

Научная статья

УДК 537.533.7

DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-31-44

## Эволюция эмиттansa пучка в линейном индукционном ускорителе с дискретной фокусирующей системой

Данила Алексеевич Никифоров<sup>1</sup>, Андрей Вячеславович Иванов<sup>2</sup>,  
Станислав Леонидович Синицкий<sup>3</sup>, Николай Александрович Винокуров<sup>4</sup>,  
Алексей Васильевич Петренко<sup>5</sup>, Павел Владимирович Логачев<sup>6</sup>,  
Дмитрий Иванович Сковородин<sup>7</sup>, Евгений Сергеевич Сандалов<sup>8</sup>,  
Виктор Викторович Куркучеков<sup>9</sup>, Александр Матвеевич Батраков<sup>10</sup>,  
Антон Владимирович Павленко<sup>11</sup>, Евгений Алексеевич Бехтенов<sup>12</sup>,  
Александр Игоревич Сенченко<sup>13</sup>, Петр Алексеевич Бак<sup>14</sup>,  
Кирилл Игоревич Живанков<sup>15</sup>, Олег Игоревич Мешков<sup>16</sup>,  
Олег Анатольевич Павлов<sup>17</sup>, Геннадий Иванович Кузнецов<sup>18</sup>,  
Марина Алексеевна Батазова<sup>19</sup>, Игорь Владимирович Журавлев<sup>20</sup>,  
Олег Альфредович Никитин<sup>21</sup>, Илья Владимирович Пензин<sup>22</sup>,  
Дмитрий Витальевич Петров<sup>23</sup>, Роман Викторович Протас<sup>24</sup>

<sup>1-19</sup>Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН  
Новосибирск, Россия

<sup>20-24</sup>Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт  
технической физики им. акад. Е. И. Забабахина  
Снежинск, Россия

<sup>1</sup>D.A.Nikiforov@inp.nsk.su, <sup>2</sup>A.V.Ivanov@inp.nsk.su, <sup>3</sup>S.L.Sinitsky@inp.nsk.su  
<sup>4</sup>N.A.Vinokurov@inp.nsk.su, <sup>5</sup>A.V.Petrenko@inp.nsk.su, <sup>6</sup>P.V.Logatchov@inp.nsk.su  
<sup>7</sup>Skovorodin@inp.nsk.su, <sup>8</sup>E.S.Sandalov@inp.nsk.su, <sup>9</sup>V.V.Kurkuchekov@inp.nsk.su  
<sup>10</sup>A.M.Batarkov@inp.nsk.su, <sup>11</sup>A.V.Pavlenko@inp.nsk.su, <sup>12</sup>E.A.Bekhtenev@inp.nsk.su  
<sup>13</sup>A.I.Senchenko@inp.nsk.su, <sup>14</sup>P.A.Bak@inp.nsk.su, <sup>15</sup>K.I.Zhivankov@inp.nsk.su  
<sup>16</sup>O.I.Meshkov@inp.nsk.su, <sup>17</sup>O.A.Pavlov@inp.nsk.su, <sup>18</sup>G.I.Kuznetsov@inp.nsk.su  
<sup>19</sup>M.A.Batazova@inp.nsk.su, <sup>20-24</sup>vniitf@vniitf.ru

### Аннотация

В работе анализируется эволюция эмиттansa килоамперного электронного пучка в линейном индукционном ускорителе (ЛИУ) с дискретной фокусирующей системой с целью оценки возможности его применения в качестве драйвера для генерации излучения по схеме лазера на свободных электронах (ЛСЭ). При этом особое внимание уделяется геометрии и параметрам инжектора электронов, поступление частиц из которого в ускоряющую структуру такого ЛИУ в основном определяют характеристики пучка на выходе из нее. Исследованы особенности поперечной динамики пучка при его прохождении в этой ускоряющей структуре. Рассмотрено влияние различных факторов, способствующих увеличению эмиттansa пучка на выходе из ЛИУ. Аналитические оценки параметров пучка сопоставлены с результатами численного моделирования. По результатам сравнения

© Никифоров Д. А., Иванов А. В., Синицкий С. Л., Винокуров Н. А., Петренко А. В., Логачев П. В., Сковородин Д. И., Сандалов Е. С., Куркучеков В. В., Батраков А. М., Павленко А. В., Бехтенов Е. А., Сенченко А. И., Бак П. А., Живанков К. И., Мешков О. И., Павлов О. А., Кузнецов Г. И., Батазова М. А., Журавлев И. В., Никитин О. А., Пензин И. В., Петров Д. В., Протас Р. В., 2022

измеренного эмиттанса пучка с его величиной, полученной в численном моделировании, сделан вывод об адекватности параметров пучка на качке терагерцевых колебаний в резонаторе ЛСЭ.

*Ключевые слова*

линейный индукционный ускоритель, сильноточный релятивистский электронный пучок, ускорительный модуль, терагерцевый ЛСЭ

*Благодарности*

Работы, описанные в статье, частично выполнены за счет средств гранта Российского научного фонда (грант № 19–12–00212).

*Для цитирования*

Никифоров Д. А., Иванов А. В., Синицкий С. Л., Винокуров Н. А., Петренко А. В., Логачев П. В., Сквородин Д. И., Сандалов Е. С., Куркуचेков В. В., Батраков А. М., Павленко А. В., Бехтенов Е. А., Сенченко А. И., Бак П. А., Живанков К. И., Мешков О. И., Павлов О. А., Кузнецов Г. И., Батазова М. А., Журавлев И. В., Никитин О. А., Пензин И. В., Петров Д. В., Протас Р. В. Эволюция эмиттанса пучка в линейном индукционном ускорителе с дискретной фокусирующей системой // Сибирский физический журнал. 2022. Т. 17, № 4. С. 31–44. DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-31-44

## Evolution of the Beam Emittance in Linear Induction Accelerator with Discrete Focusing System

Danila A. Nikiforov<sup>1</sup>, Andrey V. Ivanov<sup>2</sup>, Stanislav L. Sinitsky<sup>3</sup>,  
Nikolay A. Vinokurov<sup>4</sup>, Alexey V. Petrenko<sup>5</sup>, Pavel V. Logachev<sup>6</sup>,  
Dmitrii I. Skovorodin<sup>7</sup>, Evgeniy S. Sandalov<sup>8</sup>, Viktor V. Kurkuchekov<sup>9</sup>,  
Alexandr M. Batrakov<sup>10</sup>, Anton V. Pavlenko<sup>11</sup>, Evgeny A. Bekhtenev<sup>12</sup>,  
Alexandr I. Senchenko<sup>13</sup>, Petr A. Bak<sup>14</sup>, Kirill I. Zhivankov<sup>15</sup>,  
Oleg I. Meshkov<sup>16</sup>, Oleg A. Pavlov<sup>17</sup>, Gennady I. Kuznetsov<sup>18</sup>,  
Marina A. Batazova<sup>19</sup>, Igor V. Zhuravlev<sup>20</sup>, Oleg A. Nikitin<sup>21</sup>,  
Ilya V. Penzin<sup>22</sup>, Dmitry V. Petrov<sup>23</sup>, Roman V. Protas<sup>24</sup>

<sup>1–19</sup>Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>20–24</sup>Russian Federal Nuclear Center — Zababakhin All-Russia Research Institute of Technical Physics  
Snezhinsk, Russian Federation

<sup>1</sup>D.A.Nikiforov@inp.nsk.su, <sup>2</sup>A.V.Ivanov@inp.nsk.su, <sup>3</sup>S.L.Sinitsky@inp.nsk.su  
<sup>4</sup>N.A.Vinokurov@inp.nsk.su, <sup>5</sup>A.V.Petrenko@inp.nsk.su, <sup>6</sup>P.V.Logatchov@inp.nsk.su  
<sup>7</sup>Skovorodin@inp.nsk.su, <sup>8</sup>E.S.Sandalov@inp.nsk.su, <sup>9</sup>V.V.Kurkuchekov@inp.nsk.su  
<sup>10</sup>A.M.Batrakov@inp.nsk.su, <sup>11</sup>A.V.Pavlenko@inp.nsk.su, <sup>12</sup>E.A.Bekhtenev@inp.nsk.su  
<sup>13</sup>A.I.Senchenko@inp.nsk.su, <sup>14</sup>P.A.Bak@inp.nsk.su, <sup>15</sup>K.I.Zhivankov@inp.nsk.su  
<sup>16</sup>O.I.Meshkov@inp.nsk.su, <sup>17</sup>O.A.Pavlov@inp.nsk.su, <sup>18</sup>G.I.Kuznetsov@inp.nsk.su  
<sup>19</sup>M.A.Batazova@inp.nsk.su, <sup>20–24</sup>vniitf@vniitf.ru

*Abstract*

The paper analyzes the evolution of the emittance of a kiloampere electron beam in a linear induction accelerator (LIA) with a discrete focusing system in order to assess the possibility of its application as a driver for generating radiation according to the free electron laser (FEL) scheme. In this analysis, special attention is paid to the geometry and parameters of the electron injector, the entry of particles from which into the accelerating structure of such an LIA mainly determines the characteristics of the beam at its exit. The features of the transverse dynamics of the beam during its passage through this accelerating structure are studied. The influence of various factors contributing to an increase in the beam emittance at the output of the LIA is considered. Analytical estimates of the beam parameters are compared with the results of numerical simulation. Based on the results of comparing the measured beam emittance with its value obtained in numerical simulation, it was concluded that the beam parameters are adequate for pumping terahertz oscillations in the FEL cavity.

*Keywords*

linear induction accelerator, high-current relativistic electron beam, acceleration module, terahertz FEL

*Funding*

This work was partially funded by the grant of the Russian Science Foundation (no. 19–12–00212).

*For citation*

Nikiforov D.A., Ivanov A.V., Sinitsky S.L., Vinokurov N.A., Petrenko A.V., Logachev P.V., Skovorodin D.I., Sandalov E.S., Kurkuchekov V.V., Batrakov A.M., Pavlenko A.V., Bekhtenev E.A., Senchenko A.I., Bak P.A., Zhivanov K.I., Meshkov O.I., Pavlov O.A., Kuznetsov G.I., Batazova M.A., Zhuravlev I.V., Nikitin O.A., Penzin I.V., Petrov D.V., Protas R.V. Evolution of the Beam Emittance in Linear Induction Accelerator with Discrete Focusing System. *Siberian Journal of Physics*, 2022, vol. 17, no. 4, pp. 31–44. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-31-44

## Введение

В последнее время возрос интерес к пучкам из ЛИУ как к драйверам для генерации терагерцевого излучения большой мощности в схеме лазера на свободных электронах (ЛСЭ) [1]. Подобный интерес вызван прежде всего тем, что современные индукционные ускорители позволяют получать яркий электронный пучок с эмиттансом менее  $1000 \text{ п} \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$ . Данная величина является ключевой для получения эффективной генерации излучения.

Эмиттанс во многом определяется системой формирования пучка в инжекторе, а также нежелательными факторами поперечной динамики пучка при его движении в ускорительном тракте. Среди таких факторов можно выделить значительные пульсации огибающей пучка, сферические абберрации фокусирующих элементов, хроматические абберрации, связанные с зависимостью кинетической энергии от поперечной координаты частицы в пучке (эффект провисания потенциала), абберрации за счет нелинейностей распределения заряда в интенсивном пучке. Данные эффекты могут быть исследованы с помощью расчетных программ, использующих РИС-метод.

Целью данной статьи является изучение эволюции эмиттанса пучка вдоль ускорительного тракта, а также сравнение экспериментальных данных с численным моделированием. После настройки ускорения и транспортировки пучка, включавшую в себя минимизацию энергетического разброса вдоль пучка, а также коррекцию орбиты методом матриц отклика, были проведены измерения эмиттанса пучка непосредственно перед линзой финального фокуса. Результаты этих измерений приведены в данной работе.

## 1. Структура и параметры ЛИУ

Общая схема ускорительного комплекса ЛИУ представлена на рис. 1. Первичное формирование сильнооточного релятивистского электронного пучка (РЭП) осуществляется в инжекторе [2]. В инжекторе пучок эмитируется металлопористым сферическим термокатодом, а затем ускоряется в диоде до энергии 1 МэВ. В дальнейшем пучок проходит через анодное отверстие и доускоряется с помощью ускорительной трубки до энергии 2 МэВ.

Первые три магнитные импульсные линзы входят в секцию согласования с магнитной транспортной системой основного ускорителя. Тридцать коротких ускоряющих модулей (КУМ) и двенадцать длинных ускоряющих модулей (ДУМ) располагаются после инжектора и служат для дальнейшего ускорения пучка в тракте линейного ускорителя (см. рис. 1, А). Транспортировка пучка в основном ускорительном тракте осуществляется фокусирующими магнитными линзами, идентичными линзам в секции согласования. Ускоряющая структура ЛИУ включает в себя 54 ускорительных модуля, расположенных последовательно друг за другом.

Фокусировка пучка в транспортном канале осуществляется с помощью квадрупольных линз. Для согласования огибающей пучка между аксиально-симметричной фокусирующей структурой линейного ускорителя и квадрупольного транспортного канала применяется дублет квадрупольных линз, представленный на рис. 1, В. В конце транспортного канала располагается аксиально-симметричная линза финального фокуса. Чтобы обеспечить эффективную

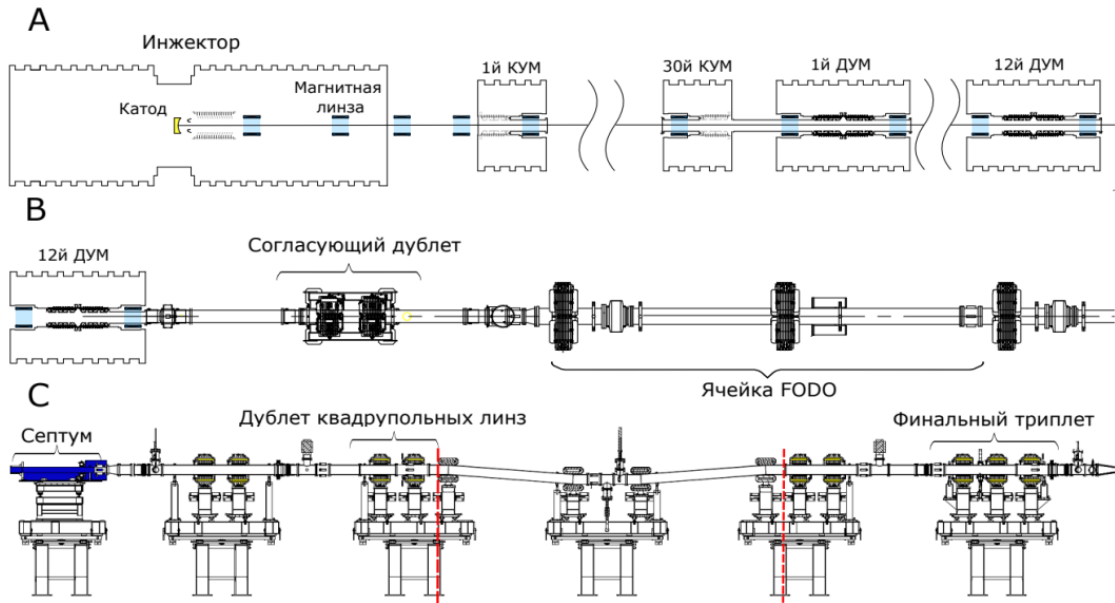


Рис. 1. Общая схема ускорительного комплекса ЛИУ  
 Fig. 1. General scheme of the LIA acceleration complex

фокусировку пучка линзой финального фокуса, необходимо трансформировать форму пучка из эллиптической (которой обладает пучок в квадрупольном канале) в круглую. Для данной трансформации используется триплет квадрупольных линз, представленный на рис. 1, С.

## 2. Моделирование поперечной динамики пучка в ЛИУ

Моделирование динамики пучка на протяжении всей длины ускорителя производится в два этапа. На первом из них с помощью программы UltraSAM [3] осуществляется точный расчёт движения пучка в областях диода и ускорительной трубки, в которых влияние пространственного заряда пучка имеет определяющее значение. На втором этапе полученное в этих расчетах распределение частиц пучка по импульсам и координатам экспортируется в другие программы, производящие расчет динамики релятивистского пучка в оставшейся части ускорителя: PIC-код BEAM [4], программа UltraSAM, а также код, использующий решение уравнения Капчинского–Владимирского (KENV) [5]. Последняя из списка этих программ, KENV, обладая наибольшим быстродействием, но меньшей точностью, позволяет тем не менее оперативно осуществлять настройку системы транспортировки пучка в ускорителе при достаточно хорошем соответствии с результатами экспериментов и расчетов, выполненных более точными, но существенно более трудоемкими PIC-кодами. Одним из недостатков этого кода при всех указанных его достоинствах является отсутствие возможности исследовать поведение эмиттанса пучка на длине ускорителя, поэтому для этой цели применяются коды UltraSAM и BEAM. Выражение, используемое для расчета среднеквадратичного нормализованного эмиттанса в программах UltraSAM и BEAM, выглядит следующим образом [6]:

$$\varepsilon_n = 2\beta\gamma \sqrt{\langle r^2 \rangle \langle r'^2 + (r')^2 \rangle - \langle rr' \rangle^2 - \langle r^2 \theta' \rangle^2}, \quad (1)$$

где  $r\theta' = \frac{p_\theta}{p_z}$ ,  $p_r, p_\theta, p_z$  – механические импульсы,  $r$  – радиус пучка,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  – гамма-фактор электронов пучка, величины в фигурных скобках  $\langle \rangle$  – вторые моменты распределения

пучка на фазовой плоскости. В этом выражении числовой коэффициент выбран так, чтобы вычисленная по выражению (1) величина эмиттанса соответствовала деленной на  $\pi$  площади фазового эллипса пучка.

На рис. 2 в верхней части представлен расчет эволюции эмиттанса пучка (черная сплошная линия) при его движении в инжекторе, выполненный в программе UltraSAM. В нижней части графика приведены три графика распределения плотности тока пучка в нескольких характерных точках вдоль инжектора. В частности, график А соответствует распределению плотности тока на катоде, а графики В и С соответствуют распределению плотности в соответствующих точках, указанных на верхнем рисунке. Видимые на рисунке колебания эмиттанса, по нашему мнению, связаны с эффектами на фазовом портрете пучка, вызванными неоднородностями радиального распределения плотности тока в пучке под действием нелинейных электростатических полей, а также с наличием нелинейных сил внутри пучка из-за неравномерного распределения заряда [7].

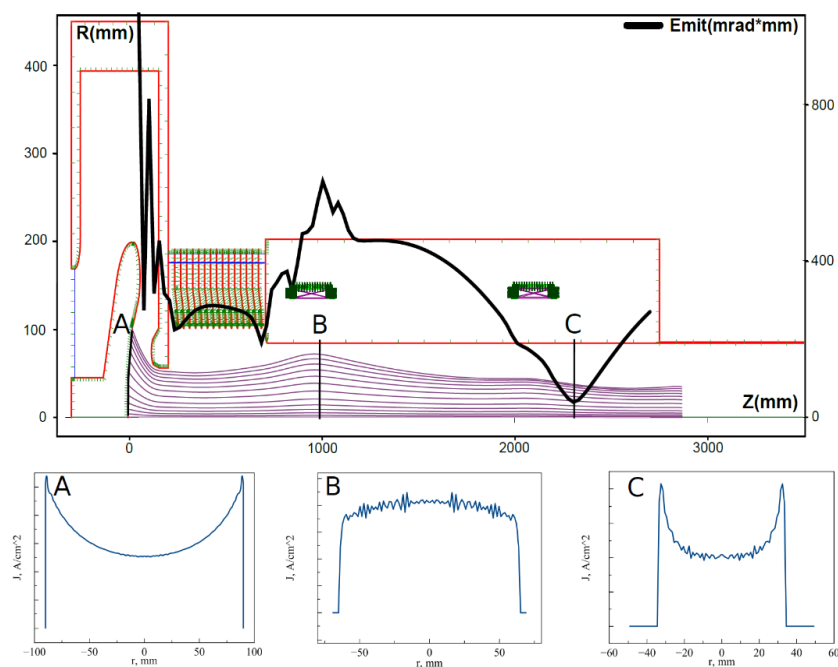
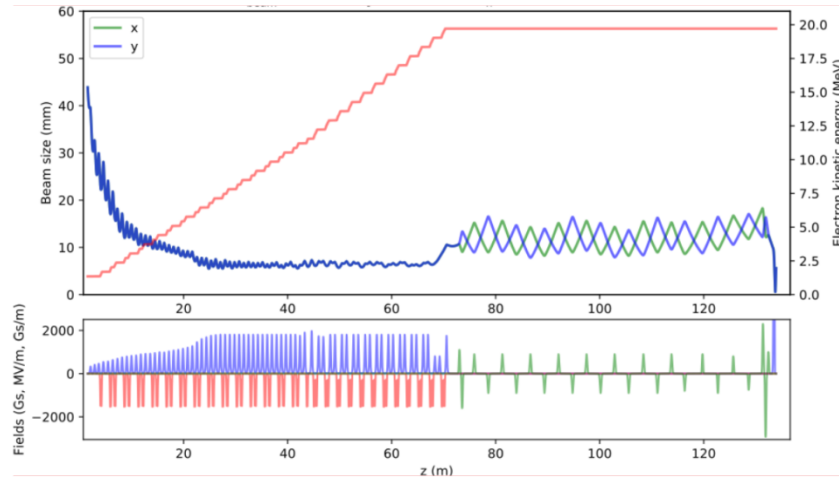


Рис. 2. Поведение эмиттанса в системе формирования пучка ЛИУ (черная сплошная линия), рассчитанное в программе UltraSAM. Эмиттанс вычислялся с помощью выражения (1). В точках А, В, С показаны характерные поперечные профили плотности тока. Повышение плотности тока на краях пучка в точке С связано с нелинейными фокусирующими силами первой линзы инжектора, в которой пучок имеет наибольший поперечный размер

Fig. 2. Behavior of the emittance in the LIA beam-forming system (black solid line) calculated in the UltraSAM program. The emittance was calculated using expression (1). Points A, B, C show the characteristic transverse current density profiles. The increase in the current density at the beam edges at point C is due to the nonlinear focusing forces of the first injector lens, where the beam has the largest transverse size

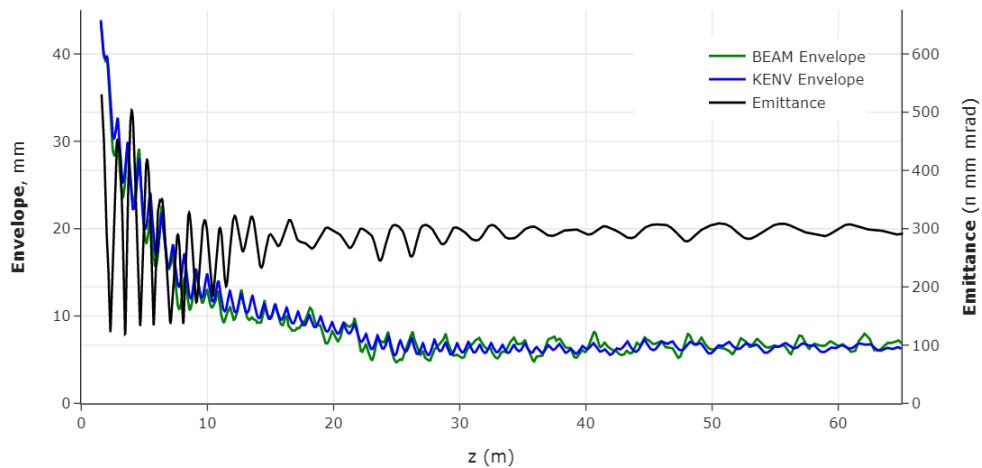
Для дальнейшей быстрой настройки огибающей пучка в ускорителе используется код KENV. Начальные условия для расчета берутся из результатов расчета динамики пучка в инжекторе, выполненной в коде UltraSAM. Результаты расчета огибающей представлены в верхней части рис. 3, в нижней части этого рисунка показано распределение фокусирующих и ускоряющих полей. Для расчета эмиттанса пучка, а также учета нелинейных поправок в расчете огибающей используется 2-D PIC-код BEAM, в котором также используются начальные условия из UltraSAM и распределение магнитных полей, ранее подобранное в KENV.



*Рис. 3.* Результаты расчета динамики модельного пучка в коде KENV. Верхний рисунок: рассчитанная огибающей пучка (синяя и зеленая линии) и энергия электронов (красная линия) вдоль ускорителя и транспортного FODO-канала. Нижний рисунок: распределения ускоряющего электрического поля (красная линия), фокусирующего магнитного поля аксиальных линз в ускорителе (синяя линия) и градиента квадрупольных линз в транспортном канале (зеленая линия).

*Fig. 3.* Results of the model beam dynamics calculation in the KENV code. Top figure: calculated beam envelope (blue and green lines) and electron energy (red line) along the LIA and transport FODO channel. Bottom figure: distributions of the accelerating electric field (red line), the focusing magnetic field of the axial lenses in the LIA (blue line), and the gradient of the quadrupole lenses in the transport channel (green line)

На рис. 4 приведено сравнение модельной огибающей для пучка с током 1 кА, рассчитанной в кодах KENV и BEAM. Видно хорошее соответствие между К-В огибающей и огибающей, рассчитанной в PIC-коде; кроме того, на этом рисунке приведено значение среднеквадратичного нормализованного эмиттанса вдоль ускорителя, рассчитанного в программе BEAM. В начале ускорителя видны сильные осцилляции эмиттанса, связанные с неоптимальным согласованием фазового портрета и поперечного профиля пучка из инжектора с линейным фокусирующим каналом ускорителя.



*Рис. 4.* Эмиттанс пучка (черная сплошная линия) и огибающая пучка, рассчитанная в коде BEAM (зеленая сплошная линия) в сравнении с К-В огибающей (синяя сплошная линия) в зависимости от продольной координаты

*Fig. 4.* Beam emittance (black solid line) and beam envelope calculated in the BEAM code (green solid line) versus K-V envelope (blue solid line) as a function of longitudinal coordinate



### 3. Рост эмиттанса пучка за счет нелинейности фазового портрета

Для того чтобы охарактеризовать результаты моделирования, рассмотрим, как изменяется среднеквадратичный эмиттанс пучка под действием нелинейных сил. Пусть зависимость силы, действующей на электрон в поперечном направлении, от радиуса пучка будет иметь добавку с коэффициентом, пропорциональным  $r^3$  (это предположение вполне обоснованно в силу свойств рассматриваемых в этой работе аксиально-симметричных электромагнитных полей). Тогда фазовый портрет пучка будет иметь соответствующую добавку с коэффициентом при  $r^3$ :

$$r'(r) = C_1 r + C_3 r^3, \quad (2)$$

где  $C_1$  и  $C_3$  – коэффициенты, зависящие от  $z$ . Если пучок имеет однородную плотность тока  $J(r) = \text{const}$ , тогда усреднение какой-либо величины по пучку с радиусом  $r_b$  будет иметь вид:

$$\langle f \rangle = \frac{2}{r_b^2} \int_0^{r_b} f(r) dr. \quad (3)$$

Теперь, используя выражение (3), можно рассчитать вторые моменты  $\langle r^2 \rangle$ ,  $\langle r'^2 \rangle$ ,  $\langle rr' \rangle$  и найти выражение для изменения среднеквадратичного эмиттанса:

$$2\beta\gamma\sqrt{\langle r^2 \rangle \langle r'^2 \rangle - \langle rr' \rangle^2} = \beta\gamma \frac{C_3}{3\sqrt{2}} r_b^4. \quad (4)$$

Данная оценка является полезной для определения причин изменения эмиттанса пучка, как в инжекторе, так и в линейном ускорителе.

Для проверки выражения (4) рассмотрим модельную задачу, в которой пучок с равномерным поперечным профилем распределения заряда, энергией 2 МэВ и различными значениями полного тока входит в первую фокусирующую линзу инжектора. Результаты моделирования фокусировки такого пучка представлены на рис. 5. В верхней части рисунка представлен ход огибающей пучка для разных токов и соответствующее поведение эмиттанса для каждого тока, в нижней части рисунка приведены распределение плотности тока пучка до входа в линзу (А) и в ее фокусе (В) для тока 2 кА. В данном моделировании радиус пучка на входе в линзу составил 65 мм, что примерно соответствует радиусу пучка на выходе из электронной пушки инжектора. На рис. 5 видно, что для больших токов ярко видна взаимная компенсация действия нелинейной силы фокусирующей линзы и нелинейной силы, вызванной искажением распределения заряда в пучке; эффект взаимной компенсации постепенно выравнивает кривую  $r'(r)$ , тем самым приводя к уменьшению эмиттанса.

В пределе малого тока коэффициент  $C_3$  может быть найден аналитически для области непосредственно сразу после фокусирующей линзы. Рассмотрим преобразование тонкой линзы с учетом сферической аберрации:

$$r = r_0, r' = r'_0 - \frac{r}{f} (1 + C_\alpha r^2), \quad (5)$$

где  $(r_0, r'_0) \rightarrow (r, r')$  – координаты пучка до и после преобразования линзы,  $C_\alpha$  – коэффициент сферической аберрации линзы.

В предположении, что  $r'_0 = 0$ , коэффициент  $C_3 = DC_\alpha$ , где  $D = \frac{1}{f}$  – оптическая сила линзы. Для первой линзы инжектора с  $f = 850$  мм,  $C_\alpha = 2,7 \cdot 10^{-5}$  и  $R = 65$  мм оценка роста эмиттанса (4) дает величину  $590 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$ . Данный результат хорошо согласуется с результатом моделирования для тока 1 А, представленном на рис. 5 (зеленая прерывистая линия). В отличие от случая больших токов (красная и синяя прерывистые линии), для случая малого тока в пустом промежутке после воздействия тонкой линзой эмиттанс сохраняется, поскольку на пучок не действуют какие-либо нелинейные силы.

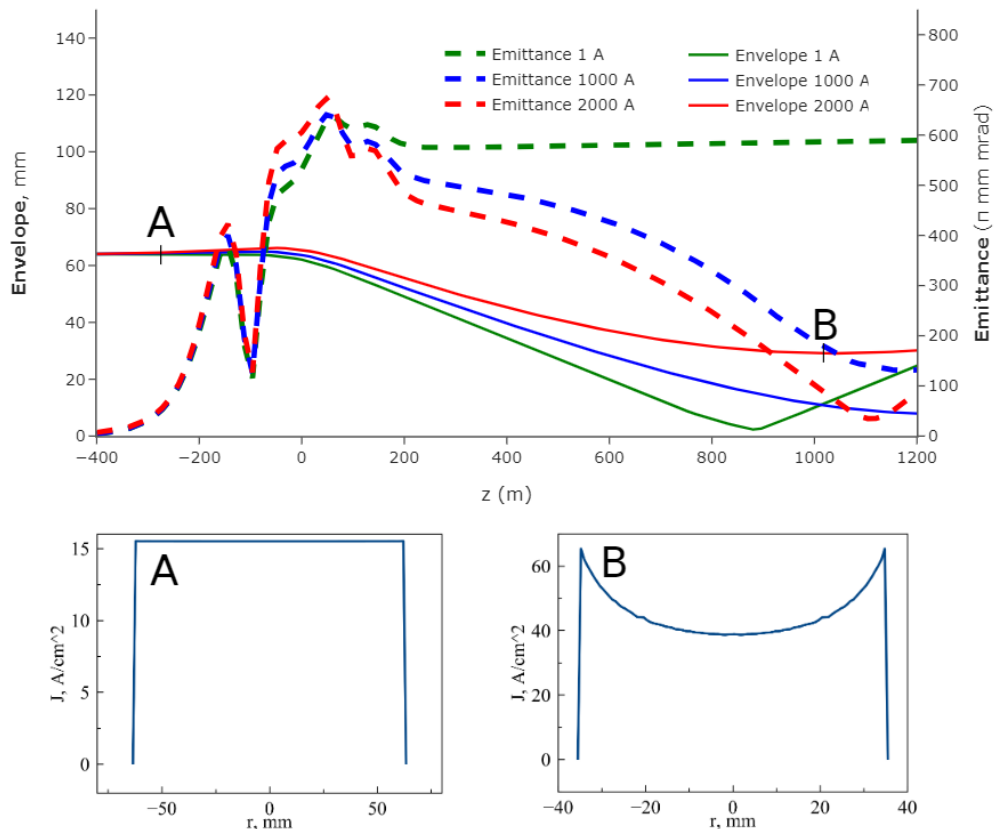


Рис. 5. Моделирование фокусировки пучка с энергией 2 МэВ и различными значениями тока. Прерывистыми линиями показано поведение эмиттанса пучка в зависимости от величины тока пучка, сплошными линиями соответствующим цветом показано поведение огибающих пучка. В нижней части рисунка приведены распределения плотности тока пучка с полным током 2 кА до и после фокусировки

Fig. 5. Simulation of beam focusing with 2 MeV energy and different current values. The dashed lines show the behavior of the beam emittance as a function of the beam current value, and solid lines with the corresponding color show the behavior of the beam envelopes. The bottom part of the picture shows the beam current density distributions with a total current of 2 kA before and after focusing

#### 4. Влияние неоднородности плотности заряда в пучке на его фазовый портрет

Известно, что для линейного канала ускорителя стационарное состояние пучка характеризуется равномерным распределением заряда по радиусу и линейным фазовым портретом [8]. В нашем случае оба этих условия нарушены, что очевидным образом должно выражаться в колебаниях поперечного распределения заряда пучка около равномерного профиля вдоль оси ускорителя. Для описания данного эффекта рассмотрим неоднородную плотность заряда пучка, которая задана следующей формулой:

$$\rho(r, z) = \rho_1(z) + \rho_2(z) \cdot r^2. \quad (6)$$

Так как заряды, наведенные пучком на внутренней поверхности трубы, хорошо экранируют действие зарядов пучка, находящихся от рассматриваемой точки пространства на расстояниях по  $z$ , которые много больше радиуса трубы  $R$ , то задача о потенциале является практически локальной. По этой причине, а также вследствие условия параксиальности эту задачу можно решать с помощью теории возмущений. Вначале решим задачу, однородную по  $z$ , а затем поправим потенциал и поле с учетом слабой зависимости их от  $z$ . При определении магнитного



поля воспользуемся изоскоростным приближением  $\beta_z(r, z) = const$ , которое легко выполнить для ультрарелятивистского пучка с малым угловым разбросом. Обозначим погонную плотность заряда пучка символом  $\kappa$ . Вследствие закона сохранения заряда и выполнения условия постоянства  $\beta_z(r, z)$  величина погонной плотности заряда  $\kappa$  не зависит от координаты  $z$ .

Выразим  $\rho_1$  через  $\kappa$ :

$$\rho_1(z) = \frac{\kappa}{\pi r_b^2} - \frac{\rho_2(z)}{2} r_b^2. \quad (7)$$

Решая уравнение  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_r) = \frac{\kappa}{\pi \epsilon_0 r_b^2} - \frac{\rho_2}{2 \epsilon_0} r_b^2 + \frac{\rho_2 r^2}{\epsilon_0}$  в виде ряда:

$$E_r = ar + br^3,$$

получим выражения для коэффициентов при соответствующих степенях:

$$a^{(0)} = \frac{\kappa}{2\pi \epsilon_0 r_b^2} - \frac{\rho_2}{4\epsilon_0} r_b^2, b^{(0)} = \frac{\rho_2}{4\epsilon_0}. \quad (8)$$

Далее, интегрируя выражение (7) по  $r$  и сшивая на границе радиальные поля и потенциалы внутри и снаружи пучка, получим следующие формулы для этих потенциалов:

$$\varphi_{in}^{(0)} = \frac{\kappa}{4\pi \epsilon_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_b^2}\right) - \frac{\rho_2}{16\epsilon_0} (r_b^2 - r^2)^2 + \frac{\kappa}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{r_b}\right), \varphi_{out}^{(0)} = \frac{\kappa}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{r}\right). \quad (9)$$

Исходя из уравнения  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rB_\varphi) = \beta_z \rho(r, z)$ , получим выражение для силы, действующей на электрон в радиальном направлении  $F_r = e(E_r - v_z B_\varphi)$ :

$$F_r = (1 - \beta_z^2) \left[ \left( \frac{\kappa}{2\pi \epsilon_0 r_b^2} - \frac{\rho_2}{4\epsilon_0} r_b^2 \right) r + \frac{\rho_2}{4\epsilon_0} r^3 \right]. \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что при выполнении условия  $\rho_2 = \frac{\partial \rho(r, z)}{\partial r^2} < 0$ , которое соответствует понижению плотности заряда при приближении к границе сечения пучка, снижение радиальной силы в этих условиях идет несколько быстрее линейной зависимости вблизи края пучка. Если же  $\rho_2 = \frac{\partial \rho(r, z)}{\partial r^2} > 0$ , то будет наблюдаться обратный эффект, который состоит в избытке дефокусирующей силы на границе пучка. Величина полной радиальной силы (10) на краю пучка практически не зависит от знака и величины  $\rho_2$ , что означает распределение плотности тока и плотности заряда очень слабо влияет на ход огибающей. Это объясняет хорошее соответствие между огибающими, рассчитанными по модели пучка К-В и PIC коде ВЕАМ.

## 5. Согласование поперечного профиля и фазового портрета пучка при инжекции в линейный ускоритель

Для того чтобы избежать колебаний поперечного профиля распределения заряда и фазового портрета пучка во время его транспортировки, необходимо обеспечить однородность плотности пучка по сечению. Таким образом можно сформулировать цель согласования – получить стационарное состояние пучка в фокусе первой линзы (точка С на рис. 2). Для линейного фокусирующего канала это состояние характеризуется равномерным распределением заряда по радиусу и линейным фазовым портретам. Существующая конфигурация электродов в пушке не позволяет получить одновременно равномерное распределение заряда и линейный фазовый портрет в точке С, используя только фокусировку (нелинейное влияние на поперечный профиль и фазовый портрет пучка) первой линзой инжектора. Проведенные численные расчеты показали, что необходимые начальные условия пучка могут быть получены путем изменения

геометрии прикатодного электрода пушки в сочетании с правильным выбором фокусирующей силы линзы.

На рис. 6 приведено сравнение результатов моделирования эволюции эмиттанса пучка, выполненное в программе BEAM для существующей оптики пушки (черная кривая) и для модифицированной оптики (красная кривая). Также приведены профили плотности тока и фазовые портреты пучка на расстоянии 45 метров от катода (вертикальная зеленая линия) для существующей оптики пушки (А) и для оптимизированной оптики пушки (В). Из результатов моделирования, представленных на рис. 6, видно, что отсутствие сильных колебаний профиля плотности пучка в начале ускорителя не приводит к релаксации этих зарядовых колебаний и росту эмиттанса. Таким образом, оценка для эмиттанса в конце ускорителя составляет примерно  $80 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ .

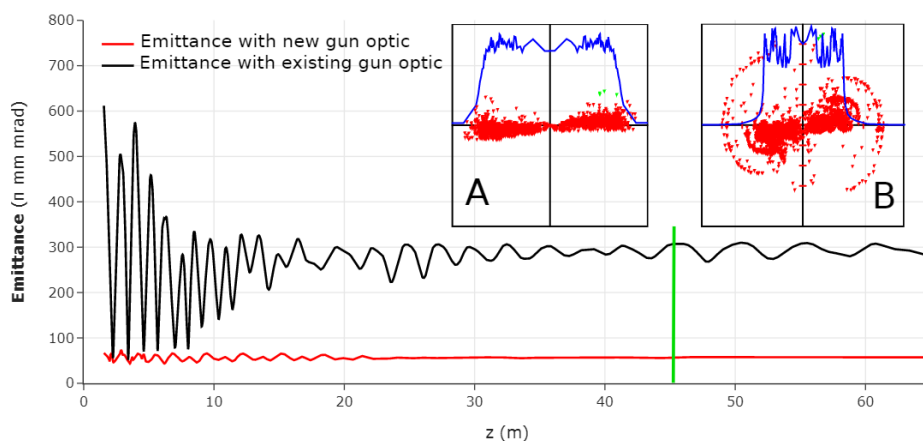


Рис. 6. Поведение эмиттанса пучка в ускорителе для существующей оптики пушки (черная кривая) и для модифицированной оптики пушки (красная кривая). Фазовые портреты пучка на расстоянии 45 метров от катода (вертикальная зеленая линия) для существующей оптики пушки (А) и для оптимизированной оптики пушки (В)

Fig. 6. Behavior of the beam emittance in the accelerator for the existing gun optics (black curve) and for the modified gun optics (red curve). Beam phase portraits at 45 meters from the cathode (vertical green line) for the existing gun optics (A) and for the optimized gun optics (B)

## 6. Оценка эмиттанса пучка перед линзой финального фокуса

Экспериментальное измерение величины эмиттанса пучка в рабочем режиме проводилось с помощью датчика переходного излучения, установленного непосредственно перед линзой финального фокуса. Метод измерения эмиттанса основывался на сканировании размера пучка в зависимости от силы фокусирующего квадруполя, установленного в финальном триплете, изображенном на рис. 1, С. Определение поперечных размеров пучка, углов и эмиттанса осуществлялось с помощью кода KENV. Результаты измерений для сканирования размера пучка по координате  $y$  представлены на рис. 7.

Для данной геометрии задачи оказалось, что измеренной зависимости размера пучка по координате  $y$  от поля в линзе наиболее точно соответствует значение эмиттанса, равное  $\varepsilon_{ny} = 550 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ . В свою очередь, аналогичное измерение по координате  $x$  дает значение эмиттанса  $\varepsilon_{nx} = 600 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ . Эти значения примерно на 30% превышают величину, полученную в результате численных расчетов (см. рис. 6). Данное превышение можно объяснить несколькими причинами:

1) Код BEAM, использующийся для моделирования эмиттанса пучка, является стационарным и не учитывает продольную динамику пучка (в частности, энергетический разброс вдоль пучка);

2) Транспортировка пучка в FODO-канале и обводе пучка может приводить к росту эмиттанса из-за нелинейных краевых полей квадрупольных линз и дипольных магнитов, данные эффекты не учитывались при аналитической и численной оценке эмиттанса;

3) Фронты пучка с большим энергетическим разбросом, которые учитываются в интегральном по всей длине пучка значении эмиттанса, приводят к его завышенному значению.

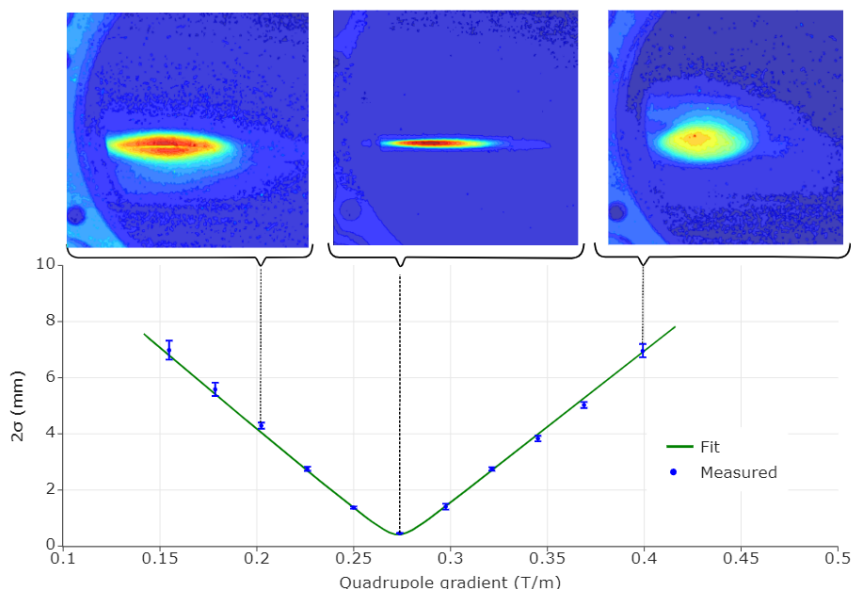


Рис. 7. Измерение эмиттанса пучка методом сканирования фокусирующей квадрупольной линзы. В верхней части рисунка показаны типичные изображения пучка. Снизу показан график размера пучка в сравнении с данными модели: сплошная линия соответствует значению нормализованного эмиттанса  $\varepsilon_{ny} = 550 \text{ } \mu\text{mm} \cdot \text{mrad}$

Fig. 7. Measurement of beam emittance by scanning a focusing quadrupole lens. The upper part of the figure shows typical images of the beam. A graph of the beam size versus model data is shown at the bottom: the solid line corresponds to the normalized emittance value  $\varepsilon_{ny} = 550 \text{ } \mu\text{mm} \cdot \text{mrad}$

Ориентируясь на результаты работы [1] по моделированию генерации излучения по схеме ЛСЭ с длинно-импульсным килоамперным пучком, можно утверждать, что уровень эмиттанса пучка, достигаемый в рассмотренном нами линейном индукционном ускорителе с дискретной фокусирующей системой в полной мере удовлетворяет требованиям для использования этого пучка в качестве драйвера для генератора W-диапазона (150–300 ГГц). Для накачки поперечной компоненты скорости при реализации ЛСЭ генератора этого частотного диапазона оказывается вполне приемлемым использовать магнитный ондулятор с пространственным периодом около 4-х см. Согласно моделированию, описанному в [1], при параметрах пучка, получаемого на выходе из ЛИУ с дискретной фокусирующей системой, можно достигнуть эффективности передачи энергии от электронов пучка к генерируемому потоку излучения на уровне 2–3 %. Это обеспечивает достижение мощности масштаба 100 МВт в потоке излучения W-диапазона, что можно считать большим научным достижением вакуумной электроники.

### Заключение

Численное моделирование поперечной динамики интенсивного пучка в ЛИУ показало, что в начале его распространения по ускоряющей структуре развиваются зарядовые колебания. Эти колебания в основном связаны с неоднородностью поперечного профиля распределения заряда в пучке и в результате приводят к росту эмиттанса. Величина начальной неоднородно-

сти профиля зависит от геометрии формирующих электродов электронной пушки инжектора, а также от сферической аберрации его первой линзы. Для того чтобы избежать данного эффекта, необходимо обеспечить правильное согласование поперечного распределения заряда и фазового портрета пучка. Такое согласование заключается в получении равномерного профиля плотности заряда и линейного фазового портрета в точке инжекции пучка в линейный индукционный ускоритель. Возможность такого согласования была численно продемонстрирована в работе.

Проведено сравнение экспериментально измеренного значения эмиттанса пучка с его значением, вычисленным при использовании PIC-кода BEAM. Превышение измеренного значения эмиттанса над его расчётной величиной на 30% объясняется тем, что в моделировании не учитывалась продольная динамика пучка (энергетический разброс электронов вдоль пучка). Еще одна причина несоответствия моделирования и измерений заключалась в неучтенных эффектах влияния краевых полей квадрупольных линз при транспортировке пучка в FODO-канале. Несмотря на отмеченные различия в результатах моделирования и измерений, можно констатировать, что достигаемые значения эмиттанса  $\varepsilon_{nx} = 600 \text{ пмм} \cdot \text{мрад}$  и  $\varepsilon_{ny} = 550 \text{ пмм} \cdot \text{мрад}$  по двум ортогональным координатам в полной мере удовлетворяют требованию к параметрам пучка применительно к его использованию в ЛСЭ для генерации терагерцового излучения.

### Список литературы / References

1. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Malkin A. M. et al.** Powerful Long-Pulse THz-Band Bragg FEL Based On Linear Induction Accelerator. *44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, 2019, pp. 1–2. DOI 10.1109/IRMMW-THz.2019.8874573
2. **Nikiforov D.A., Blinov M.F., Fedorov V.V. et al.** High-Current Electron-Beam Transport in the LIA-5 Linear Induction Accelerator. *Phys. Part. Nuclei Lett.* 17, 2020, pp. 197–203. DOI 10.1134/S1547477120020156
3. **Ivanov A.V., Tiunov M.A.** ULTRASAM-2D code for simulation of electron guns with ultra high precision. *Proceeding of EPAC-2002*, Paris, 2002. Pp. 1634–1636.
4. **Tiunov M. A.** BEAM-2D code package for simulation of high perveance beam dynamics in long systems. Preprint, Budker INP 98-78, Novosibirsk, 1998.
5. KV-envelope code [Online]. URL: <https://github.com/fuodorov/kenv>.
6. **S. Nagaitsev, A. Shemyakin**, Beam emittance calculation in the presence of an axially symmetric magnetic field. FERMILAB-TM-2107.
7. **Lund, S., Grote, D., Davidson, R.** (2004). Simulations of beam emittance growth from the collective relaxation of space-charge non-uniformities. 2004-05-01.
8. **M. Reiser**, Theory and design of charged particle beams, WILEY-VCH Verlag GmbH and Co.KGaA, Weinheim, 2008.

### Информация об авторах

**Никифоров Данила Алексеевич**, научный сотрудник

**Иванов Андрей Вячеславович**, научный сотрудник

**Синицкий Станислав Леонидович**, кандидат физико-математических наук

**Винокуров Николай Александрович**, доктор физико-математических наук

**Петренко Алексей Васильевич**, кандидат физико-математических наук

**Логачев Павел Владимирович**, доктор физико-математических наук, академик РАН

**Сковородин Дмитрий Иванович**, кандидат физико-математических наук  
**Сандалов Евгений Сергеевич**, аспирант  
**Куркуचेков Виктор Викторович**, научный сотрудник  
**Батраков Александр Матвеевич**, доктор физико-математических наук  
**Павленко Антон Владимирович**, кандидат физико-математических наук  
**Бехтенов Евгений Алексеевич**, научный сотрудник  
**Сенченко Александр Игоревич**, научный сотрудник  
**Бак Петр Алексеевич**, старший научный сотрудник  
**Живанков Кирилл Игоревич**, научный сотрудник  
**Мешков Олег Игоревич**, доктор физико-математических наук  
**Павлов Олег Анатольевич**, кандидат физико-математических наук  
**Кузнецов Геннадий Иванович**, старший научный сотрудник  
**Батазова Марина Алексеевна**, научный сотрудник  
**Журавлев Игорь Владимирович**, инженер-исследователь  
**Никитин Олег Альфредович**, кандидат технических наук  
**Пензин Илья Владимирович**, инженер-исследователь  
**Петров Дмитрий Витальевич**, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН  
**Протас Роман Викторович**, кандидат физико-математических наук

#### Information about the Authors

**Danila A. Nikiforov**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)  
**Andrey V. Ivanov**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)  
**Stanislav L. Sinitsky**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)  
**Nikolay A. Vinokurov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)  
**Alexey V. Petrenko**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)  
**Pavel V. Logachev**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of RAS, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS  
**Dmitrii I. Skovorodin**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)  
**Evgeniy S. Sandalov**, postgraduate student, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)

- Viktor V. Kurkuchekov**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)
- Alexandr M. Batrakov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Anton V. Pavlenko**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)
- Evgeny A. Bekhtenev**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)
- Alexandr I. Senchenko**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)
- Petr A. Bak**, Senior Researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Kirill I. Zhivankov**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Oleg I. Meshkov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Oleg A. Pavlov**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)
- Gennady I. Kuznetsov**, Senior Researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Marina A. Batazova**, researcher, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russia)
- Igor V. Zhuravlev**, research engineer, Russian Federal Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (Snezhinsk, Russian Federation)
- Oleg A. Nikitin**, department head, Russian Federal Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (Snezhinsk, Russian Federation)
- Ilya V. Penzin**, research engineer, Russian Federal Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (Snezhinsk, Russian Federation)
- Dmitry V. Petrov**, chief designer, Russian Federal Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (Snezhinsk, Russian Federation)
- Roman V. Protas**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Russian Federal Center – Zababakhin All-Russian Research Institute of Technical Physics (Snezhinsk, Russian Federation)

*Статья поступила в редакцию 08.12.2022; одобрена после рецензирования 28.12.22;  
принята к публикации 28.12.22*

*The article was submitted 08.12.2022; approved after reviewing 28.12.22;  
accepted for publication 28.12.22*