквара. Ее значение на нулевой частоте составляет $\epsilon_1(0) = 11,65$. Это отражает наличие сильного влияния квазимарковских эффектов на процессы рентгеновского излучения. Эффекты марковизации наблюдаются в частотной зависимости $\epsilon_i(v)$, особенно они заметны на частоте $v = 238 f. u.$ ($1 f. u. = 1/\Delta n$, Δn – одно событие).

В данной работе мы выполнили сравнительный анализ частотных зависимостей статистического параметра немарковости для динамики рентгеновского излучения микроквара GRS 1915+105, представленной для случаев с постоянным и переменным временными шагами. Он позволяет сделать вывод о том, что усреднение экспериментальных данных в течение 1 дня приводит к значительной потере “полезной” информации о физической сущности исследуемой системы. В результате этого динамика рентгеновского излучения становится более регулярной, в ней начинают преобладать немарковские эффекты. Как отмечено на

рис.2а, значение первой точки параметра немарковости на нулевой частоте для этого случая $\varepsilon_1(0)=4,94$. Совершенно другая картина наблюдается для событийной формы представления исходного сигнала (рис.1б), который, исходя из анализа частотного спектра параметра немарковости, имеет ярко выраженный квазимарковский характер. Таким образом, наши исследования демонстрируют определенные преимущества статистического анализа случайных физических процессов в событийной шкале.

Настоящая работа поддержана фондом РФФИ № 05-02-16639-а, фондом Федерального агентства по образованию Министерства образования и науки Российской Федерации.

Список публикаций:

- [1] R.M. Yulmetyev, P. Hänggi and F.M. Gafarov, *Phys. Rev. E*, **62(5)**, 6178 (2000).
- [2] R. Zwanzig, *J. Chem. Phys.*, **3**, 106 (1960).
- [3] H. Mori, *Prog. Theor. Phys.*, **33**, 423 (1965).
- [4] J. Greiner, J.G. Cuby, M.J. McCaughrean, *Nature*, **414**, 422 (2001).

Информационные модели случайности и немарковости в электромагнитных откликах коры головного мозга человека

Панищев Олег Юрьевич

Хусаенова Эндже Вагизовна, Дёмин Сергей Анатольевич

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

Юльметьев Ренат Музитович, д.ф.-м.н.

oleg@theory.kazan-spu.ru

Многогранность и уникальность головного мозга человека часто выступают наиболее ценным объектом исследования в самых различных областях современной науки. При этом каждая область научного знания раскрывает лишь отдельные аспекты, связанные с функционированием головного мозга. Это связано со сложнейшей организацией головного мозга (он состоит примерно из 10^{11} нейронов, на каждый приходится до 10^4 связей), а также с трудностями исследования и описания механизма разнообразных процессов, протекающих в нем. В связи с этим методы статистического и корреляционного анализа приобретают ключевую роль.

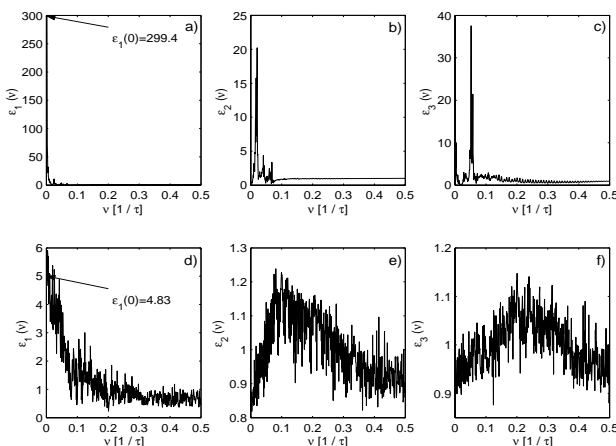
Первичным источником информации о механизме и физической природе процессов, протекающих в головном мозге, является широко известный в медицине метод энцефалографии. При помощи энцефалографии осуществляется регистрация электрических импульсов (ЭЭГ) или стохастической динамики изменения магнитного поля (МЭГ). При этом МЭГ является более предпочтительным методом регистрации, вследствие того, что ткани, окружающие головной мозг являются прозрачными для магнитного поля. Регистрируемый подобным образом сигнал несет в себе меньшее количество ненужных для анализа артефактов и искажений. Подобные исследования, как правило, осуществляются с целью анализа различных нарушений и заболеваний головного мозга. В частности одним из таких заболеваний является фоточувствительная эпилепсия (ФЧЭ). ФЧЭ проявляется в среднем у 2-5% людей, страдающих эпилепсией. Основное проявление данного заболевания заключается в возникновении серии эпилептических припадков при воздействии на зрительные органы человека высокоинтенсивным мерцающим светом с различной комбинацией цветов. В результате нейрофизиологических исследований выявлено, что сочетание красного и голубого цветов оказывается наиболее опасным для людей, страдающих данным заболеванием.

В данной работе мы представляем новый метод анализа стохастической динамики электромагнитных откликов коры головного мозга человека на основе теории дискретных немарковских случайных процессов [1]. Данная теория является дискретным аналогом метода проекционных операторов Цванцига-Мори [2-3]. Изучение реальных живых систем строится на основе существования взаимосвязи, которая включает в себя параметр немарковости и информацию о физиологическом состоянии живой системы, определяющую качественное состояние исследуемой системы. Существование данной взаимосвязи важно как для решения проблем медицины, так и для анализа широкого круга проблем физики сложных систем живой природы. Физический смысл параметра немарковости заключается в сравнении и сопоставлении релаксационных масштабов функций памяти разного порядка. В зависимости от значений этого параметра выделяют марковские (с короткой или мгновенной памятью), немарковские (с эффектами дальнедействующей памяти) и квазимарковские (промежуточные) процессы. При этом под памятью понимается информация о предыдущих состояниях системы. Дальнейшее исследование и анализ поведения параметра немарковости при различных воздействиях на живую систему указали на то, что он является количественной мерой хаотичности, стохастичности, нерегулярности и вследствие этого содержит информацию о динамическом (в случае физических объектов) или физиологическом (в случае живого объекта) состоянии исследуемой системы. Фактически параметр немарковости может служить количественной мерой хаотичности или регулярности

различных состояний системы. Увеличение данного параметра соответствует большей хаотичности или усилению марковских эффектов в системе. С другой стороны большие значения параметра немарковости ($\varepsilon \sim 10^2$) характерны для стабильных физиологических состояний живой системы. Уменьшение параметра немарковости характеризует большую упорядоченность (или регулярность) в состоянии системы. Минимальные значения этого параметра ($\varepsilon \sim 10^0$) свойственны патологическим состояниям.

Мы выполнили статистический анализ временных записей локальных колебаний магнитного поля, регистрация которых осуществлялась при помощи сверхпроводящих квантовых детекторов (SQUID). Для исследования механизмов возникновения и протекания ФЧЭ были выбраны детекторы, расположенные в затылочной области головы человека (данная зона головного мозга отвечает за зрительное восприятие). Регистрация выполнялась в том момент, когда исследуемый человек смотрел на экран, расположенный перед глазами. На экран подавался зрительный мерцающий стимул, состоящий из комбинации красного и голубого цветов [4].

На *рис.1* представлена частотная зависимость первых трех точек параметра немарковости $\varepsilon_i(\nu)$, где $i=1,2,3$. *Рис.1a-c* представляют зависимость для стохастической динамики магнитных потенциалов головного мозга здорового человека, зафиксированных одним из детекторов, расположенным в затылочной области, *рис.1d-f* – представлены для электромагнитных откликов коры головного мозга больного человека с ФЧЭ. На *рис. 1a-c* статистический спектр первой точки параметра немарковости имеет четко выраженную фрактальную структуру. Частотная зависимость второй и третьей точек данного параметра имеет кратные всплески в области низких частот, которые связаны с физиологическим ритмом – ритмическими колебаниями потенциалов коры головного мозга в диапазоне частот 12-35 Гц. Физиологическая природа этого ритма вызывается спонтанным коллективным возбуждением нейронов при световом воздействии. Значение параметра $\varepsilon_1(0)=299.4$. Совершенно иная картина наблюдается в частотном поведении первых трех точек параметра немарковости, представленных для динамики магнитных потенциалов коры головного мозга больного человека (ФЧЭ). Пики, связанные с нормальным физиологическим ритмом, исчезают. Это может быть вызвано коллективной динамикой нейронов в коре головного мозга больного человека. Значение параметра $\varepsilon_1(0)=4.83$.



В таблице представлены значения первой точки параметра немарковости на нулевой частоте для различных детекторов, расположенных в затылочной области (а) больного человека, (b) одного из здоровых людей и (c) усредненное значение данного параметра для группы из 9 здоровых людей.

датчик SQUID, №	38	39	40	41	42	43	46	47	48	51	52	53	54	55
$\varepsilon_1(0)_{patient}$	8,01	16,3	9,02	9,55	19,5	33,6	33,5	31,9	16,8	6,05	40,9	4,83	18,3	20,3
$\varepsilon_1(0)_{healthy\ subject}$	188	131	191	121	256	272	52,9	143	142	173	102	299	55,4	244
$\varepsilon_1(0)_{av.val.\ healthy\ people}$	129	100	140	158	175	157	219	223	126	205	134	150	94,0	131

Общий анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о хаотической структуре, преобладании марковских эффектов и динамической перемежаемости, проявлении дальнедействующих корреляций, наличии физиологических ритмов в стохастической динамике электромагнитных откликов коры головного мозга здорового человека. В случае больного человека (ФЧЭ) структура исходного сигнала более регулярная, отчетливо выражены немарковские эффекты и кратковременные корреляции.

Настоящая работа поддержана фондом РФФИ № 05-02-16639-а, фондом Федерального агентства по образованию Министерства образования и науки Российской Федерации.

Список публикаций:

[1] R.M. Yulmetyev, P. Hänggi and F.M. Gafarov, *Phys. Rev. E*, **62(5)**, 6178 (2000).
 [2] R. Zwanzig, *J. Chem. Phys.*, **3**, 106 (1960).
 [3] H. Mori, *Prog. Theor. Phys.*, **33**, 423 (1965).
 [4] Bhattacharya J., Watanabe K., Shimojo S., *International Journal of Bifurcation & Chaos*, **14(8)**, 2701 (2004).

Рождение пар при взаимодействии атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля

Пашев Игорь Николаевич

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Матвеев Виктор Иванович д.ф.-м.н.

pashev.igor@pomorsu.ru

Рост интереса к физике ультракоротких импульсов связан не только с тенденциями на создание более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов, но и с развитием техники ускорителей тяжёлых ионов, поскольку поля, создаваемые быстрыми (движущимися с околосветовой скоростью) заряженными частицами, близки по свойствам к полю световой волны.

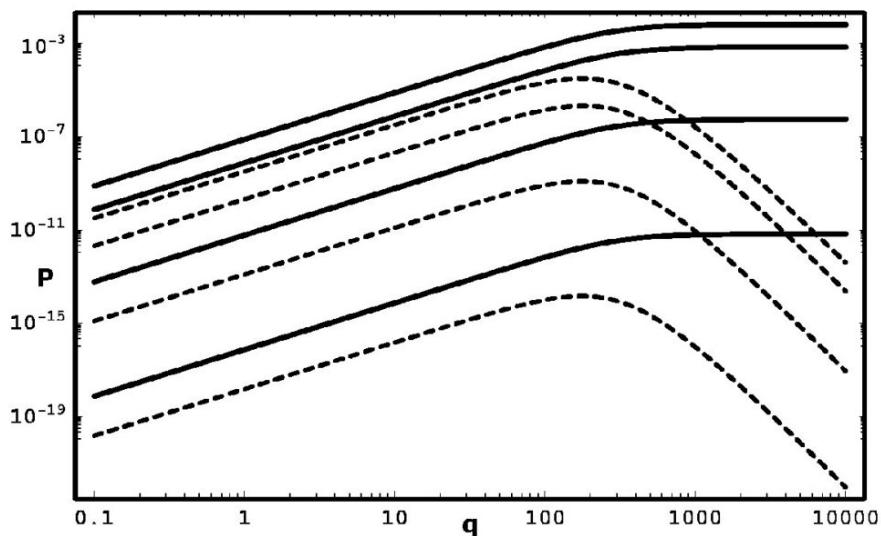
В работе [1] на основе обобщения приближения внезапных возмущений для решения уравнения Дирака развита методика расчёта электронных переходов при взаимодействии тяжёлого атома с ультракороткими (длительностью меньшей характерных периодов времени для атома-мишени) импульсами электромагнитного поля. Такие импульсы могут иметь различное происхождение, в том числе могут быть полями релятивистских тяжёлых ионов. Было получено выражение для расчёта вероятности электронных переходов $j \rightarrow f$ в зависимости от передаваемого электрону импульса q ($Q^2 = q^2 + \omega^2 / c^2$, c – скорость света, ω – частота перехода):

$$P = \frac{q^2}{Q^2} \left(\frac{q^2}{Q^2} (F)^2 + (G_x)^2 \right), \quad (1)$$

$$\text{где } F = \langle f | e^{iQz} | j \rangle \text{ и } G_x = \langle f | \alpha_x e^{iQz} | j \rangle. \quad (2)$$

Передаваемый электрону мишени импульс q может быть рассчитан как для взаимодействия атома с лазерным импульсом, так и в случае, когда поле импульса создаётся релятивистским ионом, в том числе структурным [2].

Формула (1) использована для вычисления вероятностей рождения свободно-связанных (с захватом электрона на К-оболочку) электрон-позитронных пар, причём такой процесс рассмотрен, как переход электрона из состояния отрицательного континуума (моря Дирака) в состояние с положительной полной энергией водородоподобного атома. В качестве волновых функций вместо точных, так называемых кулон-дираковских, требующих значительного численного счёта, использованы квазирелятивистские волновыми функциями Дарвина и функции Зоммерфельда-Мауэ, позволяющие получить аналитические выражения для форм-факторов (2).



На рис.1 приведены зависимости вероятности рождения свободно-связанной электрон-позитронной пары при взаимодействии голых ядер с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Результаты представлены для нескольких значений заряда ядра мишени – сверху вниз: 92, 50, 10, 1. В расчётах использованы волновые функции Зоммерфельда-Мауэ (сплошные линии) для состояний непрерывного спектра

и волновые функции Дарвина для основного состояния атома. Для сравнения приведены также результаты расчётов с использованием функций Дарвина как для состояний непрерывного спектра, так и для основного состояния атома (пунктир). Очевидно, что использование функций Дарвина для состояния непрерывного спектра (позитрона) в случае рождения пар не даёт правильного описания зависимости вероятности от величины переданного импульса даже качественно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 04-02-16177) и ИНТАС (грант INTAS-GSI №. 03-54-4294).

Список публикаций:

- [1] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С., Пашев И.Н., ЖЭТФ, 127, № 6, 1187–1194 (2005).
 [2] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С., Пашев И.Н., Письма в ЖТФ, 20, № 18, 29–36 (2003).

Векторы Киллинга пространства-времени с однородными скрещенными электрическим и магнитным полем

Рассадин Александр Эдуардович

Нижегородское региональное отделение НТОРЭС им. А.С. Попова

Бурланков Дмитрий Евгеньевич, к.ф.-м.н.

al_ras@pochta.ru

Точные решения уравнений Эйнштейна–Максвелла чрезвычайно интересны как «фоновые» пространства–времени при поиске нетривиальных механизмов генерации гравитационного излучения и их экспериментальном наблюдении [1, 2].

Взаимодействие гравитационного и электромагнитного полей описывается стандартным принципом наименьшего действия (записанным в планковской системе единиц) [3-5]:

$$S[g, A] = \int \left(-\frac{1}{2} \cdot R - \frac{1}{4} \cdot F_{ij} \cdot F^{ij} \right) \cdot \sqrt{-g} \cdot d^4x, \quad (1)$$

где A_i – 4-потенциал и $F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i$ – тензор электромагнитного поля.

Легко видеть, что 4-потенциал вида $A_i = (-E \cdot y, E \cdot y, 0, 0)$ (соответствующий равным взаимно перпендикулярным статическим электрическому и магнитному полю [3] – оба инварианта тензора электромагнитного поля равны нулю) и метрика

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 + E^2 \cdot y^2 \cdot (dt - dx)^2 - dy^2 - dz^2 \quad (2)$$

(статическая метрика Переса [3]) есть точные решения уравнений Эйнштейна–Максвелла [1, 2].

Метрика (2) обладает пятью линейно независимыми векторами Киллинга [3-5]:

$$\xi_1 = (1, 0, 0, 0); \quad \xi_2 = (0, 1, 0, 0); \quad \xi_3 = (0, 0, 0, 1) \text{ (сдвиги по } t, x \text{ и } z);$$

$$\xi_4 = (E \cdot y \cdot \sin E \cdot (t - x), E \cdot y \cdot \sin E \cdot (t - x), -\cos E \cdot (t - x), 0); \quad (3)$$

$$\xi_5 = (E \cdot y \cdot \cos E \cdot (t - x), E \cdot y \cdot \cos E \cdot (t - x), \sin E \cdot (t - x), 0);$$

являющимися решениями уравнений Киллинга [3, 4]: $\nabla^i \xi^j + \nabla^j \xi^i = 0$ с метрикой (2).

Векторы (3) образуют алгебру Ли [5] с следующими ненулевыми коммутационными соотношениями ($[\zeta, \eta]^i = \zeta^j \cdot \partial_j \eta^i - \eta^j \cdot \partial_j \zeta^i$, [4, 5]):

$$[\xi_1, \xi_4] = -E \cdot \xi_5; \quad [\xi_1, \xi_5] = E \cdot \xi_4; \quad [\xi_2, \xi_4] = E \cdot \xi_5; \quad [\xi_2, \xi_5] = -E \cdot \xi_4; \quad [\xi_4, \xi_5] = E \cdot \xi_1 + E \cdot \xi_2; \quad (4)$$

причем $[H] = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ – подалгебра Картана с $\dim[H] = 3$.

Нетривиальные векторы Киллинга (3) указывают на существование скрытой симметрии данной задачи. Это означает как наличие удобного функционального базиса для анализа данных рассеяния слабых электромагнитно – гравитационных волн на фоне (2), так и возможность точного решения квантовополевой задачи в рамках последовательной квантовой теории гравитации [4].

Список публикаций:

- [3] Рассадин А. Э. Точное решение уравнений комплексного скалярного поля в пространстве-времени Переса. – Тез. докл. ВНКСФ-11. – Екатеринбург, 2005.
 [4] Рассадин А. Э. Об одном точном решении уравнений Эйнштейна–Максвелла–Клейна–Гордона волнового характера. – Тез. докл. Всероссийской НТК «Информационные системы и технологии». – Н. Новгород, 2004.
 [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, т. II. Теория поля. Изд. 7-е. М.: Наука, 1988. 512 с.
 [6] Бурланков Д. Е. Динамика пространства. Н. Новгород.: Изд-во ННГУ, 2005. 179 с.
 [7] Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: Методы и приложения. М.: Наука, 1979. 760 с.

Доказательство гипотезы реджезации глюона в следующем за главным логарифмическом приближении

Резниченко Алексей Викторович

Фадин Виктор Сергеевич, Козлов Михаил Геннадьевич

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Фадин Виктор Сергеевич, д.ф.-м.н.

A.V.Reznichenko@inp.nsk.su

Реджезация глюона в рамках квантовой хромодинамики (КХД) является чрезвычайно интересным и важным феноменом особого асимптотического поведения амплитуды рассеяния в пределе Редже (инвариант $s \ll t$). Реджезация является гипотезой, доказательство которой представляется весьма актуальной в связи с использованием реджевской формы амплитуды в различных теоретических описаниях, таких как подход БФКЛ [1].

Основное содержание гипотезы заключается в утверждении относительно вида реальной части амплитуды $A_{2 \rightarrow 2+n}$ многочастичного рождения в мультиреджевской кинематике (то есть в случае, когда все рожденные частицы упорядочены в пространстве быстрой) с глюонными квантовыми числами в t -канале:

$$\Re A_{2 \rightarrow 2+n} = \bar{\Gamma}_{A'A}^{-R_1} \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{e^{\omega(q_i)(y_{i-1}-y_i)}}{q_i^2} \gamma_{R_{i-1}R_i}^{J_i} \right\} \frac{e^{\omega(q_{n+1})(y_n-y_{n+1})}}{q_{n+1}^2} \Gamma_{B'B}^{R_{n+1}}, \quad (1)$$

где $\bar{\Gamma}_{A'A}^{-R_1}$, $\gamma_{R_{i-1}R_i}^{J_i}$ и $\Gamma_{B'B}^{R_{n+1}}$ представляют собой известные [2] (как в борновском, так и в следующем за борновским порядках) эффективные вершины взаимодействия t -канальных реджеонов с начальными или конечными частицами; $\omega(q_i)$ – глюонная траектория (известная в одно- и двухпетлевом приближениях); y_i – быстроты рождающихся струй J_i . Главной особенностью приведенной формулы (1) является то, что вся энергетическая зависимость амплитуды сосредоточена в редже-факторах $e^{\omega(q_i)(y_{i-1}-y_i)}$, и радиационные поправки, влияющие только на вид эффективных вершин и траектории, не меняют характера этой зависимости.

Гипотеза реджезации доказана достаточно давно в главном логарифмическом приближении, то есть когда суммируются только члены ряда теории возмущений вида $(\alpha_s \ln s)^n$, здесь $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$, где g – константа связи КХД, а s – энергетический инвариант, такой что $s \rightarrow \infty$ в пределе Редже при фиксированных передачах $t_i = q_i^2$. В следующем за главным логарифмическом приближении (СГЛП), то есть когда члены $\alpha_s (\alpha_s \ln s)^n$ также подлежат суммированию, глюонная реджезация оставалась гипотезой. Важность ее доказательства обусловлена необходимостью твердо обосновать справедливость в этом приближении подхода БФКЛ, наиболее общего из известных подходов к описанию эволюции полужестких процессов КХД.

Современное видение метода доказательства реджезации глюона в СГЛП основано на так называемом бутстрапном подходе: выполнение всех соотношений бутстрапа, представляющих собой требования совместимости реджевской формы амплитуды и условия унитарности, влечет с необходимостью справедливость приведенного выше выражения (1) для амплитуды петля за петлей, во всех порядках теории возмущений [3]. Соотношения бутстрапа имеют вид:

$$\Re \frac{1}{-i\pi} \left(\sum_{l=j+1}^{n+1} \text{disc}_{s_{j,l}} - \sum_{l=0}^{j-1} \text{disc}_{s_{l,j}} \right) A_{2 \rightarrow 2+n} = (\omega(q_{j+1}) - \omega(q_j)) \Re A_{2 \rightarrow 2+n}, \quad (2)$$

где $\text{disc}_{s_{j,l}} A_{2 \rightarrow 2+n}$ обозначает скачок амплитуды в канале инварианта $s_{j,l} = (k_j + k_l)^2$. Соотношений бутстрапа бесконечно много (для каждого неотрицательного n имеется $n+1$ соотношений указанного в (2) вида), однако оказалось, что все они могут быть удовлетворены, если только выполнено несколько *условий* бутстрапа, представляющих собой жесткие ограничения на эффективные вершины и траекторию глюона. Существует два типа подобных условий: условие бутстрапа на упругую и на неупругую амплитуды. Первое из них связывает импакт-факторы перехода начальных частиц в конечные и собственные векторы ядра БФКЛ, собственные значения которых совпадают с $\omega(q_i)$. Данное условие бутстрапа было найдено несколько лет назад [4], и вскоре проверка его справедливости также была осуществлена [5]. Второе условие (условие на неупругую амплитуду), связывающее импакт-фактор перехода одного реджеона в конечную струю и оператор рождения глюона из пары двухреджеонных состояний, также было найдено. Однако его проверка для случая, когда струей является один глюон, потребовала значительных вычислительных усилий и была закончена только недавно [6].

Успешное завершение проверки последнего из условий бутстрапа позволило непосредственно перейти к выяснению справедливости соотношений (2). Данная деятельность осуществлялась прямым вычислением скачков в левой части (2) с помощью соотношения унитарности, после чего к полученным выражениям применялись условия бутстрапа. Этим методом было установлено, что все соотношения бутстрапа (2) оказываются справедливыми, что, тем сам, подтверждает истинность предположения относительно реджевской формы (1) амплитуды в СГЛП и завершает доказательство глюонной реджезации в этом приближении.

Особо отметим, что осуществлению данного доказательства предшествовала многолетняя грандиозная работа большой группы людей по вычислению всех составляющих элементов (эффективных вершин, глюонной траектории и т. д.) формулы (1) с требуемой в СГЛП точностью.

Список публикаций:

- [1] V.S. Fadin, E.A. Kuraev, L.N. Lipatov, *Phys. Lett. B* 60, 50 (1975).
- [2] V.S. Fadin, *Phys. Atom. Nucl.* 66, 2017 (2003).
- [3] V.S. Fadin, *Talk given at the NATO Advanced Research Workshop "Diffraction 2002" Ed. by R. Fiore et al., NATO Science Series, Vol. 101, p.235.*
- [4] V.S. Fadin, R. Fiore, *Phys. Lett. B* 440, 359 (1998).
- [5] V.S. Fadin, A. Papa, *Nucl. Phys. B* 640, 309 (2002).
- [6] V.S. Fadin, M.G. Kozlov, A.V. Reznichenko, *to be published.*

Квазинормальные моды для произвольного спина в метрике Шварцшильда

Рубан Геннадий Юрьевич

Хрипович Иосиф Бенционович

Новосибирский государственный университет

Хрипович Иосиф Бенционович, д.ф.-м.н.

gennady-ru@ngs.ru

Изучение рассеяния падающих на черную дыру гравитационных волн привело к появлению комплексных характерных частот для геометрии Шварцшильда, так называемых квазинормальных мод [1], [2]. Возмущения метрики описываются одномерными волновыми уравнениями в формализме Редже–Уилера. Квазинормальные частоты ω_n – собственные значения решений волновых уравнений с граничными условиями, отвечающими волнам, уходящим на бесконечность и на горизонт. Первоначально моды ω_n находились путем прямого интегрирования уравнений для возмущений [3], [4]. Красивое аналитическое решение для случая больших частот и спина $s = 0,2$ получено в работе [5]. Численные расчеты для полуцелого спина не согласуются между собой. Авторы работ [6] и [7] приводят разные выражения для ω_n при $s = 1/2$. Мы отдельно рассмотрим этот случай и докажем, что моды ω_n для полей с произвольным спином описываются одной универсальной формулой.

Квазиклассическое рассмотрение показывает одинаковый декремент затухания для полей с различным спином $\omega_n = -in/2, s = 0, 1/2, 1, 3/2, 2$. Более точный подход, использующий аналитические свойства решения [5] позволяет найти следующие слагаемые в асимптотике ω_n для $s = 0, 2$. Данный метод мы применили к уравнениям для возмущений в формализме Тьюкольского.

В случае метрики Шварцшильда квазинормальные моды равны

$$\omega_n = -i(n + 1/2)/2 + \ln(1 + 2 \cos \pi s) / 4\pi. \quad (1)$$

Для $s = 0, 2$ формула (1) воспроизводит прежний ответ [5]. Результат для спина $s = 1$ был получен другим путем в работах [8] и [9]. Он также следует из (1). В случае полуцелого спина $s = 1/2$ формула (1) подтверждает вывод работы [7] и дает следующее постоянное слагаемое в асимптотику ω_n . Спин $s = 3/2$ рассмотрен впервые. Недавно эти результаты были подтверждены в работе [10].

Список публикаций:

- [1] C.V. Vishveshwara, *Scattering of gravitational radiation by a Schwarzschild black hole*, *Nature* **227** (1970) 936.
- [2] W.H. Press, *Long wave trains of gravitational waves from a vibrating black hole*, *Astrophys. J.* **170** (1971) L105.
- [3] E.W. Leaver, *An analytic representation for the quasi-normal modes of Kerr black holes*, *Proc. R. Soc.* **A402** (1985) 285.
- [4] H.-P. Nollert, *Quasinormal modes of Schwarzschild blackholes: The determination of quasinormal frequencies with very large imaginary parts*, *Phys. Rev.* **D47** (1993) 5253.
- [5] L. Motl and A. Neitzke, *Asymptotic black hole quasinormal frequencies*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **7** (2003) 307, [ArXiv:hep-th/0301173].
- [6] K.H.C. Castello-Branco, R.A. Konoplya, and A. Zhidenko, *High overtones of Dirac perturbations of a Schwarzschild black hole*, *Phys. Rev.* **D71** (2005) 047502 [ArXiv:hep-th/0411055].
- [7] J. Jing, *Dirac quasinormal modes of Schwarzschild blackhole*, *Phys. Rev.* **D71** (2005) 124006, [ArXiv:gr-qc/0502023].
- [8] L. Motl, *An analytical computation of asymptotic Schwarzschild quasinormal frequencies*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **6** (2003) 1135, [ArXiv:gr-qc/0212096].
- [9] V. Cardoso, J.P.S. Lemos, and S. Yoshida, *Phys. Rev.* **D69**, (2004) 044004; [ArXiv: gr-qc/0309112].
- [10] H.T. Cho, [ArXiv:gr-qc/0512052].

Множественная ионизация структурного иона при столкновениях с нейтральным атомом

Рябенко Сергей Васильевич

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.

ryabchenko.sergey@pomorsu.ru

В последнее время активизировался интерес к процессам множественной ионизации - обдирки - снаряда при столкновениях тяжелых ионов с нейтральными атомами. Например, в работах [1,2] проведены измерения сечений множественной ионизации (с потерей до 15 электронов) быстрых ионов урана при столкновениях с многоэлектронными нейтральными атомами, и была отмечена необходимость рассчитывать подобные процессы непertурбативными методами. В работе [2] были проведены расчеты сечений множественной обдирки снаряда методом классических траекторий. Кватерномеханическое непertурбативное рассмотрение ионизации снаряда высокой кратности до настоящего времени не проводилось. Связано это, прежде всего, с большим количеством электронов, участвующих в неупругом столкновении, например, в столкновении иона U^{10+} с атомом аргона участвуют около 100 электронов. Тем самым, необходимо вычислять значительное количество многомерных интегралов, что представляется крайне затруднительным даже для современных вычислительных возможностей. В настоящей работе развита непertурбативная теория множественной ионизации при столкновениях быстрых тяжелых структурных ионов с нейтральными сложными атомами, проведены расчеты и сравнение с экспериментом.

Данное исследование основывается на подходе, развитом нами в работах [3,4]. Будем считать электроны снаряда в его системе отсчета нерелятивистскими до и после столкновения, различимыми. Каждый электрон описывается одноэлектронной водородоподобной волновой функцией. Тогда начальная волновая функция снаряда $\Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N_p}) = \prod_{i=1}^{N_p} \varphi_i(\mathbf{r}_i)$, конечная $\Psi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N_p}) = \prod_{i=1}^{N_p} \psi_i(\mathbf{r}_i)$. Полная вероятность $(N_p - N)$ -кратной ионизации нерелятивистского N_p -электронного структурного иона, соответствующая попаданию каких-либо $(N_p - N)$ электронов в состояние континуума, а остальных N электронов в любое из состояний дискретного спектра, будет иметь вид

$$W^{(N_p-N)^+}(\mathbf{b}) = \frac{N_p!}{(N_p-N)!N!} \prod_{i=1}^{N_p-N} p_i(\mathbf{b}) \prod_{j=N_p-N+1}^{N_p} (1-p_j(\mathbf{b})), \quad (1)$$

здесь $p_i(\mathbf{b})$ – вероятность ионизации i -го электрона налетающего иона. Введем $p(b)$ – среднее по оболочкам снаряда значение обобщенного одноэлектронного формфактора, имеющего смысл средней вероятности ионизации одного электрона. Тогда, заменяя в (1) каждый одноэлектронный формфактор $p_i(\mathbf{b})$ на среднее $p(b)$, получим для вероятности ионизации $(N_p - N)$ электронов

$$W^{(N_p-N)^+}(b) = \frac{N_p!}{(N_p-N)!N!} \sum_{m=0}^N (-1)^m \frac{N!}{(N-m)!m!} \{p(b)\}^{N_p-N+m}, \quad (2)$$

где слагаемое, содержащее $\{p(b)\}^{N_p-N+m}$, соответствует ионизации $(N_p - N + m)$ степени. Для получения сечения ионизации необходимо вероятность (2) проинтегрировать по всей плоскости параметра удара:

$$\sigma^{(N_p-N)^+} = 2\pi \int_0^{\infty} W^{(N_p-N)^+}(b) b db. \quad (3)$$

Для выполнения интегрирования необходимо знать функцию $p(b)$. Вычисление этой функции, при большом числе электронов на оболочках иона представляется крайне затруднительным. В нашем случае рассматривается ионизация высокой кратности $N_p \gg 1$, $N_p - N \gg 1$, что позволяет упростить задачу. Тогда интеграл по параметру удара в формуле (3) с вероятностью (2) можно взять асимптотически методом Лапласа. В результате сечение полной $(N_p - N)$ -кратной ионизации примет вид

$$\sigma^{(N_p-N)^+} = \frac{N_p! \sigma^{N_p}}{(N_p - N)!N!} \sum_{m=0}^N (-1)^m \left(\frac{Z_{N_p}^*}{Z_{N_p-N+m}^*} \right)^2 \frac{N!}{(N-m)!m!} \left(\frac{N_p}{N_p - N + m} \right)^{\lambda/\mu} \{p(b_0)\}^{-N+m}, \quad (4)$$

где $Z_{N_p-N+m}^*$ – эффективный заряд при $(N_p - N + m)$ -кратной ионизации.

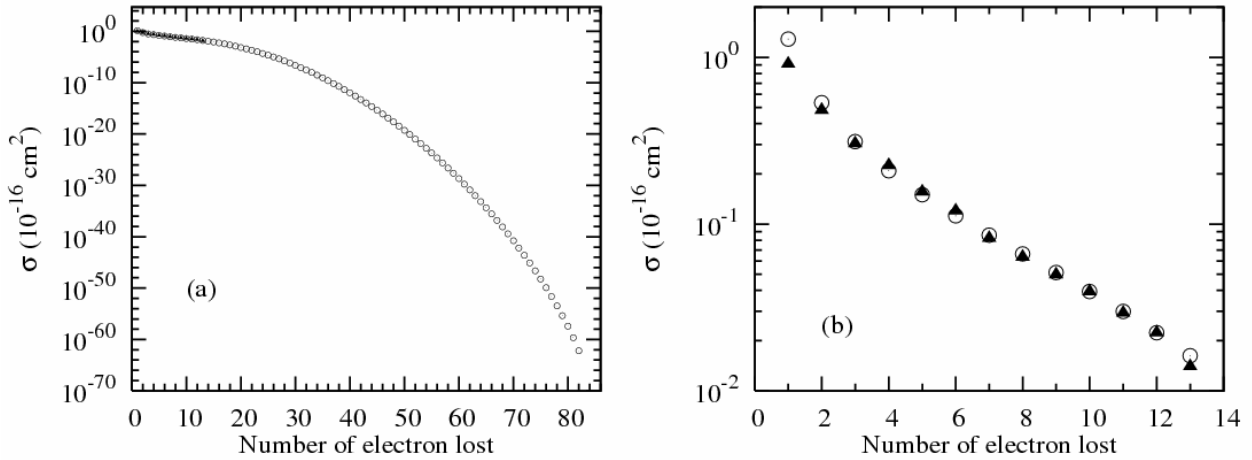


рис.1

Полученное выражение (4) позволяет по известным из эксперимента каким-либо двум сечениям вычислить остальные. Результат такого расчета для многократной ионизации ионов урана U^{10+} при столкновениях с атомами аргона приведен на рис.1 совместно с экспериментальными данными [1]: (а) сечение в полной области возможных значений числа удаленных электронов, (б) сечение в узкой области возможных значений числа удаленных электронов, для которой проведены измерения [1].

Список публикаций:

- [1] R.D. DuBois, A.C.F. Santos, Th. Stohlker et al. // Phys. Rev. A., Vol. 70, P. 032712 (2004).
- [2] R.E. Olson, R.L. Watson, V. Horvat et al. // J. Phys. B., Vol. 37, P. 4539 (2004).
- [3] Матвеев В.И., Матрасулов Д.У., Рябченко С.В. // Письма в ЖЭТФ, Т. 82, N 7, С. 455-459 (2005).
- [4] Матвеев В.И., Матрасулов Д.У., Рябченко С.В. // ЖЭТФ, Т. 129, N 1, С. 5-13 (2006).

Потери энергии релятивистских структурных ионов при столкновениях с атомами

Сидоров Дмитрий Борисович

Поморский государственный университет

Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.

sidorov.dmitry@pomorsu.ru

Экспериментальные исследования непертурбативных неупругих процессов, сопровождающих столкновения тяжелых ионов высоких зарядов проводятся на ускорителях тяжёлых ионов в Дармштадте (Германия) и в ЦЕРНе. Причем, во многих случаях используются структурные ионы, состоящие из ядра и некоторого количества связанных электронов, частично компенсирующих заряд ядра и образующих электронную шубу иона. Столкновения таких ионов с атомами следует рассматривать, как столкновение двух сложных систем, при котором происходит одновременное возбуждение электронных оболочек обеих сталкивающихся систем. Везде ниже мы будем называть движущийся структурный ион снарядом, а покоящийся атом – мишенью. Например, в работах [1,2] проведены измерения сечений многократной ионизации (потеря до 15 электронов) быстрых ионов урана при столкновениях с многоэлектронными нейтральными атомами. Измерения показали, что при увеличении степени ионизации на единицу соответствующее сечение убывало менее чем в два раза и была отмечена необходимость рассчитывать подобные процессы непертурбативными методами. Аналогичный вывод может быть сделан и для процессов ионизационных потерь энергии. Действительно, эффективное торможение равно энергии ионизации умноженной на сечение ионизации. На двукратную ионизацию приходится примерно в два раза большая энергия, чем на однократную, и если сечение двукратной ионизации в два раза меньше, чем сечение однократной ионизации, то произведение энергии на соответствующее сечение не меняется. Другими словами, вклад многоэлектронных переходов в эффективное торможение следует ожидать сравнимым по порядку величины с вкладом одноэлектронных возбуждений и ионизации.

В настоящей работе развита непертурбативная теория потерь энергии быстрыми тяжелыми структурными ионами при столкновениях с нейтральными сложными атомами, рассчитано эффективное торможение ионов урана U^{+10} и U^{+28} на атомах аргона и криптона в столкновениях экспериментально исследованных в работах [1,2]. Непертурбативное рассмотрение торможения с учетом одновременных многократных возбуждений электронных оболочек снаряда и мишени до настоящего времени не проводилось. За основу нашего рассмотрения мы взяли непертурбативный подход, развитый в работах [3,4] использующий релятивистские обобщения приближения внезапных возмущений и эйконала для расчета сечений неупругих процессов. Для получения эффективного торможения мы использовали разработанный нами метод сшивки, основанный на делении всей плоскости параметра удара на несколько областей: область малых параметров удара, в которой поле налетающей заряженной частицы велико и его необходимо учитывать непертурбативным методом; область больших параметров удара, в которой поле налетающей заряженной частицы мало и его можно учитывать по теории возмущений; области промежуточных значений параметра будут рассматриваться численно, с целью получения условий сшивки. Окончательные результаты были получены путём суммирования вкладов от вышеперечисленных областей. При расчетах для описания электронной плотности мишени мы использовали модель Дирака-Хартри-Фока-Слейтера, а электронную плотность снаряда описывали в рамках модели Брандта-Китагавы [5].

Вклад в эффективное торможение за счет возбуждений электронных оболочек снаряда равен:

$$K_a = \frac{4\pi Z_a^2}{v^2} \left(\sum_{i=1}^3 A_i^2 \ln \frac{2}{\alpha_i \eta b_0} - 2(A_1 A_2 + A_2 A_3 + A_1 A_3) \ln b_0 + \ln(b_0 \gamma v \eta) - \frac{\beta^2}{2} \right) \quad (1)$$

где Z_a и v – заряд и скорость налетающего иона, $\beta = v/c$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\eta = 1.781$

Полное эффективное торможение с учетом одновременных многократных возбуждений электронных оболочек снаряда и мишени является суммой K_a и K_p – эффективного торможения за счет возбуждений электронных оболочек мишени и равно:

$$K = K_a + K_p = \frac{4\pi Z_a^2 N}{v^2} \left(\ln \left(\left(\frac{2}{\eta} \right)^B \frac{\gamma \eta}{\alpha_1^{B_1} \alpha_2^{B_2} \alpha_3^{B_3}} \right) - \frac{\beta^2}{2} \right) + \frac{4\pi Z^2 N_a}{v^2} \left(\ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right) \quad (2)$$

где Z – заряд ядра снаряда, $N = (A - Z)$ – число электронов иона, N_a – число электронов атома мишени

$B = \sum_{i=1}^3 A_i^2$, $B_i = A_i^2$, I – средняя атомная энергия. α_i и A_i – коэффициенты потенциала Дирака-Хартри-Фока-Слейтера взяты из работы [6].

Результаты расчетов κ позволяют сделать вывод о значительном (порядка 50%) вкладе многоэлектронных возбуждений и ионизации снаряда в эффективное торможение релятивистского структурного иона на сложном нейтральном атоме.

Список публикаций:

- [5] DuBois R.D., Santos A.C.F., Stohlker Th.et al. // *Phys.Rev. A. Vol. 70. P. 032712 (2004)*.
- [6] Olson R.E., Watson R.L., Horvat V., et al. // *J. Phys. B. Vol. 37. P. 4539 (2004)*.
- [7] Мамвеев В.И. *ЖЭТФ*, Т. 121, N 2, с. 260. (2002).
- [8] Мамвеев В.И., Матрасулов Д.У., Рябченко С.В. *Письма в ЖЭТФ*, т. 82, N 7, с. 455-459. (2005).
- [9] Brandt W., Kitagawa M. // *Phys. Rev. Vol. B52. P.5631 (1982)*.
- [10] F. Salvat, J.D. Martinez, R. Mayol, and J. Parellada // *Phys Rev. A Vol 36(2). P.467-475 (1987)*.